هدایت بهینه جسم بازگشتی با استفاده از روش ترکیبی

رضا اسماعیل‌زاده[۱]، رضا جمیل‌نیا[۲] و امیرحسین آدمی[۳]

مجتمع دانشگاهی هوافضا

دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۹/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۹/۱)

چکیده

در مقاله حاضر، روشی نوین برای هدایت بهینه فاز بازگشت به جو پیشنهاد می‌گردد. این روش هدایت مبتنی بر بهینه‌سازی مسیر لحظه‌ای و برخط است که در آن، فرامین بهینه هدایت از حل متوالی مسائل کنترل بهینه به‌دست می‌آیند. به‌منظور حل سریع و برخط مسائل کنترل بهینه، از رویکردی ترکیبی مشتمل بر مفاهیم همواری دیفرانسیلی، منحنی‌های بی‌اسپیلاین، هم‌نشانی مستقیم و برنامه‌ریزی غیرخطی استفاده می‌شود. با انجام فرآیند بهینه‌سازی مسیر در قالب یک حلقه بسته کنترلی و پیاده‌سازی قواعد کنترل افق پسین، می‌توان پاسخ‌های حلقه باز کنترل بهینه را به شرایط لحظه‌ای جسم و هدف وابسته کرد. در این حالت، می‌توان فرامین هدایت را براساس توابع هدف و قیود متنوعی تولید نمود و عدم قطعیت‌های مدل را با واردنمودن شرایط لحظه‌ای وسیله به بخش بهینه‌سازی‌کننده مسیر درنظرگرفت. به‌منظور نشان‌دادن قابلیت‌های روش هدایت پیشنهادی، مثالی عددی از هدایت یک جسم بازگشتی در حضور عدم قطعیت‌های مدل و باد ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: هدایت بهینه ورود به جو، بهینه‌سازی مسیر برخط، همواری دیفرانسیلی، منحنی‌های بی‌اسپیلاین، هم‌نشانی مستقیم، برنامه‌ریزی غیرخطی، کنترل افق پسین

Optimal Reentry Guidance using a Combined Method

R. Esmaelzadeh, R. Jamilnia and A.H. Adami

Aerospace Engineering Department

Maleke Ashtar University of Technology

(Received: 11/December/2013; Accepted: 22/November/2014,)

ABSTRACT

In this paper an optimal new reentry guidance method is proposed. This method is based on online trajectory optimization that optimal guidance commands derived from optimal problem solutions. For rapid and online solution of optimal control problem, we present a method which is a combination of differential flatness concept, B-spline curves, direct collocation and nonlinear programming. With closed loop trajectory optimization and implementation of receding horizon control concept, open loop optimal control solutions are related to current vehicle and target conditions. In this case guidance commands are generated based on desired functional and various constraints. For proofing of capabilities of this guidance method, an example of reentry guidance is discussed with wind and model uncertainties.

Keywords: Trajectory Optimization, Differential Flatness, B-spline Curves, Direct Collocation, Nonlinear Programming, Receding Horizon Control, Integrated Guidance and Control

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): esmaelzadeh@aut.ac.ir

۲- استادیار: jamilnia@aut.ac.ir

۳- دانشجوی دکتری: adami@aut.ac.ir

فهرست علائم و اختصارات

c	سرعت صوت
C_D	ضریب درگ
C_L	ضریب لیفت
D	نیروی درگ
g	شتاب جاذبه زمین
h	ارتفاع وسیله
L	نیروی لیفت
M	جرم وسیله
R	فاصله وسیله از مرکز زمین
S	سطح مرجع
R_E	شعاع متوسط زمین
V	سرعت وسیله
V_x	سرعت در راستای محور x دستگاه مختصات اینرسی
V_y	سرعت در راستای محور y دستگاه مختصات اینرسی
x	موقعیت وسیله در راستای محور x دستگاه اینرسی
y	موقعیت وسیله در راستای محور y دستگاه اینرسی

علائم یونانی

α	زاویه حمله
ρ	چگالی هوا

۱- مقدمه

هدایت وسایل فضایی در فاز بازگشت به جو زمین، چالشی بزرگ برای طراحان مسیرهای بهینه و قوانین هدایت به شمار می‌رود. محدودیت‌های سازه‌ای وسایل و الزامات مأموریتی آنها سبب می‌شود تا حساسیت زیادی بر روی دقت و صحت قوانین هدایت وجود داشته باشد.

در وسایلی همچون فضاپیماهای تحقیقاتی، کپسول‌های زیستی و نظایر آنها، مسیر بازگشت باید به‌گونه‌ای باشد که فرود نرم و آرام وسایل روی زمین محقق گردد و در وسایلی همچون سرجنگی‌ها، مسیر بازگشت باید به‌گونه‌ای باشد که وسیله با حداکثر سرعت و در کوتاه‌ترین زمان ممکن با هدف برخورد نماید. از اینرو، ماهیت وسایل و مأموریت‌های آنها، اهداف فرایند هدایت را برای طراحان ترسیم می‌نماید.

در نیم‌قرن اخیر، قوانین هدایت متعدد و متنوعی برای هدایت وسایل هوافضایی پیشنهاد گردیده‌اند که نوعاً برای هدایت وسایل در فاز بازگشت به جو نیز کاربرد دارند. قوانین هدایت اولیه و کلاسیک عموماً براساس هندسه و سینماتیک وسایل و اهداف شکل گرفته‌اند. قوانینی همچون تعقیب[1]، ناوبری تناسبی (PN) و انواع دیگری که از قوانین مذکور مشتق شده‌اند (نظیر PPN، TPN و IPN) از این دسته هستند [۱]. خروجی حاصل از این قوانین، فرامین شتاب وسیله هستند که می‌توانند وسیله را به‌سوی هدف هدایت نمایند. قوانین هدایت نوین عموماً برمبنای بهره‌گیری از تئوری کنترل بهینه به‌دست آمده‌اند. با بهره‌گیری از کنترل بهینه، امکان دست‌یابی به هدایت بهینه وسایل فراهم می‌شود. همچنین، با استفاده از کنترل بهینه می‌توان بهینگی برخی از قوانین هدایت کلاسیک را به اثبات رساند [۲].

در سال ۱۹۶۵ برای نخستین بار، مسأله پرواز بهینه وسایل فضایی در فاز بازگشت به جو با بهره‌گیری از کنترل بهینه حل شده است [۳]. از کارهای قابل توجهی که در سال‌های اخیر در این خصوص صورت گرفته است، می‌توان به [۶-۴] اشاره نمود. در [۴]، محققان توانسته‌اند با استفاده از روش کنترل پسخور اطلاعات نمونه‌برداری شده، سرعت برخورد وسیله را برای اصابت به یک هدف ثابت بیشینه نمایند و به پاسخی شبه‌بهینه دست یابند. در [۶-۵]، با استفاده از روش معکوس و منحنی بیزیه، قانون هدایت صریحی برای مسأله مطرح‌شده در [۴] توسعه یافته است.

به‌منظور دست‌یابی به پاسخ‌های تحلیلی، اکثر قوانین هدایت نوین از حل تحلیلی مسائل کنترل بهینه به‌دست آمده‌اند. در این قوانین، پاسخ‌های تحلیلی با تکیه بر فرضیات و ساده‌سازی‌های مختلفی به‌دست آمده‌اند. با حذف این ساده‌سازی‌ها و تعریف مسأله هدایت در عمومی‌ترین شکل خود در فضای سه‌بعدی و با مدل دینامیکی غیرخطی، یک مسأله کنترل بهینه غیرخطی پیچیده به‌دست می‌آید که پاسخ تحلیلی ندارد. پاسخ عددی این مسأله نیز یک پاسخ حلقه باز است که وابستگی مستقیمی به متغیرهای حالت ندارد و برخلاف قوانین هدایت کلاسیک، پاسخی حلقه بسته و پسخوری نیست. از اینرو، باید به‌دنبال سازوکاری بود که پاسخ‌های تولیدی مسأله کنترل بهینه مذکور را وابسته به متغیرهای حالت کرد و ساختار هدایت را حلقه بسته نمود. لازمه پیاده‌سازی موفق چنین سازوکاری، حل بسیار سریع و دقیق مسأله کنترل بهینه حلقه باز است. اگر بتوان مسأله را در بازه زمانی کوتاهی به‌صورت

1-Pursuit

برخط حل نمود، می‌توان فرامین بهینه کنترلی را بر وسیله اعمال نمود و متغیرهای حالت وسیله را مجدداً به بخش حل‌کننده مسأله کنترل بهینه پسخور نمود. این ساختار حلقه بسته در قالب روش‌هایی نظیر کنترل پیش‌بین مدل (کنترل افق پسین) قابل پیاده‌سازی است.

در مقاله حاضر، می‌خواهیم مسأله هدایت بهینه یک جسم بازگشتی را در فاز بازگشت به جو تعریف و با یک روش ترکیبی حل نماییم. در روش مذکور، با ترکیب مفاهیم مختلفی نظیر همواری دیفرانسیلی، منحنی‌های بی‌اسپیلاین، هم‌نشانی مستقیم و برنامه‌ریزی غیرخطی، رویکردی نوین برای حل سریع، دقیق و برخط مسائل‌کنترل بهینه (بهینه‌سازی مسیر) به‌کارگرفته می‌شود.

در روش ترکیبی، مسأله هدایت بهینه براساس مفهوم همواری دیفرانسیلی فرمول‌بندی می‌گردد تا مسأله در حداقل فضای ابعادی و با حداقل تعداد متغیرها و قیود تعریف شود. سپس، متغیرهای به‌کارگرفته‌شده با منحنی‌های بی‌اسپیلاین تقریب زده می‌شوند تا متغیرهای پیوسته در بازه زمانی با مقادیری گسسته بیان گردند.

برای اعمال قیود نقطه‌ای و مسیری در این رویکرد، از مفهوم هم‌نشانی مستقیم استفاده می‌شود. یعنی قیود در مقاطع زمانی مشخصی که گره نامیده می‌شوند اعمال و ارضاء می‌گردند. پس از انجام این مراحل، مسأله بهینه‌سازی گسسته‌ای حاصل می‌شود که با روش‌های متعارف برنامه‌ریزی غیرخطی قابل حل است. با ایجاد یک حلقه بسته کنترلی برمبنای اصول کنترل افق پسین و درنظرگرفتن بخش بهینه‌سازی‌کننده مسیر به‌عنوان کنترل‌گر غیرخطی، می‌توان شرایط لحظه‌ای وسیله و هدف را وارد بخش بهینه‌سازی‌کننده نمود و فرامین هدایت بهینه را برای افق زمانی مشخصی به‌دست آورد و آنها را در بخش کوچکی از افق زمانی اعمال نمود. با تکرار این روال و حل چندباره مسأله هدایت بهینه، می‌توان فرامین هدایت را به‌صورت برخط و مبتنی بر شرایط لحظه‌ای وسیله و هدف تولید نمود.

۲- تعریف مسأله هدایت بهینه در فاز بازگشت به جو

در چند دهه اخیر، مسأله پرواز بهینه وسایل فضایی در فاز بازگشت به جو زمین، مورد توجه محققین مختلفی در سرتاسر دنیا قرار گرفته و رویکردهای گوناگونی برای فرمول‌بندی و حل این مسأله پیشنهاد شده است. یکی از دیدگاه‌های مهم در تعریف این مسأله، بیان آن در قالب یک مسأله کنترل بهینه (بهینه‌سازی مسیر) است. با بهره‌گیری از مفاهیم تئوری کنترل بهینه، می‌توان مسأله را با دقت قابل‌قبولی تعریف و حل نمود و در عین حال، از ساده‌سازی‌های متعارف در حل مسائل هدایت استفاده نکرد. یعنی، می‌توان مسأله را در شکل پیچیده‌تری تعریف کرد و پاسخی نزدیک‌تر به واقعیت برای آن به‌دست آورد. با توجه به کارهای انجام‌شده در این زمینه، می‌توان صورت کلی مسأله هدایت را برمبنای کنترل بهینه به‌صورت زیر فرض نمود:

«می‌خواهیم مسیر پرواز یک وسیله فضایی را پس از بازگشت به جو، از یک نقطه اولیه مشخص تا یک هدف زمینی مشخص به‌گونه‌ای تعیین نماییم که وسیله با وجود عدم قطعیت‌های مدل و اغتشاشات با ارضای قیود مسیری (قیود سازه‌ای و مأموریتی) به هدف برخورد نماید و درعین‌حال، اتفاق بهینه‌ای نیز در طول هدایت وسیله رخ دهد.»

برای بیان ریاضی چنین مسأله‌ای، ابتدا باید معادلات حرکت وسیله در فضای حالت مشخص گردد و سپس مسأله کنترل بهینه براساس آن تعریف شود. با تعیین معادلات حرکت، متغیرهای حالت و کنترل نیز مشخص شده و می‌توان قیود مسیری، قیود نقطه‌ای و تابع هدف را متناسب با شرایط مسأله تعریف نمود.

در مقاله حاضر، برای بیان مدل دینامیکی مسأله هدایت از معادلات حرکت دوبعدی جسم در دستگاه مختصات اینرسی استفاده می‌نماییم:

$$\dot{V}_x = -L\sin(\gamma-\beta)/M - D\cos(\gamma-\beta)/M - g\sin\beta \qquad (۱)$$

$$\dot{V}_y = +L\cos(\gamma-\beta)/M - D\sin(\gamma-\beta)/M - g\cos\beta \qquad (۲)$$

$$\dot{x} = V_x \qquad (۳)$$

$$\dot{y} = V_y \qquad (۴)$$

با توجه به شکل ۱، زوایای β و γ به‌صورت زیر قابل محاسبه‌اند:

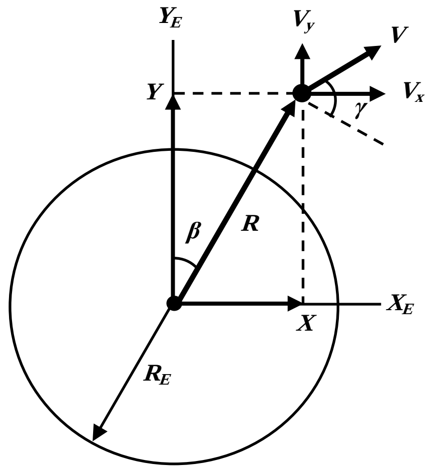
$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) \qquad (۵)$$

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{V_x}{V_y}\right) + \beta \qquad (۶)$$

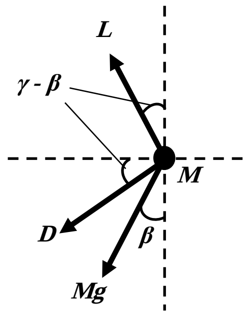
که،

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad (۷)$$

$$g = 9.81\left(\frac{R_E}{R}\right)^2 \tag{۸}$$



شکل (۱): تعریف متغیرها در دستگاه مختصات اینرسی.



شکل (۲): نیروهای وارده بر وسیله.

برای محاسبه نیروهای لیفت و درگ (شکل **۲**) می‌توان از روابط زیر استفاده نمود:

$$L = 0.5\rho V^2 S C_L \tag{۹}$$

$$D = 0.5\rho V^2 S C_D \tag{۱۰}$$

که

$$V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2}} \tag{۱۱}$$

$$h = R - R_E \tag{۱۲}$$

$$Mach = V / c \tag{۱۳}$$

$$C_L = C_{L\alpha}\alpha \tag{۱۴}$$

$$C_D = C_{D0} + C_{D\alpha}\alpha^2 \tag{۱۵}$$

ضرایب مورد استفاده در روابط فوق، با بهره‌گیری از عدد ماخ و مطابق با مدل آیرودینامیکی وسیله قابل محاسبه‌اند. در روابط مذکور، α متغیر کنترل معادلات حرکت است. با تعیین مقادیر α در طول زمان می‌توان وسیله را به‌سوی اهداف گوناگون هدایت نمود.

در مدل دینامیکی بیان‌شده، چهار متغیر حالت (x، y، V_x و V_y) وجود دارند که حالت و رفتار وسیله را در هر لحظه بیان نموده و متغیر کنترل(α) وجود دارد که نحوه رفتار وسیله را کنترل می‌کند.

در یک مسأله هدایت، مقصود اصلی، برخورد وسیله با هدف است. براین‌اساس، علاوه بر شرایط اولیه وسیله، شرایط نهایی وسیله نیز در پایان مأموریت مشخص است. زیرا باید موقعیت هدف و وسیله در پایان مأموریت یکی شود. البته بیان بهتر این مقصود، کمینه‌شدن خطای برخورد وسیله با هدف است. علاوه‌بر این مقصود اصلی، اهداف دیگری نیز می‌توانند مدنظر قرار گیرند. مثلاً بیشینه‌کردن سرعت برخورد، بیشینه‌کردن برد طولی، کمینه‌کردن زمان و نظایر اینها می‌توانند به‌عنوان اهداف مأموریت درنظر گرفته شوند. در یک مسأله هدایت، قیود و محدودیت‌های مختلفی نیز قابل تعریف‌اند. مثلاً می‌توان محدودیت‌هایی را برای متغیرهای کنترل درنظر گرفت یا ملاحظات سازه‌ای و مأموریتی وسیله را در قالب قیودی بیان نمود.

با تعیین مقادیر زاویه حمله در طول بازه زمانی مأموریت، می‌توان وسیله را به‌سمت هدف هدایت نمود. اگر زاویه حمله صفر درنظر گرفته شود، یعنی وسیله بدون اعمال فرامین کنترل حرکت نماید، مسیر نامی وسیله به‌دست می‌آید. برای این منظور، شرایط اولیه زیر را درنظر می‌گیریم:

h_{nom} = 90 km , V_{nom} = 3600 m/s , γ_{nom} = -30° , β_{nom} = 0°

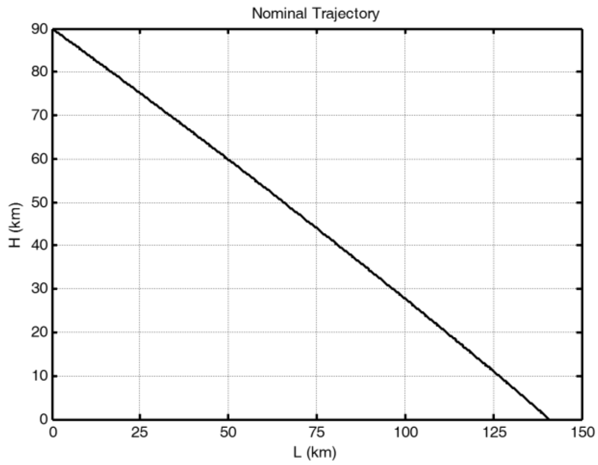
با درنظرگرفتن مقادیر فوق، می‌توان مقادیر اولیه متغیرهای حالت را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

V_x = 3117 m/s , V_y = -1800 m/s , x = 0 km , y = 6460 km

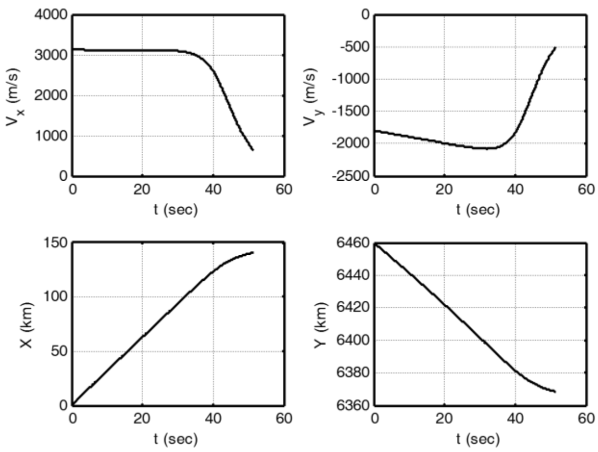
با حل معادلات حرکت با شرایط اولیه فوق، مسیر نامی وسیله به‌دست می‌آید که در شکل **۳** نشان داده شده است. در شکل **۴** نیز تغییرات متغیرهای حالت با زمان رسم شده است.

نقطه برخورد وسیله با زمین در مختصات x = 140.80 km و y = 6368.44 km به‌دست می‌آید. اگر برخورد وسیله با این نقطه را به‌عنوان هدف هدایت درنظر بگیریم، باید به‌دنبال قانون هدایتی باشیم که بتواند وسیله را علی‌رغم وجود عدم قطعیت‌های مدل و اغتشاشات به‌سوی هدف فوق هدایت نماید.

در این مقاله می‌خواهیم یک قانون هدایت مبتنی بر بهینه‌سازی مسیر برخط را برای تولید فرامین هدایت معرفی نماییم که قادر باشد علاوه‌بر تضمین برخورد وسیله با هدف منجر به اتفاق بهینه‌ای نیز گردد.



شکل (۳): مسیر نامی وسیله.



شکل (۴): تغییرات متغیرهای حالت با زمان.

۳- روش برخط ترکیبی برای حل مسائل کنترل بهینه

به‌طور کلی، سه روش متداول حل مسائل کنترل بهینه (بهینه‌سازی مسیر) وجود دارد که عبارتند از: روش غیرمستقیم، روش پرتاب مستقیم و روش هم‌نشانی مستقیم. سایر روش‌های حل به نوعی توسعه‌یافته یا زیرمجموعه این سه روش هستند. از میان این روش‌ها، روش هم‌نشانی مستقیم به‌دلیل ساختار حل کاملاً عددی، از سرعت حل بالاتری برخوردار است. در این روش، با گسسته‌سازی کامل مسأله و تبدیل معادلات دیفرانسیلی و انتگرالی به معادلات جبری ساده، امکان استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی غیرخطی فراهم می‌شود. این روش، منجر به پاسخ گسسته‌ای گردیده و به‌دلیل تولید تعداد بسیار زیادی متغیر و قید بهینه‌سازی در آن، قابلیت پیاده‌سازی برخط ندارد [۸-۷]. در سال‌های اخیر، روشی ترکیبی برای توسعه روش هم‌نشانی مستقیم پیشنهاد شده است که امکان استفاده برخط از آن را فراهم می‌سازد [۹].

روش ترکیبی برای بهینه‌سازی مسیر برخط برمبنای استفاده هم‌زمان از مفاهیم همواری دیفرانسیلی، منحنی‌های بی‌اسپیلاین، هم‌نشانی مستقیم و برنامه‌ریزی غیرخطی پایه‌ریزی شده است. در این رویکرد، با بهره‌گیری از مفهوم همواری دیفرانسیلی، فضای ابعادی مسأله بهینه‌سازی مسیر کاهش یافته و مسأله با حداقل تعداد متغیرها و معادلات حالت بیان می‌شود. همچنین، با بهره‌گیری از منحنی‌های بی‌اسپیلاین، علی‌رغم حفظ ماهیت گسسته متغیرهای بهینه‌سازی، مفهوم پیوسته‌ای از حل به‌دست می‌آید و نقش گره‌های زمانی در تقریب عبارات دیفرانسیلی و انتگرالی مسأله از بین می‌رود.

در این رویکرد، با بهره‌گیری از مفهوم هم‌نشانی و گره‌های زمانی، معادلات حالت لازم و قیود مسیری در گره‌های زمانی اعمال می‌شوند. درنهایت، نقاط کنترل منحنی‌های بی‌اسپیلاین به‌عنوان متغیرهای بهینه‌سازی مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی درنظرگرفته می‌شوند. با توجه به حل بسیار سریع مسأله بهینه‌سازی مسیر با رویکرد مذکور، امکان پیاده‌سازی برخط آن در قالب حلقه‌های هدایت و کنترل فراهم می‌شود.

در ادامه، پیرامون هریک از اجزای روش ترکیبی به تفصیل بحث خواهد شد و نقش این اجزاء در فراهم‌نمودن امکان بهینه‌سازی مسیر برخط تبیین خواهد گردید.

در روش هم‌نشانی مستقیم کلاسیک، فرایند هم‌نشانی روی کلیه متغیرهای حالت و کنترل اعمال می‌شود. این امر، سبب تولید تعداد زیادی متغیر و قید بهینه‌سازی می‌گردد. در سال‌های اخیر، گروهی از محققان نشان داده‌اند که می‌توان با حذف متغیرهای کنترل از معادلات حالت، فرایند هم‌نشانی را تنها بر متغیرهای حالت اعمال کرد و پس از همگرایی و حل مسأله، با بهره‌گیری از مقادیر بهینه محاسبه‌شده برای متغیرهای حالت، مقادیر بهینه متغیرهای کنترل را محاسبه نمود [۱۰]. به این رویکرد، روش معکوس گفته می‌شود. در روش معکوس، ابتدا، با استفاده از معادلات حالت، رابطه‌ای

موجود میان متغیرهای کنترل و متغیرهای حالت و مشتقات زمانی مرتبه اول آنها به‌دست می‌آید. سپس، باقی‌مانده معادلات حالت برحسب روابط به‌دست‌آمده بازنویسی می‌شود. در این روش، برای محاسبه مشتقات متغیرهای حالت از روش تفاضل محدود استفاده می‌شود. مزیت روش معکوس، حذف متغیرهای کنترل از فرایند هم‌نشانی، همگرایی و حل می‌باشد. همچنین در این روش، معادلات حالتی که در به‌دست‌آوردن روابط میان متغیرهای حالت و کنترل مورد استفاده قرار گرفته‌اند نیز حذف می‌شوند. استفاده از این روش، تا حدودی در تسریع حل مؤثر می‌باشد.

اما در سال‌های اخیر، گروه دیگری از محققان نشان داده‌اند که می‌توان علاوه‌بر متغیرهای کنترل، برخی از متغیرهای حالت را نیز از مسأله حذف نمود و فرایند هم‌نشانی را تنها بر متغیرهای حالت باقیمانده اعمال کرد. پس از حل، می‌توان با بهره‌گیری از روابط موجود، مقادیر بهینه متغیرهای حالت و کنترل حذف‌شده را محاسبه نمود. رویکرد اخیر تنها در سیستم‌های غیرخطی هموار از لحاظ دیفرانسیلی امکان‌پذیر می‌باشد.

یک سیستم دینامیکی غیرخطی هنگامی از لحاظ دیفرانسیلی هموار می‌باشد که تغییر متغیری به‌صورت زیر برای آن وجود داشته باشد [۱۱]:

$$\mathbf{q} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \ldots) \tag{۱۶}$$

به‌گونه‌ای که بتوان به‌کمک آن، متغیرهای حالت $(\mathbf{x})$ و کنترل $(\mathbf{u})$ را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{w}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \ldots) \tag{۱۷}$$

متغیرهای $\mathbf{q}$ می‌توانند معادل با برخی از متغیرهای حالت یا ترکیبی از آنها باشند. این متغیرها لزوماً متغیرهای قابل قرائت از طریق حسگرها نمی‌باشند و تحت عنوان خروجی‌های هموار شناخته می‌شوند.

ویژگی قابل توجه سیستم‌های هموار از لحاظ دیفرانسیلی این است که می‌توان کل رفتار سیستم را بدون انتگرال‌گیری و تنها با استفاده از خروجی‌های هموار و تعداد محدودی از مشتقات زمانی آنها بیان نمود. البته باید توجه داشت که به‌دلیل استفاده از مشتقات مراتب بالای خروجی‌های هموار، استفاده از روش تفاضل‌محدود برای محاسبات مشتقات، دیگر معقول نخواهد بود.

اگر از مفهوم همواری دیفرانسیلی در بهینه‌سازی مسیر استفاده شود، می‌توان فرایند هم‌نشانی و تقریب را به‌جای کل متغیرهای حالت و کنترل، تنها بر خروجی‌های هموار اعمال نمود. با این کار، کاهش شدیدی در تعداد متغیرهای بهینه‌سازی رخ می‌دهد. همچنین، با توجه به بهره‌گیری از معادلات حالت برای به‌دست‌آوردن روابط موجود میان خروجی‌های هموار و سایر متغیرهای حالت و کنترل مسأله، عملاً تعدادی از معادلات حالت نیز حذف می‌شوند که این کار سبب کاهش شدید تعداد قیود بهینه‌سازی می‌شود. مزیت جالب توجه استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی در بهینه‌سازی مسیر این است که تعداد متغیرها و معادلات با هم کاهش می‌یابند. این کاهش همزمان، سبب کوچک‌شدن قابل توجه ماتریس‌های ژاکوبین و هسیان لاگرانژین می‌گردد. با توجه به محاسبات زمان‌بَر این ماتریس‌ها (حدود ۷۰٪ زمان حل)، کوچک‌شدن آنها تأثیر زیادی در سرعت حل دارد.

عدم وجود یک روش نظام‌مند برای تشخیص همواری یا ناهمواری دیفرانسیلی و نیز عدم وجود یک الگوریتم مناسب برای تعیین کمینه خروجی‌های هموار، دشواری‌هایی را در استفاده از همواری دیفرانسیلی برای بهینه‌سازی مسیر در ذهن متبادر می‌سازد. باید به این نکته بسیار مهم اشاره نماییم که ما در رویکرد ترکیبی، صرفاً از مفهوم همواری دیفرانسیلی استفاده می‌نماییم. در این رویکرد، هموار بودن سیستم از لحاظ دیفرانسیلی اهمیت ندارد. یعنی حتی اگر سیستم ناهموار بود، باز هم خروجی‌های هموار را شناسایی می‌کنیم و سایر متغیرهای حالت و کنترل را براساس خروجی‌های هموار به‌دست می‌آوریم و فضای ابعادی مسأله را کاهش می‌دهیم. تنها تفاوت در اینجا خواهد بود که اگر سیستم از لحاظ دیفرانسیلی هموار باشد، دیگر معادله حالتی برای آن در فضای کاهش‌یافته باقی نخواهد ماند، اما اگر سیستم ناهموار باشد، در فضای کاهش‌یافته مسأله نیز معادلات حالت خواهیم داشت. بنابراین، برای استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی برای بهینه‌سازی مسیر، نیازی به تشخیص همواری یا ناهمواری دیفرانسیلی نیست.

در سیستم‌های دینامیکی متعارف، تعیین خروجی‌های هموار از طریق آزمون و خطا چندان پیچیده نیست. متغیرهای موقعیتی، معمولاً بهترین انتخاب برای خروجی‌های هموار در سیستم‌های دینامیکی متعارف‌اند. زیرا با در اختیار داشتن تابع زمانی متغیرهای موقعیتی، می‌توان مقادیر سایر متغیرهای حالت و کنترل را در زمان‌های مختلف به‌دست آورد. در واقع، اگر مسیر فیزیکی طی‌شده توسط یک وسیله معلوم باشد،

متغیرهای حالت و کنترل آن قابل محاسبه خواهد بود. بنابراین، برای استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی برای بهینه‌سازی مسیر، نیازی به تدوین یک الگوریتم خاص برای تعیین خروجی‌های هموار نیست و انتخاب متغیرهای موقعیتی به‌عنوان خروجی‌های هموار در غالب مسائل بهینه‌سازی مسیر راه‌گشاست.

در روش هم‌نشانی مستقیم، متغیرهای حالت و کنترل به‌صورت مجموعه‌ای از نقاط گسسته تقریب زده می‌شوند. این امر سبب می‌گردد تا ماهیت حل گسسته شود و امکان محاسبه مشتق و انتگرال توابع به‌صورت دقیق وجود نداشته باشد. این مشکل در صورت استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی حادتر نیز می‌شود، زیرا در آن حالت، امکان محاسبه دقیق مشتقات مراتب بالا با در اختیار داشتن نقاط گسسته وجود ندارد. این درحالیست که گسستگی نقاط، سبب تبدیل‌شدن مسأله بهینه‌سازی مسیر به مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی می‌شود و صرف‌نظرکردن از آن امکان‌پذیر نیست. یکی از راه‌های حل این مشکل، استفاده از منحنی‌هاست. در منحنی‌ها، اگرچه ضرایب یا نقاط کنترل، مقادیری گسسته هستند، اما یک مفهوم پیوسته را تولید می‌نمایند. درصورت تقریب متغیرهای حالت و کنترل با منحنی‌ها، هم گسستگی مسأله به‌دلیل گسستگی ضرایب یا نقاط کنترل حفظ می‌شود و هم امکان محاسبه دقیق مشتقات و انتگرال‌ها به‌دلیل در اختیار داشتن توابع منحنی‌ها وجود دارد.

در روش ترکیبی، از منحنی‌های بی‌اسپیلاین برای تقریب متغیرهای مسأله بهینه‌سازی مسیر استفاده می‌نماییم. این منحنی‌ها، مجموعه به‌هم پیوسته‌ای از منحنی‌های بیزیه‌اند [۱۲]:

$$x(t)=\sum_{i=0}^{n} B_{i,k}(t)C_i \qquad t_0 \le t \le t_f \tag{۱۸}$$

معادلات منحنی‌های بی‌اسپیلاین از دو قسمت توابع پایه ($B_{i,k}(t)$) و نقاط کنترل (C_i) تشکیل شده‌اند. برای محاسبه توابع پایه یک منحنی بی‌اسپیلاین، باید ابتدا تعداد منحنی‌های بیزیه و درجات آنها متناسب با پیچیدگی مسیر موردانتظار برای متغیر تقریب‌زده‌شده، مشخص گردد. سپس، بازه زمانی با توجه به تعداد منحنی‌های بیزیه، تقسیم‌بندی می‌گردد. به نقاط زمانی این تقسیم‌بندی، گره می‌گویند. با قراردادن مقادیر زمانی گره‌ها در یک بردار، بردار گره ($\boldsymbol{\tau}$) تشکیل می‌شود:

$$\boldsymbol{\tau}=[t_0,t_1,\ldots,t_{n-1},t_n] \tag{۱۹}$$

در بردارگره، ممکن است یک مقدار زمانی چندبار پشت سرهم تکرار گردد که به‌میزان دفعات تکرار، تعدد می‌گویند. تفاضل مرتبه منحنی (k_i) و تعدد گره مربوطه (m_i) میزان همواری (s_i) را مشخص می‌نماید:

$$s_i = k_i - m_i \tag{۲۰}$$

مقدار همواری، بیانگر سطح پیوستگی در گره می‌باشد که برابر با مرتبه مشتق‌پذیری است. بنابراین، سطح پیوستگی در گره‌ها را می‌توان در تعریف بردار گره و با تکرار مقادیر زمانی گره‌ها اعمال نمود. لازم به‌ذکر است مرتبه منحنی، برابر با مقدار درجه منحنی به‌علاوه یک است.

با در اختیار داشتن مرتبه منحنی‌ها(k)، تعداد منحنی‌ها (l) همواری گره‌ها (s)، می‌توان تعداد نقاط کنترل(P) را مشخص نمود:

$$P=l(k-s)+s \tag{۲۱}$$

با مشخص‌بودن موارد مذکور، می‌توان با بهره‌گیری از روابط بازگشتی زیر، توابع پایه را محاسبه نمود:

$$B_{i,0}(t)=\begin{cases}1 & \text{if } t_i \le t \le t_{i+1}\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases} \tag{۲۲}$$

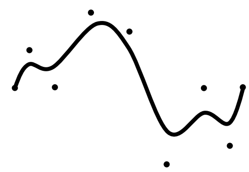
$$B_{i,k}(t)=\frac{t-t_i}{t_{i+k+1}-t_i}B_{i,k-1}(t)+\frac{t_{i+k}-t}{t_{i+k}-t_{i+1}}B_{i+1,k-1}(t) \tag{۲۳}$$

نقاط کنترل در یک منحنی بی‌اسپیلاین، نقاطی در اطراف منحنی هستند که به آن منحنی شکل می‌دهند و به معنای واقعی کلمه، کنترل‌کننده منحنی‌اند. نقاط کنترل در منحنی‌های بی‌اسپیلاین همچون ضرایب چندجمله‌ای‌ها، مقادیری گسسته هستند که مفهوم پیوسته‌ای را تولید می‌نمایند. در تقریب متغیرهای حالت و کنترل، می‌توان این نقاط کنترل را به‌عنوان متغیرهای بهینه‌سازی درنظر گرفت. در شکل **۵**، یک منحنی بی‌اسپیلاین با نقاط کنترل آن نشان داده شده است.

منحنی‌های بی‌اسپیلاین رفتاری کاملاً محلی دارند. با تغییر یکی از نقاط کنترل، بسته به درجه منحنی، تنها شکل منحنی در همسایگی نقطه کنترل مزبور تغییر می‌کند و باقی منحنی بدون تغییر باقی می‌ماند. همچنین، محدوده تغییرات نقاط کنترل در منحنی‌های بی‌اسپیلاین یکسان بوده و تقریباً برابر با محدوده تغییرات متغیر تقریب‌زده‌شده است. درصورت استفاده از منحنی‌های بی‌اسپیلاین برای تقریب متغیرهای مسأله بهینه‌سازی مسیر، امکان محاسبه دقیق مشتقات زمانی متغیرها با توجه به مشخص‌بودن مشتقات زمانی توابع منحنی‌های بی‌اسپیلاین به سادگی فراهم می‌باشد.

منحنی‌های بی‌اسپیلاین به‌دلیل تقریب مطلوب مسیرهای

پیچیده، گسستگی نقاط کنترل، بیان مفهومی پیوسته، عدم نیاز به تعریف قیود پیوستگی، رفتار کاملاً محلی، محدوده تغییرات یکسان مقادیر کنترل با متغیرهای تقریب‌زده‌شده، منحنی‌های مناسبی برای تقریب متغیرهای حالت و کنترل در مسائل بهینه‌سازی مسیر به‌نظر می‌رسند و فاقد مشکلات انواع دیگر منحنی‌ها می‌باشند.



شکل (۵): یک منحنی بی‌اسپیلاین با نقاط کنترل آن.

در روش هم‌نشانی مستقیم، ازگره‌های زمانی برای دو منظور استفاده می‌شود. یکی از کارکردهای گره‌های زمانی در تقریب عبارات دیفرانسیلی و انتگرالی می‌باشد. از این‌رو، برای دست‌یابی به تقریب‌های بهتر، باید تعداد گره‌های زمانی زیادی انتخاب شود. کارکرد دیگر گره‌های زمانی در اعمال قیود مسأله بهینه‌سازی مسیر است. معادلات حالت و قیود مسیری در روش هم‌نشانی مستقیم، در گره‌های زمانی اعمال می‌گردند [۱۳].

درصورت استفاده از منحنی‌های بی‌اسپیلاین، نقش گره‌های زمانی در تقریب عبارات دیفرانسیلی و انتگرالی از بین می‌رود و از گره‌های زمانی تنها برای اعمال قیود مسأله استفاده می‌شود. این امر سبب می‌گردد ضرورت استفاده از گره‌های زمانی زیاد تا حدود زیادی از بین برود.

برای حل مسأله بهینه‌سازی مسیر با روش ترکیبی، خروجی‌های هموار تعیین‌شده از همواری دیفرانسیلی، با منحنی‌های بی‌اسپیلاین تقریب زده می‌شوند. با این کار، نقاط کنترل منحنی‌های مذکور به‌عنوان متغیرهای بهینه‌سازی مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی درنظر گرفته می‌شوند. در طول فرایند حل، بسته به مقدار متغیرهای بهینه‌سازی در هر تکرار، نقاط کنترل منحنی‌های بی‌اسپیلاین مشخص می‌گردند. با مشخص بودن این نقاط و به تبع آن توابع منحنی‌ها، می‌توان مقادیر سایر متغیرهای حالت و کنترل را محاسبه نمود.

با اعمال معادلات حالت باقیمانده در گره‌های زمانی (نقاط هم‌نشانی)، عملاً کلیه معادلات حالت بر مسأله اعمال می‌شوند. افزون بر معادلات حالت باقیمانده، قیود مسیری نیز در گره‌های زمانی اعمال می‌شوند. پس از همگرایی و حل مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی، مقادیر بهینه نقاط کنترل خروجی‌های هموار به‌گونه‌ای به‌دست می‌آیند که ضمن برقراری معادلات حالت و ارضای قیود مسیری در گره‌های‌زمانی، تابع هدف نیز کمینه باشد.

برای مقیاس‌بندی، مرزبندی و تولید حدس‌های اولیه برای متغیرهای بهینه‌سازی (نقاط کنترل منحنی‌های بی‌اسپیلاین)، می‌توان از همان سازوکارهای روش کلاسیک هم‌نشانی مستقیم استفاده نمود، زیرا نقاط کنترل مذکور با خروجی‌های هموار، تقریباً هم‌اندازه‌اند.

با بهره‌گیری از مفهوم همواری دیفرانسیلی در هم‌نشانی مستقیم، با کاهش فضای ابعادی مسأله بهینه‌سازی مسیر، تعداد متغیرها و قیود بهینه‌سازی مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی به‌شدت کاهش یافته و سرعت حل افزایش می‌یابد. با بهره‌گیری از منحنی‌های بی‌اسپیلاین در هم‌نشانی مستقیم، تقریب پیوسته‌ای از متغیرها ایجاد شده و لزوم استفاده از گره‌های زمانی متعدد برای افزایش دقت تقریب از بین می‌رود.

این روش ترکیبی، فارغ از فراهم‌نمودن امکان بهینه‌سازی مسیر برخط نیز دارای اهمیت و ارزش است. یعنی، حتی اگر به‌عنوان یک روش برون‌خط نیز از آن استفاده شود، نسبت به روش‌های متعارف بهینه‌سازی مسیر، مطلوب‌تر و دقیق‌تر است. این امر بر خلاف سایر رویکردهای بهینه‌سازی مسیر برخط بوده که استفاده از آنها در حالت برون‌خط جالب توجه نیست.

در روش ترکیبی، دقت حل فدای سرعت حل نشده است و این دو تؤامان ارتقاء یافته‌اند. در این رویکرد، به‌دلیل بهره‌مندی از مفهوم همواری دیفرانسیلی، ارتباط میان متغیرها با مشتقات زمانی و براساس روابط تحلیلی برقرار می‌گردد، درحالی‌که در روش هم‌نشانی مستقیم کلاسیک، ارتباط میان متغیرها با اعمال معادلات حالت گسسته در گره‌های زمانی متوالی برقرار می‌شود. در نتیجه، دقت حل در رویکرد ترکیبی بالاترست. سرعت حل نیز به‌دلیل کاهش تعداد متغیرها و قیود بهینه‌سازی، بسیار بیشتر از روش هم‌نشانی مستقیم کلاسیک است.

در مقاله حاضر، برای حل مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی از نرم‌افزار IPOPT استفاده می‌نماییم. این نرم‌افزار با بهره‌گیری از روش نقطه درونی اولیه دوگان می‌تواند مسائل بزرگ مقیاس برنامه‌ریزی غیرخطی را با دقت و سرعت بالایی حل نماید [۱۴].

۴- پیاده‌سازی روش برخط ترکیبی در حلقه

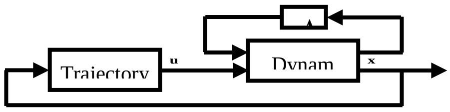
همان‌گونه که می‌دانیم، روش‌های کلاسیک حل مسائل

بهینه‌سازی مسیر و کنترل بهینه، منجر به یک پاسخ حلقه باز می‌گردند. پاسخ‌های بهینه حاصل از این روش‌ها، صرفاً برمبنای مدل ریاضی موجود و شرایط مرزی مشخص و از پیش تعیین‌شده به‌دست آمده‌اند. از این‌رو، به‌دلیل عدم قطعیت‌های مدل و اغتشاشات، اعمال کنترل‌های بهینه و پیاده‌سازی مسیرهای بهینه در عمل منجربه ارضای شرایط مرزی و بهینگی نخواهد شد.

به‌منظور دست‌یابی به یک پاسخ حلقه بسته برای مسائل بهینه‌سازی مسیر لازم است فرایند بهینه‌سازی مسیر در هنگام اجرای مأموریت به‌صورت برخط انجام پذیرد تا شرایط لحظه‌ای وسیله و مأموریت در آن لحاظ گردد. با توجه به تغییرات لحظه‌ای متغیرهای حالت وسیله، لازم است فرایند بهینه‌سازی مسیر برخط نیز به‌صورت لحظه‌ای انجام شود که طبیعتاً امکان‌پذیر نیست. زیرا حل مسائل بهینه‌سازی مسیر به‌دلیل پیچیدگی‌های فراوان آنها بسیار زمان‌بر است. اگر بتوان تا حد ممکن از زمان حل این مسائل کاست، می‌توان بهینه‌سازی مسیر لحظه‌ای را تا حدودی محقق ساخت. در این حالت، مسأله بهینه‌سازی مسیر براساس شرایط لحظه‌ای وسیله تعریف و در کوتاه‌ترین زمان ممکن حل می‌شود و فرامین کنترل اعمال می‌گردد. متناسب با شرایط جدید وسیله، مسأله بهینه‌سازی مسیر بعدی تعریف می‌شود و این چرخه تا رسیدن به شرایط نهایی مأموریت دنبال می‌گردد. براین‌اساس، فرایند بهینه‌سازی مسیر برخط درقالب حلقه‌ای کنترلی صورت می‌گیرد که بخش بهینه‌سازی‌کننده مسیر در نقش یک کنترل‌گر غیرخطی عمل می‌کند. در این حلقه، خروجی‌های سیستم در مقاطع زمانی مشخص به کنترل‌گر مذکور پسخور می‌شوند.درشکل **۶**، نمودار بلوکی این شیوه نشان داده شده است.

بهینه‌سازی مسیر برخط در قالب یک حلقه بسته کنترلی را می‌توان یک روش نوین کنترلی دانست که در آن، کنترل برمبنای بهینه‌سازی مسیر صورت می‌گیرد. این سازوکار کنترلی، همانند چیزیست که در رویکرد کنترل پیش‌بین مدل انجام می‌شود.

در کنترل پیش‌بین، ابتدا، یک مسیر حلقه‌باز با حل یک مسأله کنترل بهینه مقید در یک بازه زمانی مشخص و محدود به‌دست می‌آید که شرایط اولیه آن مطابق با شرایط کنونی متغیرهای حالت درنظر گرفته می‌شود. سپس، کنترل‌های بهینه محاسبه‌شده، در بخش کوچکی از بازه زمانی مذکور بر سیستم دینامیکی اعمال می‌گردد. با تکرار این فرایند، یک حلقه کنترلی ایجاد می‌شود. در واقع، این حلقه بسته کنترلی، از محاسبه مسیرهای بهینه از شرایط لحظه‌ای متغیرهای حالت به‌دست می‌آید [۱۵]. امروزه، این روش بیشتر تحت عنوان کنترل افق پسین شناخته می‌شود زیرا در آن، فرامین کنترل بهینه برای افق‌های زمانی آتی به‌دست می‌آیند. عبارت کنترل افق پسین بیان دقیق‌تری از عملکرد این شیوه کنترلی نسبت به کنترل پیش‌بین می‌باشد.



شکل (۶): بهینه‌سازی مسیر برخط در قالب یک حلقه بسته کنترلی.

کنترل افق پسین، عملکرد موفقی را در کنترل فرایندهای صنعتی داشته است. البته این موفقیت به‌دلیل دینامیک نسبتاً کُند فرایندهای صنعتی بوده است. الگوریتم‌های کنترل افق پسین نیازمند توان محاسباتی بسیار زیادی هستند و درصورت پیاده‌سازی نامناسب، منجر به واگرایی یا پایداری ضعیفی خواهند شد. این مشکلات سبب گردیده از به‌کارگیری این روش کنترلی در سیستم‌های غیرخطی با دینامیک سریع اجتناب گردد. امروزه، با پیشرفت و گسترش ابزارهای محاسباتی ارزان و در عین حال قدرتمند و نیز درک بهتر مشخصات پایداری کنترل افق پسین، این شیوه کنترلی مجدداً احیاء شده است.

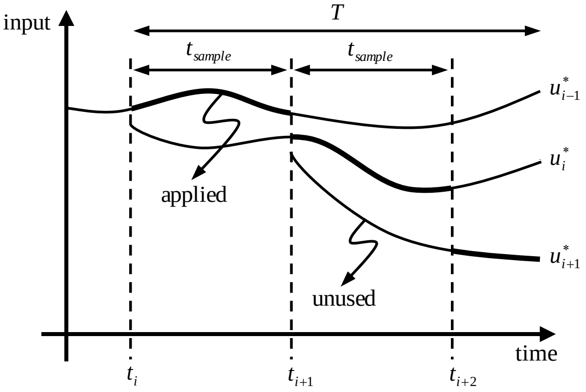
استفاده از کنترل افق پسین برای کنترل وسایل هوافضایی توسط برخی از محققین پیشنهاد شده و مورد تحلیل قرار گرفته است [۱۶]. بهره‌گیری از کنترل افق پسین در زمینه هوافضا دارای مزایای بسیاری است که مهمترین آنها، قابلیت این روش کنترلی در درنظرگرفتن قیود حالت و کنترل است. در این روش، فرامین کنترل با لحاظ نمودن قیود حاکم و محدودیت‌های مسأله تعیین می‌گردند. همچنین ویژگی ارزشمند دیگر این روش، امکان تغییر ساختار مسأله بهینه‌سازی مسیر در هر لحظه بوده که انعطاف‌پذیری مأموریتی فوق‌العاده‌ای را برای وسایل هوافضایی ایجاد می‌نماید. در این روش به‌دلیل حل مکرر مسأله بهینه‌سازی مسیر در بازه‌های زمانی کوتاه، امکان تغییر توابع هدف و قیود در هربار حل مسأله وجود دارد. یعنی می‌توان هر مسأله را متناسب با شرایط وسیله و مأموریت، با ساختاری جدید تعریف نمود. مثلاً در

میانه هدایت یک موشک برای رهگیری یک هدف، می‌توان مأموریت را تغییر داد و موشک را به‌سوی هدف دیگری هدایت نمود. در این روش، می‌توان مدل دینامیکی مورد استفاده برای تعیین مسیر بهینه را هم برای بخش‌های مختلف مأموریت تغییر داد.

برای پیاده‌سازی کنترل افق پسین و ایجاد حلقه‌های کنترلی بر مبنای روش‌های حل مسائل بهینه‌سازی مسیر، رویکردهای مختلفی مطرح شده است. براین اساس، نحوه اثرگذاری شرایط لحظه‌ای و نهایی و مقاطع زمانی اعمال فرامین کنترلی مشخص می‌گردد. رویکرد این مقاله، به‌شرح زیر است:

در این رویکرد، پس از راه‌اندازی حلقه کنترلی، مسأله بهینه‌سازی مسیر با استفاده از شرایط کنونی متغیرهای حالت، برای یک افق زمانی مشخص و محدود $t_{horizon}$ به‌صورت برخط حل می‌گردد. اگر فرض نماییم، زمان محاسبه مسیر بهینه در این رویکرد به اندازه t_{sample} باشد، کنترل بهینه مسیر محاسبه‌شده را در t_{sample} بعدی بر سیستم اعمال می‌نماییم. در همین هنگام (در t_{sample} دوم)، مسیر بهینه جدیدی را بر مبنای حالت کنونی وسیله محاسبه می‌کنیم و کنترل بهینه مسیر محاسبه‌شده را در t_{sample} سوم بر سیستم اعمال می‌نماییم. با ادامه این فرایند تا پایان مأموریت، عملاً وسیله توانسته با استفاده از مسیر بهینه محاسبه‌شده به‌صورت برخط، مأموریت خود را به انجام رساند. در شکل۷، این رویکرد نشان داده شده است. باید توجه داشت با اعمال کنترل‌های بهینه محاسبه‌شده، الزاماً مسیرهای بهینه مورد انتظار طی نخواهند شد، زیرا به‌دلیل عوامل گوناگونی نظیر عدم قطعیت‌های مدل، اغتشاشات، عوامل تصادفی و هرآنچه که در بهینه‌سازی مسیر به دقت مدل نشده است، مسیر طی‌شده با مسیر موردانتظار متفاوت خواهد بود. به همین جهت، هنگام محاسبه مسیر بهینه جدید، از شرایط موردانتظار استفاده نمی‌شود و از شرایط واقعی وسیله استفاده می‌گردد.

همان‌گونه که در شکل **۷** مشخص است، هنگام اعمال فرامین کنترل بهینه، تنها آن بخشی از فرامین کنترل محاسبه‌شده اعمال می‌گردد که مربوط به بازه زمانی t_{sample} بعدی است. این کار سبب می‌شود تأخیرات محاسباتی، حداقل تأثیر را در فرایند کنترل داشته باشند و فرامین کنترل بهینه تنها در بازه‌های زمانی مربوط به خود اعمال شوند. در این حالت، مسیر بهینه را برای یک بازه زمانی طولانی‌تر ($t_{horizon}$) محاسبه کرده‌ایم، ولی تنها بخش کوچکی از آن (t_{sample}) را بر سیستم اعمال نموده‌ایم.



شکل (۷): نحوه اعمال فرامین در روش کنترل افق پسین.

در پیاده‌سازی کنترل افق پسین، تعیین مقدار $t_{horizon}$ متناسب با ماهیت دینامیکی مأموریت و وسیله صورت می‌گیرد. اما، مقدار t_{sample} براساس زمان حل مسأله بهینه‌سازی مسیر تعیین می‌شود. این زمان را هم می‌توان به‌صورت ثابت و هم به‌صورت متغیر درنظر گرفت. در حالت متغیر، هرگاه محاسبه مسیر بهینه پایان یابد، اعمال کنترل بهینه محاسبه‌شده و محاسبه مسیر بهینه جدید برمبنای شرایط لحظه‌ای وسیله آغاز می‌شود. بدیهی است مقدار $t_{horizon}$ باید بسیار بیشتر از t_{sample} باشد تاپیاده‌سازی مسیربهینه، دقیق‌تر صورت گیرد. همچنین، باید t_{sample} نسبت به ثابت زمانی سیستم آنقدر کوچک باشد که بتوان بهینه‌سازی مسیر را براساس شرایط لحظه‌ای دانست.

در رویکرد بیان‌شده، اعمال شرایط مرزی نهایی با دشواری‌هایی روبه‌روست. یعنی اگر بخواهیم یک متغیر حالت در پایان مأموریت شرایط ویژه‌ای را داشته باشد، درنظرگرفتن آن در کنترل افق پسین دشوار خواهد بود. در این روش کنترلی، معمولاً به‌جای درنظرگرفتن شرایط مرزی نهایی، این شرایط به‌عبارت مایر تابع هدف افزوده می‌شوند. یعنی وقتی وسیله به پایان بازه زمانی $t_{horizon}$ می‌رسد، باید شرایط خاصی را نسبت به شرایط نهایی مأموریت داشته باشد. مثلاً در یک مسأله هدایت و رهگیری، وسیله در هر بازه زمانی به هدف نزدیک‌تر گردد. این تعبیر نزدیک‌تر شدن، یعنی اتفاق بهینه‌ای که شرایط نهایی را تأمین می‌کند. پس در این حالت، شرایط نهایی در قالب بخشی از تابع هدف بر مسأله بهینه‌سازی مسیر اعمال می‌شوند. راه دیگر حل این مشکل این است که مسیرهای بهینه، به‌جای حل در بازه $t_{horizon}$ ، در بازه زمانی باقی‌مانده تا پایان مأموریت حل شوند. یعنی، بازه زمانی مسأله

آزاد درنظرگرفته شود و مسیرهای بهینه در هر مقطع تا هنگام برخورد وسیله با هدف محاسبه شوند.

یکی دیگر از مشکلات موجود، امکان عدم همگرایی حل مسأله بهینه‌سازی مسیر است. مثلاً اگر فرایند حل واگرا گردد یا اینکه فرایند حل در چارچوب زمانی معین همگرا نگردد و نیاز به فرصت بیشتر برای همگرایی داشته باشد، عملاً امکان استفاده از مسیر محاسبه‌شده وجود ندارد. راه‌کار موجود برای رفع این مشکل، توجه به شاخص‌های همگرایی مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی است. اگر مسأله در یک بازه زمانی مشخص (t_{sample}) با توجه به شاخص‌های همگرایی از پیش‌تعیین‌شده همگرا نگردید، باید از اعمال مسیر محاسبه شده پرهیز نمود و اجازه داد وسیله مطابق با فرامین کنترلی پیشین حرکت نماید.

۵- شبیه‌سازی و حل عددی

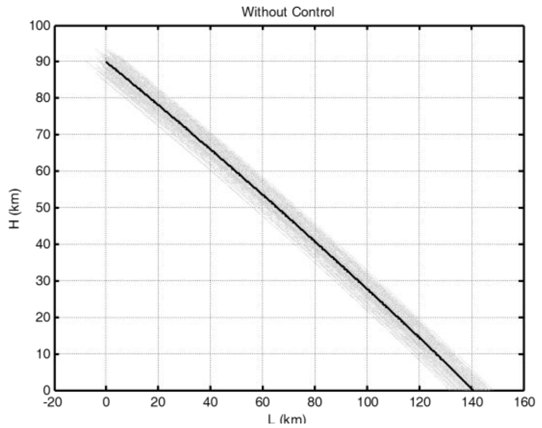
در این بخش، می‌خواهیم یک مثال عددی از اعمال قانون هدایت پیشنهادی برای یک جسم بازگشتی را مطرح نموده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی مربوطه را ارائه نماییم. در این شبیه‌سازی، تابع هدف را کمینه‌کردن زمان هدایت (یا بیشینه‌کردن سرعت برخورد با هدف) درنظر می‌گیریم.

در این بخش، علاوه‌بر اعمال قانون هدایت ترکیبی، قوانین هدایت PPN و TPN را نیز به‌عنوان دو نمونه از قوانین کلاسیک بهینه بر مسأله اعمال می‌نماییم تا امکان مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های کلاسیک بهینه فراهم شود. برای شبیه‌سازی قوانین هدایت PPN و TPN، ثابت ناوبری را ۸ فرض می‌کنیم که مقدار بهینه‌ای برای مسأله هدایت موردنظر است.

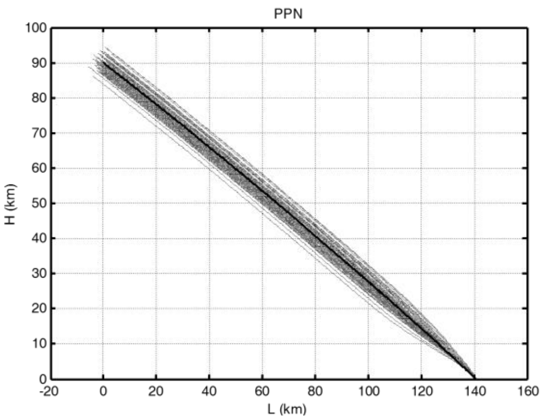
به‌منظور پیاده‌سازی قوانین هدایت، حداقل ارتفاع لازم برای اعمال فرامین هدایت را ۴۰ کیلومتر درنظر می‌گیریم. زیرا در ارتفاعات بالاتر از این مقدار، فرامین هدایت به‌دلیل رقیق‌بودن جو قادر به ایجاد تغییر در مسیر حرکت وسیله نیستند.

در شبیه‌سازی به‌دلیل بهره‌گیری از متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال، لازم است تا تحلیل مونت‌کارلو برای تعداد قابل‌قبولی از اجراها اعمال گردد. از این‌رو، در این بخش برای هر تحلیل، ۱۰۰ اجرای مختلف صورت پذیرفته است. به‌منظور تحلیل پاسخ‌ها، انحراف از معیار خطای برد، میانگین سرعت برخورد با هدف و جذر میانگین مربعات (RMS) زاویه حمله را محاسبه می‌کنیم.

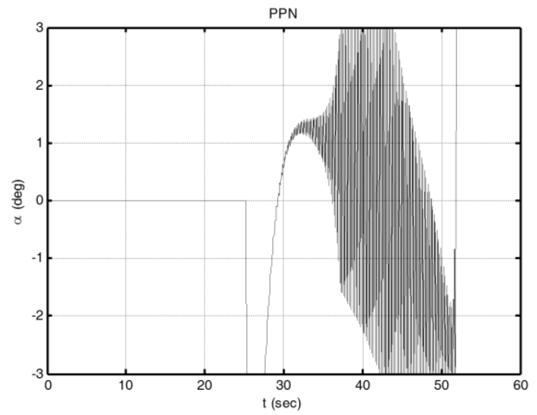
اگر برای شرایط اولیه مسیر و برخی از پارامترهای مدل، عدم قطعیت‌هایی مطابق با واقعیات موجود درنظر گرفته شود، وسیله با نقاط مختلفی برخورد خواهد نمود. در شکل **۸**، مسیرهای حاصل از ۱۰۰ اجرا بدون اعمال قوانین هدایت و فرامین کنترل رسم شده است. با انجام این شبیه‌سازی برای ۱۰۰ اجرا، 3σ خطای برخورد ۱۲۲۵۸ متر و میانگین سرعت نهایی ۸۲۲ متر بر ثانیه به‌دست می‌آید.



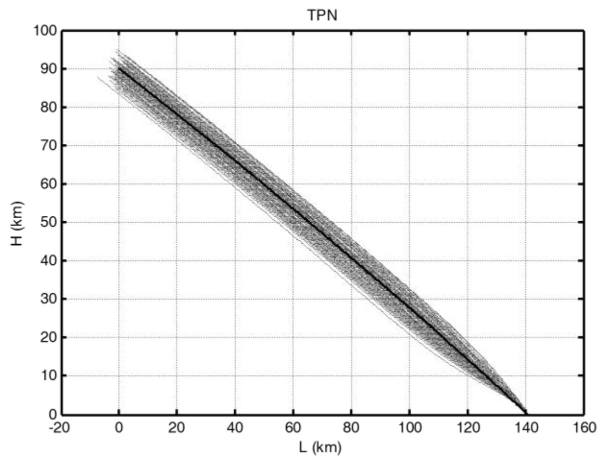
شکل (۸): شبیه‌سازی بدون کنترل.



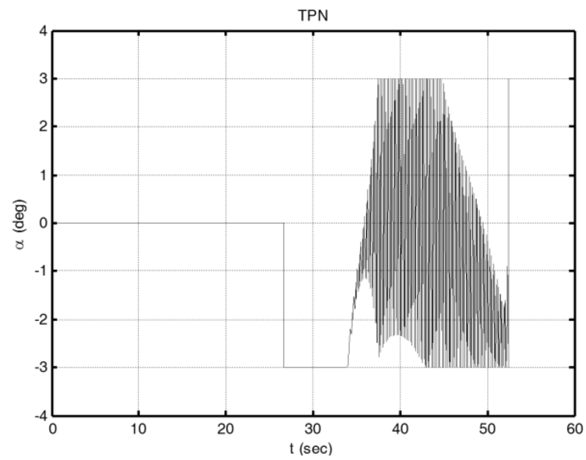
شکل (۹): مسیرهای تولیدی توسط قانون هدایت PPN.



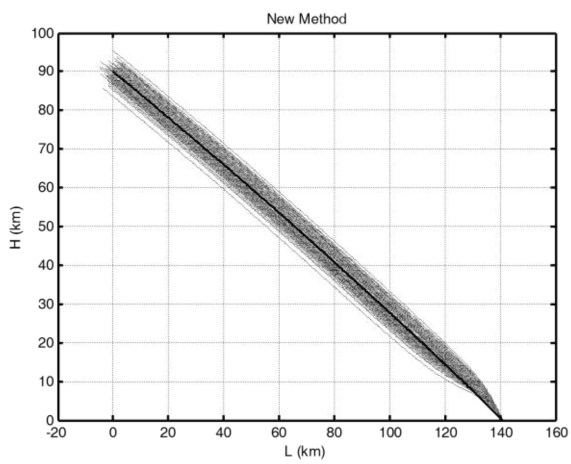
شکل (۱۰): فرامین هدایت تولیدی توسط قانون هدایت PPN.



شکل (۱۱): مسیرهای تولیدی توسط قانون هدایت TPN.



شکل (۱۲): فرامین هدایت تولیدی توسط قانون هدایت TPN.

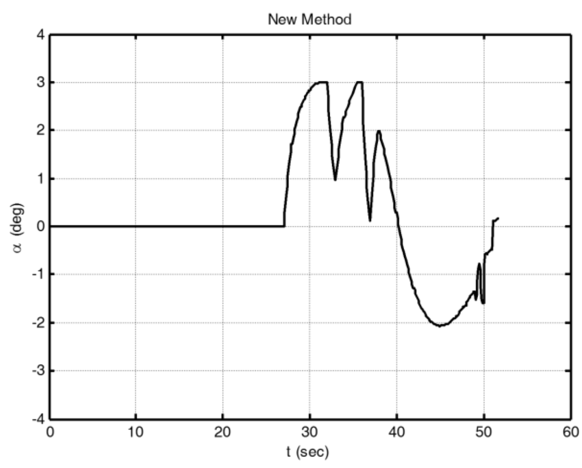


شکل (۱۳): مسیرهای تولیدی توسط قانون هدایت جدید.

در شکل **۹**، مسیرهای حاصل از ۱۰۰ اجرا با قانون هدایت PPN رسم شده است. در شکل **۱۰**، یک نمونه از فرامین تولیدی توسط این قانون هدایت در طول بازه زمانی نشان داده شده است. با انجام این شبیه‌سازی برای ۱۰۰ اجرا، 3σ خطای برخورد ۱/۲۱ متر، میانگین سرعت نهایی ۷۶۳/۷۰ متر بر ثانیه و جذر میانگین مربعات زاویه حمله ۱/۷۱ درجه به‌دست می‌آید.

در شکل **۱۱**، مسیرهای حاصل از ۱۰۰ اجرا با قانون هدایت TPN رسم شده است. در شکل **۱۲**، یک نمونه از فرامین تولیدی توسط این قانون هدایت در طول بازه زمانی نشان داده شده است. با انجام این شبیه‌سازی برای ۱۰۰ اجرا، 3σ خطای برخورد ۱/۲۷ متر، میانگین سرعت نهایی ۷۶۱/۶۳ متر بر ثانیه و جذر میانگین مربعات زاویه حمله ۱/۷۴ درجه به‌دست می‌آید. در شکل **۱۳**، مسیرهای حاصل از ۱۰۰ اجرا با قانون هدایت جدید (روش ترکیبی) رسم شده است. در شکل **۱۴**، یک نمونه از فرامین تولیدی توسط این قانون هدایت در طول بازه زمانی نشان داده شده است. با انجام این شبیه‌سازی برای ۱۰۰ اجرا، 3σ خطای برخورد ۵/۶۹ متر، میانگین سرعت نهایی ۹۵۲/۱۴ متر بر ثانیه و جذر میانگین مربعات زاویه حمله ۱/۳۶ درجه به‌دست می‌آید.

در جدول **۱**، نتایج حاصل از پیاده‌سازی سه روش هدایت به‌منظور مقایسه ارائه شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد، هر سه قانون هدایت منجر به خطای برخورد قابل‌قبولی شده‌اند. اما قانون هدایت جدید توانسته است سرعت برخورد را به میزان قابل‌توجهی افزایش دهد و درعین‌حال، این کار را با تلاش کنترلی کمتری به انجام رسانده است. یعنی با تلاش کنترلی کمتر، عملکرد بهتری ارائه نموده است. در قانون هدایت جدید، نحوه تغییرات فرامین کنترل برخلاف دو قانون دیگر، هموار و غیرنوسانی می‌باشد.



شکل (۱۴): فرامین هدایت تولیدی با قانون هدایت جدید.

جدول (۱): مقایسه نتایج حاصل از سه روش با درنظرگرفتن عدم قطعیت‌ها.

Method	3σ Range Error (m)	Mean V_f (m/s)	Mean α RMS (deg)
PPN	۱/۲۱	۷۶۳/۷۰	۱/۷۱
TPN	۱/۲۷	۷۶۱/۶۳	۱/۷۴
New Method	۵/۶۹	۹۵۲/۱۴	۱/۳۶

قوانین هدایت PPN و TPN خود در زمره قوانین هدایت بهینه می‌باشند، اما ازآنجایی‌که قادر نیستند محدودیت‌های فرامین را درنظر بگیرند منجر به بروز اشباع در کنترل‌ها می‌شوند. در این حالت، فرمان تولیدی بیش از مقدار کنترل اعمالی بر وسیله می‌باشد و وسیله به‌دلیل بروز اشباع، فرمان هدایت را به‌طور کامل تبعیت نمی‌کند. درحالی‌که در قانون هدایت جدید (روش ترکیبی)، امکان تعریف محدودیت‌های فرامین کنترل وجود دارد و قانون هدایت، فرامین را برمبنای همین محدودیت‌ها بهینه می‌کند. نکته دیگر این است که بهینگی قوانین هدایت کلاسیک، براساس مدل‌سازی سینماتیکی بسیار ساده‌ای به‌دست آمده است و هدف از این‌گونه قوانین هدایت، صرفاً کاهش خطای برخورد بوده است. اما در قانون هدایت جدید، تابع هدف، کمینه‌کردن زمان (یا بیشینه‌کردن سرعت برخورد) بوده است که اثر آن در جدول **۱** به‌وضوح قابل مشاهده است.

قانون هدایت جدید به‌گونه‌ای عمل می‌کند که وسیله در حداقل زمان به هدف نزدیک شود و میزان اُفت سرعت آن کمینه باشد تا سرعت برخورد با هدف بیشینه گردد.

اکنون علاوه‌بر عدم قطعیت‌های مدل، باد را نیز به‌عنوان یک عامل اغتشاشی درنظر می‌گیریم. در جدول **۲**، نتایج حاصل از پیاده‌سازی سه روش هدایت برای ۱۰۰ اجرا ارائه شده است.

همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد، قوانین هدایت PPN و جدید (روش ترکیبی) منجر به خطای برخورد قابل‌قبولی شده‌اند. قانون هدایت TPN به‌دلیل ماهیت خود و راستای باد درنظرگرفته‌شده منجر به خطای برخورد بیشتری شده است. قانون هدایت جدید در حضور باد نیز منجر به سرعت برخورد بیشتری شده است. البته به‌دلیل موافق‌بودن جهت باد با مسیر پرواز وسیله، سرعت برخورد در هر سه روش به میزان مشخصی افزایش یافته است. نکته جالب توجه در نتایج ارائه‌شده، کمتربودن تلاش کنترلی در قانون هدایت جدید نسبت به حالت بدون باد است، درحالی‌که در دو قانون دیگر چنین کاهش تلاشی رخ نداده است. قانون هدایت جدید به‌دلیل حل متوالی مسأله کنترل بهینه، قادراست اثر مثبت باد را در حرکت وسیله تشخیص دهد و با بهره‌مندی از نیروی باد، با تلاش کنترلی کمتری وسیله را به‌سمت هدف هدایت نماید. حل چندباره مسأله هدایت در روش جدید، امکان تشخیص ضمنی اغتشاشات را برای سامانه هدایت فراهم می‌کند.

جدول (۲): مقایسه نتایج حاصل از سه روش در حضور باد.

Method	3σ Range Error (m)	Mean V_f (m/s)	Mean α RMS (deg)
PPN	۱/۶۹	۸۳۳/۴۳	۱/۷۶
TPN	۲۰۷/۸۷	۸۸۲/۵۰	۱/۷۵
New Method	۱۱/۰۹	۱۰۱۱/۹۲	۱/۱۸

۶- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، یک قانون هدایت جدید برمبنای بهینه‌سازی مسیر برخط پیشنهاد گردید. این قانون با بهره‌گیری از یک روش ترکیبی، می‌تواند فرامین هدایت را متناسب با شرایط لحظه‌ای وسیله و هدف تولید نماید. این روش نوین می‌تواند عملکرد بهتری را نسبت به قوانین متعارف هدایت از خود نشان دهد و به‌دلیل انعطاف‌پذیری بالا در تعریف مدل‌های دینامیکی، توابع هدف و قیود نقطه‌ای و مسیری گوناگون، در کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار گیرد.

در روش هدایت پیشنهادی، می‌توان با حداقل تلاش کنترلی به بهترین عملکرد وسیله دست یافت و با تولید فرامین هدایت هموار و کم‌نوسان، به بیشینه سرعت برخورد با هدف رسید.

قانون هدایت جدید برمبنای مدل سینماتیکی و دینامیکی مسأله هدایت عمل می‌کند و فرامین هدایت را براساس حل متوالی مسائل کنترل بهینه (بهینه‌سازی مسیر) تولید می‌نماید. از اینرو، دارای حجم محاسباتی بسیار زیادی نسبت به قوانین هدایت متعارف است. یعنی، هزینه محاسباتی زیادی دارد و نیازمند سخت‌افزار قوی‌تری برای انجام محاسبات پیچیده است. میزان دقت و تطابق مدل دینامیکی تعریف‌شده با واقعیات مسأله، تأثیر بسزایی در دقت فرایند هدایت دارد. برای این روش، باید مدلی برای مسأله تعریف شود که ضمن سادگی و اختصار، بادقت قابل‌قبولی بیانگر رفتارسامانه هدایت‌شونده باشد.

۷- مراجع

1. Shneydor, N.A. “Missile Guidance and Pursuit: Kinematics, Dynamics and Control”, Horwood

Publishing, Chichester, England, 1998.
2. Palumbo, N.F., Blauwkamp R.A., and Lloyd J., “Modern Homing Missile Guidance Theory and Techniques”, Johns Hopkins APL Technical Digest, Vol. 29, No. 1, pp. 42-59, 2010.
3. Contensou, P., “á l’Etude Schematique Des Trajectories Semi-Balistique á Grand Portée”, Communication to Association Technique Maritime et Aeronautique, 1965.
4. Eisler, G.R. and Hull, D.G. “Guidance law for hypersonic descent to a point”, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, AIAA, Vol. 17, No. 4, pp. 649-654. 1994.
5. Esmaelzadeh, R. “Near Optimal Reentry Guidance Law Using Inverse Problem Approach”, PhD Thesis, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran, 2007 (in Persian).
6. Naghash, A., Esmaelzadeh, R., Mortazavi M. and Jamilnia R. “Near Optimal Guidance Law for Descent to a Point Using Inverse Problem Approach”, Journal of Aerospace Science and Technology, Elsevier, Vol. 12, No. 3, pp. 241-247, 2008.
7. VonStryk, O. “Numerical Solution of Optimal Control Problems by Direct Collocation”, International Series of Numerical Mathematics, Birkhauser Verlag, Vol. 111, pp. 129-143, 1993.
8. Betts, J.T. “Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization”, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, AIAA, Vol. 21, No. 2, pp. 193-207, 1998.
9. Jamilnia, R. “Development of an Online Combined Method for Trajectory Optimization”, PhD Thesis, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran, 2012 (in Persian).
10. Seywald, H. “Trajectory Optimization based on Differential Inclusion”, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, AIAA, Vol. 17, No. 3, pp. 480-487, 1994.
11. Fliess, M., Levine, J., Martin, P. and Rouchon P. “Flatness and Defect of Nonlinear Systems”, International Journal of Control, Vol. 61, No. 6, pp. 1327-1361, 1995.
12. De Boor, C., “A Practical Guide to Splines”, Springer, 1978.
13. Betts, J.T. “Practical Methods for Optimal Control and Estimation Using Nonlinear Programming”, 2nd ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010.
14. Wächter, A. “An Interior Point Algorithm for Large Scale Nonlinear Optimization with Applications in Process Engineering”, PhD thesis, Carnegie Mellon University, Pennsylvania, 2002.
15. Jadbabaie, A. “Nonlinear Receding Horizon Control: A Control Lyapunov Function Approach”, PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, 2001.
16. Milam, M.B. “Real-Time Optimal Trajectory Generation for Constrained Dynamical Systems”, PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, 2003.