

((یادداشت مهندسی))

بهبود کنترل H_∞ با استفاده از الگوریتم نوین لغزشی - فازی مدل مبنا برای سامانه تعلیق فعال قطار پرسرعت ریلی

سیدعلی ظهیری پور^۱، میلاد فامیلیان^۲، علی اکبر جلالی^۳ و سید کمال الدین موسوی مشهدی^۴

دانشکده مهندسی برق

دانشگاه علم و صنعت ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۶/۱۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۱/۱۰)

چکیده

طراحی سامانه تعلیق فعال قطار، یکی از مسائل مهم صنعت قطارهای پر سرعت است. سامانه تعلیق غیرفعال مرسوم نمی‌تواند نیازهای لازم برای پیشرفت قطارهای پرسرعت با توجه به افزایش سرعت قطار را فراهم کند. در این مقاله، جهت بهبود میزان نوسانات کوپه در مقابله با اغتشاشات جانبی ناشی از نامنظمی‌های خط آهن و همین‌طور تغییرات جرم کوپه به‌عنوان نامعینی پارامتری، از کنترل مد لغزشی مدل مبنای پیوندی با تنظیم‌کننده فازی استفاده شده است. هدف این مقاله، بهبود کنترل‌کننده مقاوم H_∞ با استفاده از روش نوین مد لغزشی برای سامانه تعلیق فعال قطار پرسرعت است که باعث کاهش نوسانات و شتاب جانبی کوپه، بهبودی پایداری قطار و راحتی مسافران، حین حرکت در سرعت‌های بالا است. انگیزه انتخاب رویکرد مقاوم در این پروژه، بهبود عملکرد سامانه در حضور انواع نامعینی‌های پارامتری و عدم قطعیت‌های مدل و نیز اغتشاشات خارجی است. به‌منظور نمایش کارایی بیش‌تر روش پیشنهادی، کنترل‌کننده مقاوم H_∞ نیز به‌منظور کاهش ارتعاشات کوپه قطار طراحی شده است. مقایسه عملکرد سامانه تعلیق فعال قطار در حضور کنترل‌کننده H_∞ با کنترل‌کننده لغزشی پیشنهادی، مبین توانایی بیشتر کنترل‌کننده لغزشی در دفع اغتشاش در حضور نامعینی پارامتری است.

واژه‌های کلیدی: تعلیق فعال قطار، کنترل مقاوم، مد لغزشی، کنترل‌کننده H_∞ ، عدم قطعیت پارامتری

((Engineering Note))

Improving H_∞ Control using new Robust Model Reference Sliding-Fuzzy Algorithm for High Speed Train Active Suspension System

S.A. Zahiripour, M. Familian, A. Jalali and S.K. Mousavi Mashhadi

Electrical Engineering Department

Iran University of Science and Technology

(Received: 7/September/2014; Accepted: 1/March/2015)

ABSTRACT

Designing train active suspension system is one of the most important issues in high speed train industry. The conventional passive suspension system can't provide requirements for development of high speed trains, according to increasing speed of train. In this paper, to improvement of coupe oscillations against external disturbances from railway irregularity and changing in coupe mass as compartment as parameter uncertainties, the hybrid model reference sliding mode control with fuzzy regulator and the H_∞ method is used. The purpose of this paper is designing and comparison between robust controllers for high speed train active suspension system using the improved sliding mode and H_∞ methods, this reduces the oscillations and lateral acceleration of coupe, improves train stability and passenger comfort, while moving at high speeds. Motivation for the choice of robust approach in this paper is to improve the system performance against presence of parameter uncertainties and model uncertainties and external disturbances. In sliding mode method, sliding surface is defined as a proportional-derivative function of adaptation error. Then, the controller has been designed in considering the parameter uncertainty. Defining the decision parameter and using a fuzzy system, to improving performance quality of designed controller, is the innovation of this paper. H_∞ robust controller has been used in order to reduce the vibration of the train coupe.

Keywords: Train Active Suspension, Robust Control, Sliding Mode, H_∞ Controller, Parameter Uncertainty

۱- دانشجوی دکتری: zahiri@elec.iust.ac.ir

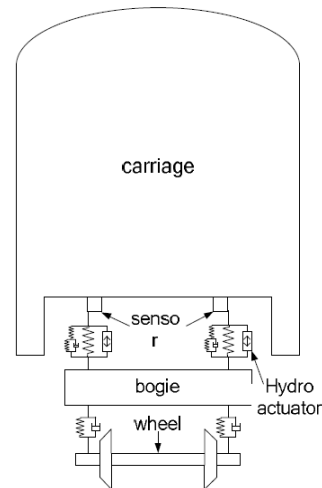
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: m_familian1367@yahoo.com

۳- استاد (نویسنده پاسخگو): drjalali@iust.ac.ir

۴- استادیار: sk_mousavi@iust.ac.ir

۱- مقدمه

به منظور آسایش و رفاه در حین نقل و انتقال و مسافرت با قطارهای پرسرعت، سامانه تعلیق یک ضرورت می باشد. به منظور ارتقای کیفیت حمل و نقل، همراه با ایمنی و سرعت بالا، سامانه های نیمه فعال و فعال تعلیق، به عنوان موضوع تحقیقاتی مناسب در حوزه قطارهای پرسرعت مورد بررسی قرار گرفته اند. مسافران قطار پرسرعت، نقل و انتقالی سریع تر، پایدارتر و آسوده تر می طلبند، بنابراین معمولاً مصالحه ای بین ایمنی و سرعت بالا در قطارهای پرسرعت انجام می گیرد. امروزه با پیشرفت روزافزون علوم مکترونیک، اجرایی کردن سامانه تعلیق بر روی قطارهای پرسرعت آسان تر گشته است [۱]. شکل ۱ شماتیک کلی سامانه تعلیق فعال یک چهارم قطار را نشان می دهد.



شکل (۱): شماتیک کلی سامانه تعلیق قطار.

در سامانه تعلیق قطار، پارامترهای متنوعی وجود دارد که در عملکرد سامانه موثر می باشد:

۱. راحتی سفر، که وابسته به شتاب عمودی است که توسط سرنشین قطار احساس می شود،
۲. حرکت بدنه قطار، که حرکت های *pitching* و *rolling* بدنه یا کوپه در مسیرهای ریلی می باشند،
۳. حفظ شدن بر روی ریل، که مربوط به نیروی تماس بین چرخ قطار و ریل است و
۴. حرکت تعلیق، که اشاره به جابه جایی نسبی بین چرخ قطار و کوپه دارد و میزان این جابه جایی دارای محدودیت است.

در تعلیق غیرفعال، دفع اغتشاشات مسیر ریلی به وسیله عناصر غیرفعال انجام می شود که این عناصر نمی توانند دامنه

ارتعاشات در فرکانس های مختلف را به نحو بهینه کاهش دهند. همچنین برای راحتی سفر، این عناصر باید از نوع نرم قرار داده شوند. از طرفی برای بهبود تماس چرخ قطار با سطح ریل، فنرها و کمک فنرها باید سخت تر ساخته شوند تا ارتعاش چرخ را میرا کنند. با توجه به مطالب ذکر شده به منظور مدیریت بهینه راحتی سفر و کنترل پایداری قطار، باید مشخصه های تعلیق بر طبق نیاز و به ازای اغتشاشات متفاوت از سوی مسیر ریلی قطار تغییر کند. به عبارت دیگر کنترل فعال تعلیق مورد نیاز می باشد. تحت معماری حمل و نقل پرسرعت، پاسخ سریع و تطبیقی به اغتشاشات نامعین، نقش حیاتی در تضمین ایمنی و راحتی عملکرد قطار ایفا می کند [۲].

به منظور دستیابی به مقاومت بالا در مقابله با عدم قطعیت پارامترهای مدل و نیز اغتشاشات باری، طرح های کنترل مقاوم گوناگونی همچون کنترل لغزشی، کنترل H_∞ و نیز کنترل تطبیقی بر روی این سامانه، مطالعه شده است [۳].

کنترل مد لغزشی، روش مطلوبی برای کنترل سیستم ها در حضور انواع نامعینی ها می باشد. پژوهش های مختلفی در مورد انواع روش های انتخاب سطح لغزش مانند استفاده از استراتژی های بهینه، مدل مینا، مدل مینای بهینه، روش تناسبی- انتگرالی تعمیم یافته و استفاده از دینامیک های پایدار مختلف، انجام شده است [۴-۵].

مرور پژوهش های گذشته در حوزه تعلیق فعال توسط چوانبو^۱ و همکاران [۵]، چن^۲ و دستیارش [۶]، ژیا^۳ و همکارانش [۷]، ظهیری پور و همکارانش [۸-۹] و همین طور هاشمی پور و همکارانش [۱۰]، نشان می دهد که سیستم مورد مطالعه در آنها عموماً تعلیق اتومبیل بوده است، حال آنکه کنترل تعلیق جانبی قطار به جهت کار با پارامترهای جرمی در ابعاد بسیار بالاتر و همین طور سرعت های بالاتر که اثر اغتشاشات خارجی را بیش تر نمایان می کند از اهمیت بالاتری برخوردار است. کنترل مقاوم H_∞ نیز، با توجه به چندمنظوره بودن، می تواند انتخاب مناسبی برای کنترل سیستم تعلیق قطار باشد [۱۱].

ساختار این مقاله بر استفاده از روش کنترل مقاوم مد لغزشی نوین استوار شده است. بدین منظور ابتدا روش کنترلی مد لغزشی و سپس به منظور نمایش کارایی بیش تر آن، روش H_∞ به کار گرفته شده است. در بخش های بعد به ترتیب به

جهت بردارهای y_c, y_b, w مثبت است. با استفاده از قانون دوم نیوتن برای جرم‌های کوپه و بوژی، معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آیند.

$$m_c \ddot{y}_c = -k_s(y_c - y_b) - c_s(\dot{y}_c - \dot{y}_b) + f_s \quad (1)$$

$$m_b \ddot{y}_b = k_s(y_c - y_b) + c_s(\dot{y}_c - \dot{y}_b) - k_p(y_b - w) - f_s \quad (2)$$

بردار حالت را به صورت (۳) انتخاب می‌کنیم:

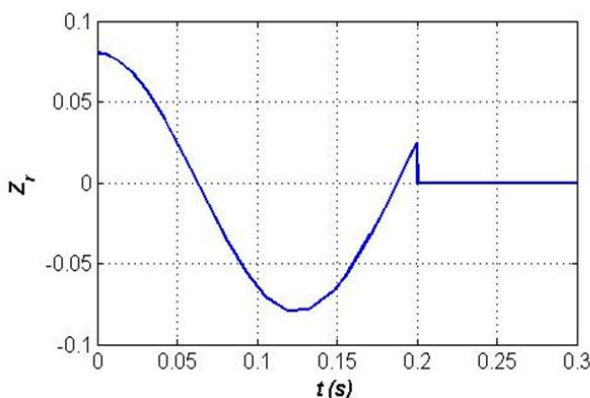
$$x_1 = y_c, x_2 = \dot{y}_c, x_3 = y_b, x_4 = \dot{y}_b \quad (3)$$

با فرض $u = f_s$ می‌توان بیان فضای حالت سامانه تعلیق فعال قطار را به صورت معادله (۴) نوشت [۱۳].

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_c} & -\frac{c_s}{m_c} & \frac{k_s}{m_c} & \frac{c_s}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_b} & \frac{c_s}{m_b} & -\frac{k_s - k_p}{m_b} & -\frac{c_s}{m_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

در عمل، اغتشاشات خارجی زیادی وجود دارند که در عملکرد سیستم تعلیق قطار تأثیر دارند که از مهم‌ترین عوامل آن می‌توان به انحراف افقی ریل یا نامنظمی خط آهن، انحراف عمودی یا تغییرات شیب مسیر خط آهن و نیروی باد اشاره کرد. در این مقاله انحراف افقی ریل یا نامنظمی و پیچ‌های خط آهن به‌عنوان اغتشاش خارجی در نظر گرفته شده است. مدل زمانی نامنظمی‌های خط آهن w_s که بیان‌گر اغتشاش خارجی می‌باشد به صورت رابطه (۵) و شکل ۳ در نظر گرفته شده است.

$$w(t) = \begin{cases} 0.02 \cos(8\pi t) & t < 0.2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$



شکل (۳): مدل زمانی نامنظمی خط آهن w .

مدل‌سازی دینامیکی سامانه تعلیق فعال قطار، طراحی کنترل‌کننده‌های مد لغزشی و H_∞ برای سیستم تعلیق فعال قطار پرداخته شده است. در نهایت نتایج شبیه‌سازی همراه با مقایسه عملکرد دو کنترل‌کننده آمده است.

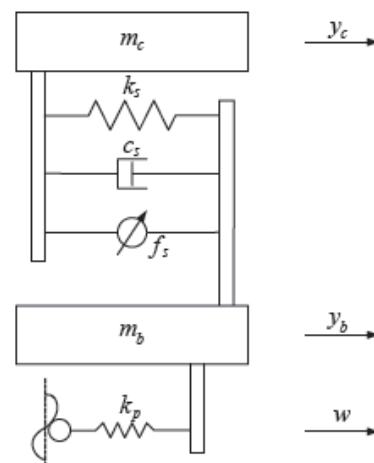
۲- مدل‌سازی دینامیکی سامانه تعلیق جانبی قطار

در این بخش، به مدل‌سازی دینامیکی سامانه تعلیق جانبی یک‌چهارم قطار پرسرعت ریلی پرداخته شده است. همچنین، مدل اغتشاش و نامعینی‌های موجود در سامانه کنترل تعلیق فعال قطار پرسرعت آمده است.

شکل ۲ مدل یک‌چهارم سامانه تعلیق جانبی قطار را با دودرجه آزادی نشان می‌دهد که شامل یک‌چهارم بدنه و یک‌دوم بوژی^۱ است [۱۲].

چون جابه‌جایی جانبی بدنه، شاخص اصلی در پایداری قطار است و به‌منظور ساده کردن مدل، از ضرایب سختی و تعدیل عمودی مربوط به تعلیق اولیه و ثانویه صرف‌نظر می‌شود.

در شکل ۲، m_c جرم یک‌چهارم بدنه، y_c جابه‌جایی جانبی بدنه، k_s ضریب سختی جانبی سامانه تعلیق ثانویه، c_s تعدیل‌کننده جانبی تعلیق ثانویه، f_s مولفه تعدیل‌کننده فعال است که نیروی تعدیل‌کننده را فراهم می‌کند (سیگنال کنترلی ناشی از عملگر)، m_b نصف جرم بوژی است، y_b جابه‌جایی جانبی بوژی، k_p ضریب سختی جانبی سیستم تعلیق اولیه و w میزان نامعینی ناشی از تغییرشکل خط راه‌آهن است. از تعدیل‌کننده ثانویه سامانه قطار صرف‌نظر شده است [۷].



شکل (۲): مدل یک‌چهارم سیستم تعلیق جانبی قطار.

ریاضی دارند، استفاده می‌شود. مدل مرجع برای پاسخ ایده‌آل کوپه با هدف تأمین راحتی سرنشینان درون کوپه و مدل مرجع برای پاسخ ایده‌آل بوژی با هدف پایداری و کاهش نوسانات بوژی انتخاب می‌شود. معادلات دینامیکی مربوط به این دو سامانه مرجع به صورت زیر است [۱۴]:

الف) مدل مرجع برای پاسخ ایده‌آل کوپه:

$$m_c \ddot{y}_{cref} = -k_s (y_{cref} - y_{br}) - c_s (\dot{y}_{cref} - \dot{y}_{br}) - C_{ideal} \dot{y}_{cref} \quad (۶)$$

$$m_b \ddot{y}_{br} = k_s (y_{cref} - y_{br}) + c_s (\dot{y}_{cref} - \dot{y}_{br}) - k_p (y_{br} - w) \quad (۷)$$

ب) مدل مرجع برای پاسخ ایده‌آل بوژی:

$$m_c \ddot{y}_{cr} = -k_s (y_{cr} - y_{bref}) - c_s (\dot{y}_{cr} - \dot{y}_{bref}) \quad (۸)$$

$$m_b \ddot{y}_{bref} = k_s (y_{cr} - y_{bref}) + c_s (\dot{y}_{cr} - \dot{y}_{bref}) - k_p (y_{bref} - w) - C_{ideal} \dot{y}_{bref} \quad (۹)$$

پژوهش‌گران مختلف با تمرکز روی یکی از اهداف مهم سامانه تعلیق و در نظر گرفتن یکی از مدل‌های یادشده به‌عنوان مدل مرجع، با یک استراتژی کنترلی، سعی کرده‌اند رفتار سامانه را به مدل نزدیک کنند. طبیعی است که رسیدن به هدف نهایی سامانه تعلیق که همان کاهش نوسانات کوپه و بوژی است از طریق استراتژی مدل‌مبنا، استفاده از هر دو مدل یادشده در فرایند طراحی را طلب می‌کند [۱۴].

۳-۲- طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی مدل‌مبنا

جداگانه و توام

همان‌طور که می‌دانیم یکی از شاخصه‌های کنترل مد لغزشی قوام مناسب کنترل‌کننده طراحی‌شده در مقابل نامعینی‌های پروسه است. برای آن که اهمیت این موضوع به‌خوبی مشخص شود، فرض کنید در مدل‌سازی دینامیکی قطار به دلایلی، مقادیر بعضی از پارامترهای سامانه برای ما نامعلوم‌اند. معادلات دینامیکی حاکم بر سامانه تعلیق جانبی قطار به صورت معادلات (۱۰) و (۱۱) قابل بیان هستند.

$$\ddot{y}_c = f_c(y) + g_c(y)u \quad (۱۰)$$

$$\ddot{y}_b = f_b(y) + g_b(y)u \quad (۱۱)$$

سطوح لغزش را با توجه به درجه سامانه نسبت به y_c و y_b ، به صورت تابعی تناسبی - مشتقی از خطای تطابق (اختلاف خروجی مدل و سامانه) به صورت معادلات (۱۳-۱۲) تعریف می‌کنیم:

$$S_c = \dot{e}_c + \lambda e_c \quad (۱۲)$$

$$S_b = \dot{e}_b + \lambda e_b \quad (۱۳)$$

پارامترهای سامانه تعلیق جانبی با فرض خطی بودن ادوات تعلیق و تغییرپذیری جرم کوپه قطار (به‌عنوان مثال، با تغییر تعداد سرنشینان) به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

جدول (۱): مقادیر پارامترهای سامانه تعلیق.

| مقدار کمینه | مقدار نامی | مقدار بیشینه | پارامتر |
|-------------|------------|--------------|--------------------------|
| ۹۰۰۰ | ۱۰۰۰۰ | ۱۱۰۰۰ | m_c [Kg] |
| ----- | ۲۰۰۰ | ----- | m_b [Kg] |
| ----- | ۱۸۰۰۰۰ | ----- | k_s [$\frac{N}{m}$] |
| ----- | ۲۰۰۰۰۰۰ | ----- | k_p [$\frac{N}{m}$] |
| ----- | ۵۰۰۰۰ | ----- | c_s [$\frac{Ns}{m}$] |

۳- طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی

در این مقاله، برای بهبود میزان نوسانات کوپه و بوژی به صورت توأم در مقابله با اغتشاشات جانبی ناشی از نامنظمی‌های خط آهن و همین‌طور تغییرات جرم کوپه، از کنترل مد لغزشی مبتنی بر خطای تطابق استفاده کرده‌ایم. پس از طراحی کنترل‌کننده‌های مد لغزشی، با هدف کاهش نوسانات کوپه و بوژی به صورت جدا از هم، استفاده از یک سامانه فازی برای تنظیم "پارامتر تصمیم" ^۱ که سهم هر یک از کنترل‌کننده‌های جدا از هم قبلی را در روش کنترل پیوندی مشخص می‌کند، پیشنهاد شده است.

در این بخش استفاده از استراتژی مدل‌مبنا پیوندی ^۲ ارائه گردیده است. در روش مدل‌مبنا، ورودی سامانه، به مدل نیز اعمال می‌شود و از طریق روش‌های مختلف، اختلاف خروجی سامانه و مدل به صفر میل داده می‌شود.

۳-۱- مدل‌های مرجع برای پاسخ ایده‌آل کوپه و بوژی

یک سامانه تعلیق جانبی در حالت ایده‌آل، ضمن ایزوله کردن موقعیت بدنه قطار از نامنظمی‌های خط آهن و کاهش نوسانات جانبی کوپه، ضامن پایداری و کاهش نوسانات بوژی نیز می‌شود. نزدیک‌شدن به چنین عملکردی از اهداف مهندسی کنترل است. در مورد سامانه تعلیق، از مدل‌های مرجع پرکاربرد که تحقق آنها در عمل ممکن نبوده و صرفاً جنبه

1- Decision Parameter

2- Hybrid Model Reference

$$u_c = u_p + u_{eq} \quad (23)$$

انتخاب مناسب پارامترهای λ و η در اختیار طراح قرار دارد. با انجام محاسبات مشابه، کنترل کننده مربوط به بوژی، نیز قابل طراحی است.

به منظور ایجاد مصالحه‌ای بین جابه‌جایی بدنه و بوژی از ترکیب این دو کنترل کننده استفاده می‌کنیم. پارامتری که درصد استفاده از هر یک از سیگنال‌های کنترلی را مشخص می‌کند "پارامتر تصمیم" می‌نامیم و با μ نمایش می‌دهیم. به این ترتیب سیگنال کنترلی برای کنترل سامانه تعلیق به صورت (۲۴) خواهد بود:

$$u = \mu u_c + (1 - \mu) u_b \quad (24)$$

در این رابطه $0 \leq \mu \leq 1$ و همان‌طور که مشخص است، انتخاب $\mu = 1$ ، کنترل را تبدیل به کنترل مدل مرجع منفرد برای پاسخ ایده‌آل کوپه و $\mu = 0$ ، کنترل را تبدیل به کنترل مدل مرجع منفرد برای پاسخ ایده‌آل بوژی می‌کند. برای مقادیر بین صفر و یک پارامتر تصمیم، کنترل، ترکیبی از روش‌های بالا خواهد بود. به این ترتیب انتخاب صحیح μ نقش موثر و تعیین‌کننده‌ای در ایجاد یک مصالحه بهینه بین اهداف کنترلی طراح خواهد داشت. در رابطه با چگونگی تنظیم این پارامتر در بخش بعدی پیشنهادهای ارائه شده است.

۳-۳- تنظیم فازی پارامتر تصمیم μ

برای تنظیم پارامترهای یک سامانه کنترل، استفاده از سامانه‌های فازی کاربرد زیادی دارد. پارامتر تصمیم μ ، مقداری بین صفر و یک دارد که سهم هر یک از کنترل‌کننده‌های جداگانه را در کنترل نهایی مشخص می‌کند. با توجه به نتایج شبیه‌سازی‌های انجام‌شده، اگر $\mu < 0.5$ ، موقعیت بدنه قطار در مواجهه با ناهمواری‌ها و نامنظمی‌های خط آهن، دارای نوسانات نامطلوبی می‌شود و سرعت رسیدن به حالت ماندگار کاهش می‌یابد، حال آنکه به‌ازای $\mu > 0.8$ ، وضعیت بوژی نامطلوب بوده و با نوساناتی همراه است. اما اثر تخریبی توأم حاصل از جابه‌جایی کوپه و بوژی، نسبت به حالت قبل به مراتب کمتر است. در این مقاله با طراحی یک سیستم فازی، μ را به‌عنوان یک بهره متغیر ایجاد کرده‌ایم. ورودی‌های این سیستم، اندازه جابه‌جایی کوپه و بوژی در نظر گرفته شده است. فازی‌گر سامانه مورد استفاده تکین بوده، موتور استنتاج، حداقل ممدانی فرض شده و از فازی‌زدای^۱ مرکز ثقل استفاده

خطای تطابق با روابط (۱۴) و (۱۵) تعریف می‌شود:

$$e_c = [y_{cref} - y_c] \quad (14)$$

$$e_b = [y_{bref} - y_b] \quad (15)$$

پارامتر λ به‌عنوان شیب سطوح لغزش، نقشی مهم در سرعت پاسخ‌های سامانه دارد. انتخاب پارامتر λ به‌عنوان شیب سطوح لغزش، در اختیار طراح قرار دارد. تغییر این پارامتر، هم روی سرعت رسیدن مسیر حالت به سطح لغزش و هم در سرعت رسیدن به مبدأ صفحه فاز تأثیرگذار است.

با در نظر گرفتن سطح اول، کنترل کننده را طراحی می‌کنیم. محاسبات مربوط به سطح دیگر مشابه خواهد بود.

هدف، یافتن ورودی کنترل u_c است، به‌طوری‌که شرط لغزش برآورده شود.

u_{eq} ورودی کنترلی است که، \dot{S}_c را تقریباً صفر می‌کند. بنابراین با استفاده از مرجع $[8]$ ، u_{eq} طبق رابطه (۱۶) به‌دست می‌آید:

$$u_{eq} = \hat{g}_c(y)^{-1} (-\hat{f}_c(y) + \ddot{y}_{cref} + \lambda \dot{e}_c) \quad (16)$$

که در این رابطه،

$$|f_c(y) - \hat{f}_c(y)| \leq F \quad (17)$$

$$0 \leq g_{\min} \leq \hat{g}_c(y) = \sqrt{g_{\min} g_{\max}} \leq g_{\max} \quad (18)$$

ترمی که مسیر حالت را به سطح لغزش می‌رساند، به‌صورت رابطه (۱۹) است:

$$u_p = -\hat{g}_c(y)^{-1} k \text{sign}(S_c) \quad (19)$$

از طرفی با انتخاب تابع لیاپانوف به‌صورت $v = \frac{1}{2} S_c^2$ برای پایداری مد لغزشی، شرط لغزش به‌صورت رابطه (۲۰) است و k جهت برآورده سازی این شرط، از رابطه (۲۱) قابل محاسبه است:

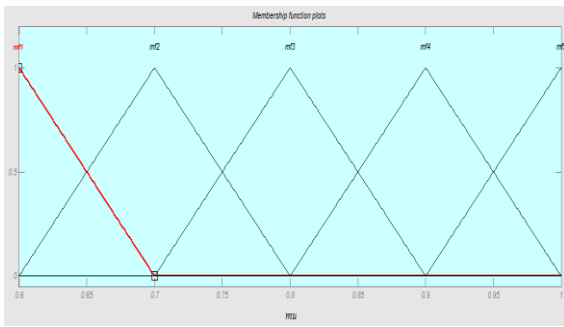
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} S_c^2 \right) < -\eta |S_c| \quad (20)$$

$$k = \alpha(F + \eta) + (\alpha - 1) |-\hat{g}_c(y) u_{eq}| \quad (21)$$

که در آن، پارامتر η یک مقدار ثابت مثبت می‌باشد. مقدار α از رابطه (۲۲) به‌دست می‌آید.

$$\alpha = \sqrt{\frac{g_{\max}}{g_{\min}}} \quad (22)$$

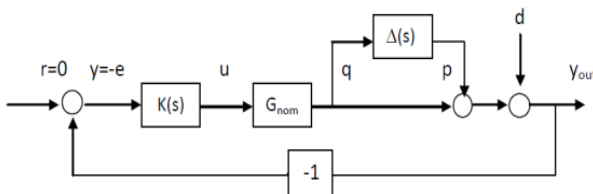
و در نتیجه، قانون کنترل طبق رابطه (۲۳) محاسبه می‌شود:



شکل (۶): توابع عضویت خروجی (μ).

۴- طراحی کنترل کننده مقاوم H_∞

شماتیک کنترلی سیستم تعلیق فعال قطار با در نظر گرفتن نامعینی در پارامتر سامانه به صورت ضرب شونده به صورت شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل (۷): شماتیک کنترلی سامانه تعلیق فعال قطار.

اهداف کنترلی خواسته شده با توجه به شکل ۷ بدین صورت است:

- سامانه حلقه بسته دارای پایداری مقاوم باشد.
- سامانه نامی و واقعی، اغتشاش ورودی d را تا حد امکان حذف کند.

با استناد به قضیه بهره کوچک، سامانه کنترلی شکل ۷، پایدار مقاوم است اگر و تنها اگر:

$$\|W(s)M(s)\|_\infty < 1 \quad (25)$$

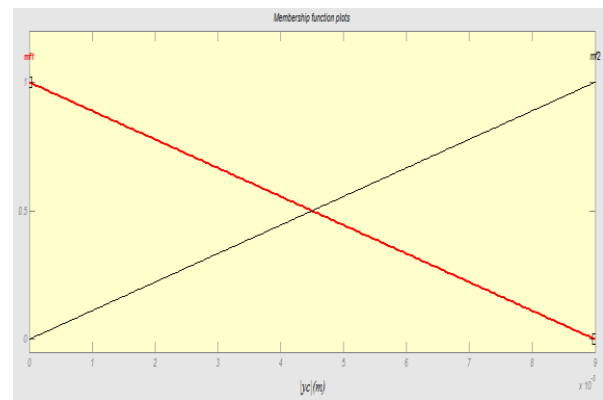
که در آن، $W(s)$ کران بالای مربوط به اندازه نامعینی‌ها است. برای برآورده کردن شرط دوم مربوط به سامانه شکل ۷، ابتدا باید تابع تبدیل از d به y را به دست آورد. البته شایان ذکر است که این خواسته برای سامانه نامی در نظر گرفته شده است. بنابراین نامعینی در این قسمت باید صفر در نظر گرفته شود.

$$T_{d \rightarrow y} = (I + G_{nom}K)^{-1} \quad (26)$$

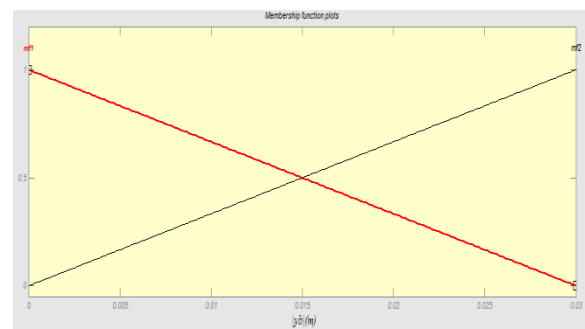
شده است. دامنه تغییرات ورودی‌ها و قواعد این سامانه، براساس تجربه و با سعی و خطا به دست آمده است. در شکل‌های ۴-۶ توابع عضویت ورودی‌ها و خروجی سامانه را مشاهده می‌کنید. جدول ۲ پایگاه قواعد سامانه فازی را نشان می‌دهد. مقدار عضویت هر یک از مقادیر مجاز ورودی و خروجی را در تابع عضویت i ام، نمایش می‌دهد. هدف از ارائه یک سامانه ساده فازی با تنها چهار قاعده آن است که نشان دهیم، امکان بهبود عملکرد سامانه، با استفاده از بهره متغیر وجود دارد. طبیعی است هرچه تعداد قواعد به صورت هدفمند افزایش یابد، به عملکرد بهتری دست خواهیم یافت.

جدول (۲): پایگاه قواعد سامانه فازی.

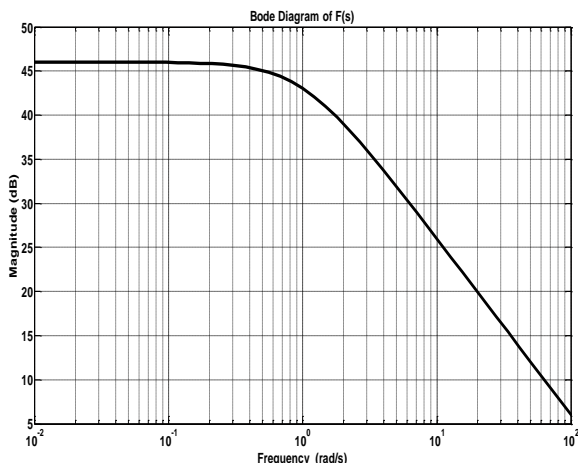
| | | |
|-----------------------------|-------------|-------------|
| <i>Input2</i> ($ Yc $) | <i>Mf 1</i> | <i>Mf 2</i> |
| <i>Input1</i> ($ Yb $) | <i>Mf 1</i> | <i>Mf 1</i> |
| | <i>Mf 2</i> | <i>Mf 5</i> |
| | <i>Mf 2</i> | <i>Mf 4</i> |



شکل (۴): توابع عضویت ورودی اول ($|Yc|$).



شکل (۵): توابع عضویت ورودی دوم ($|Yb|$).



شکل (۹): نمودار بودی مربوط به $F(s)$.

شرایطی را که برای حل مساله و طراحی کنترل کننده به دست آمد به صورت زیر خلاصه می کنیم.

$$\|W(s)M(s)\|_\infty < 1 \quad (30)$$

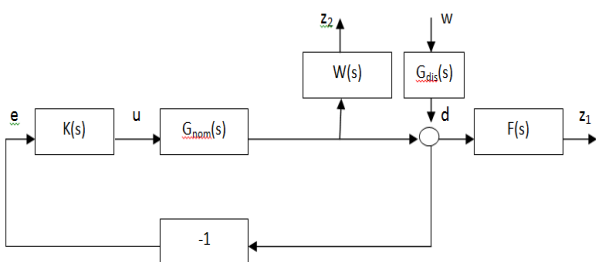
$$\|F(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (31)$$

می توان به جای کمینه کردن نرم های معادلات (۱۹) و (۲۰)، نرم بیان شده در زیر را کمینه کرد.

$$\left\| \frac{W(s)M(s)}{F(s)T(s)} \right\|_\infty < 1 \quad (32)$$

مزیت معادله (۳۲) نسبت به معادلات (۳۰) و (۳۱) این است که معادله (۳۲) تنها به کمینه کردن یک نرم می پردازد در حالی که معادلات (۳۰) و (۳۱) با کمینه کردن دو نرم سروکار دارد.

برای اینکه بتوان از دستورات Matlab استفاده کرد باید ابتدا یک سامانه مجازی تعریف کنیم، که توسط آن بتوان المان های نرم ماتریسی (۳۲) را به توابع تبدیل موجود در آن نسبت داد. سامانه مجازی در نظر گرفته را در شکل ۱۰ ملاحظه می کنید.



شکل (۱۰): شماتیک سامانه مجازی جهت کمینه سازی نرم معادله (۳۲).

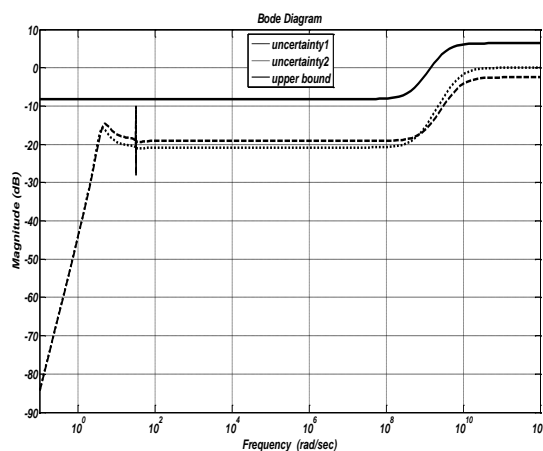
شرایطی که باید اعمال شود تا خروجی به شدت از اغتشاش ورودی تاثیر نگیرد این است که:

$$\|F(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (27)$$

که در آن F دارای مؤلفه بزرگ در فرکانس هایی است که اغتشاش در آنها وجود دارد. تابع تبدیل کران بالای در نظر گرفته شده، با استفاده از Matlab به صورت زیر است.

$$W(s) = \frac{1.6129 (s + 1.155 \times 10^9)}{s + 5.894 \times 10^9} \quad (28)$$

در شکل ۸ این کران به همراه نامعینی ها نمایش داده شده است.



شکل (۸): نمودار بودی نامعینی به همراه کران بالای در نظر گرفته شده.

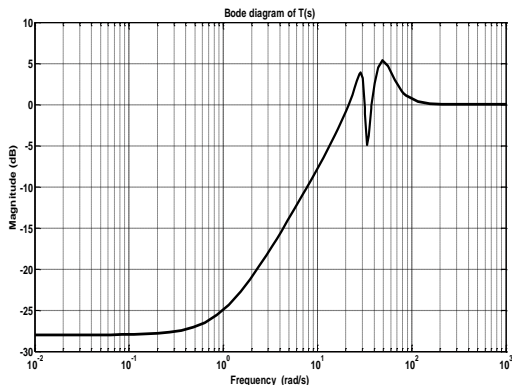
انتخاب تابع وزن مناسب برای حذف اغتشاش به ماهیت اغتشاش رخ داده در سامانه کنترلی بستگی دارد. به نحوی که اگر اغتشاش در فرکانس مشخصی رخ دهد باید تابع وزن به نحوی انتخاب شود که در فرکانس مذکور مقدار بزرگی داشته باشد.

برای جلوگیری از افزایش مرتبه کنترل کننده و همچنین افزایش اندازه سیگنال کنترل، وزن فرکانسی مرتبه ۱ می تواند انتخاب معقول و مناسبی باشد.

بنابراین برای $F(s)$ می توان تابع تبدیل زیر را در نظر گرفت.

$$F(s) = \frac{200}{s+1} \quad (29)$$

نمودار بودی مربوط به F را در شکل ۹ ملاحظه می کنید.

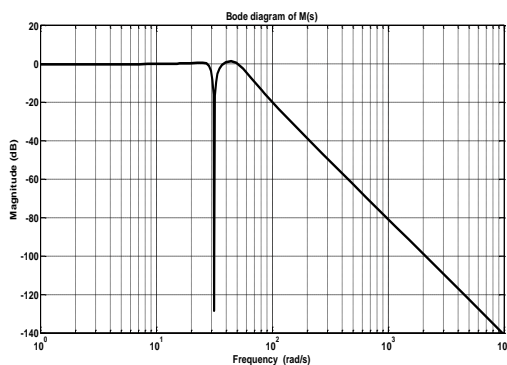


شکل (۱۲): نمودار بودی T(s).

بنابراین در صورت رخ داد اغتشاش در آن فرکانسها اثر آنها در حالت دایمی برقرار خواهد بود. توجه این مورد را باید در تابع تبدیل وزنه در نظر گرفته برای کمینه‌سازی تابع تبدیل T(s) جست‌وجو کرد. بر این اساس، از آنجایی که از F به‌عنوان وزنه در فرآیند کمینه‌سازی یک تابع تبدیل استفاده شده است، نرم تابع تبدیل مذکور در فرکانس‌های پایین‌تر کمینه می‌شود چون وزنه بزرگ‌تری دارد. اما در فرکانس‌های بالا چون وزنه مقدار کوچک‌تری دارد بنابراین کمتر کمینه می‌شود. و با توجه به شکل ۱۲ این موارد را می‌توان دید. برای شماتیک مجازی فرض کنید که:

$$\begin{cases} z_1 = W(s)M(s)d \\ z_2 = F(s)T(s)d \end{cases} \quad (35)$$

درحالی‌که، d و u (نیروی کنترلی)، ورودی‌های سامانه مجازی است.



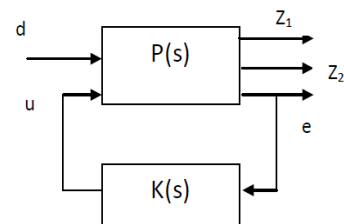
شکل (۱۳): نمودار بودی M_pq.

شکل ۱۳ نمودار بودی مربوط به سامانه حلقه‌بسته نامی را نشان می‌دهد، که آن را با M_pq نمایش دادیم. با توجه به شکل ۱۳ و وزنه در نظر گرفته شده جهت کمینه‌کردن نرم آن

با حذف K از شماتیک شکل ۱۰، برای نمایش دینامیک سامانه و معادلات خروجی به صورت ماتریسی داریم:

$$P: \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_G \\ \dot{x}_F \\ \dot{x}_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_G & 0 & 0 \\ B_F C_G & A_F & 0 \\ B_W C_G & 0 & A_W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_G \\ x_F \\ x_W \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_G \\ B_F & B_F D_G \\ 0 & B_W D_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_F C_G & C_F & 0 \\ D_W C_G & 0 & C_W \\ -C_G & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_G \\ x_F \\ x_W \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_F & D_F D_G \\ 0 & D_W D_G \\ -1 & -D_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \end{cases} \quad (33)$$

با اضافه کردن کنترل‌کننده، سامانه شکل ۱۰ را به فرم LFT تبدیل می‌کنیم.



شکل (۱۱): شماتیک LFT سامانه کنترلی شکل ۱۰.

هدف ما در این بخش، طراحی کنترل‌کننده برای شماتیک کنترلی شکل ۱۱ است، به نحوی که نرم تابع تبدیل بین Z و d کمینه شود. این تابع تبدیل همان معادله (۳۲) است که هدف، کمینه‌کردن نرم آن بود. پس اگر نرم تابع تبدیل بین Z و d کمینه شود، به هدف خود خواهیم رسید، و علاوه بر پایداری مقاوم، اثر اغتشاش ورودی در خروجی سامانه تعلیق جانبی قطار کمینه می‌شود.

با استفاده از Matlab و دستور hinflmi تابع تبدیل کنترل‌کننده به قرار زیر به دست آمده است.

$$K(s) = \frac{9036508767008(s + 1.906 \times 10^{10}) \dots}{(s + 1.906 \times 10^{10})(s + 1) \dots} \quad (34)$$

$$\frac{\dots (s^2 + 2.604s + 17.13)(s^2 + 15.4s + 1051)}{\dots (s^2 + 3.348s + 1124)(s^2 + 71.1s + 3335)}$$

۴-۱- تحلیل پایداری مقاوم و حذف اثر اغتشاش از

طریق پاسخ فرکانسی توابع تبدیل M(s) و T(s)

شکل ۱۲ نمودار بودی مربوط به تابع تبدیل اغتشاش، T(s) را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۲، ملاحظه می‌شود که در فرکانس‌های پایین، اندازه T(s) کم بوده و بنابراین اثر اغتشاش رخ داده در آن فرکانس تقریباً حذف خواهد شد. اما با افزایش فرکانس، مقدار اندازه تابع تبدیل مذکور بزرگ خواهد شد.

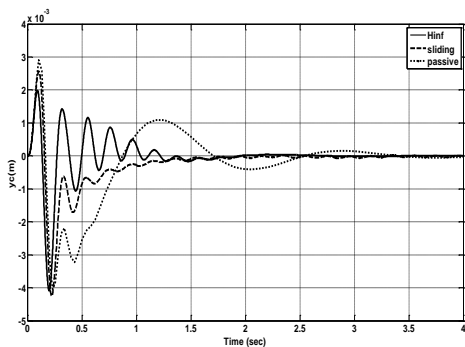
۵- نتایج شبیه‌سازی و مقایسه روش‌های مد لغزشی و

$$H_\infty$$

در این بخش قصد داریم با اعمال کنترل‌کننده‌های لغزشی و H_∞ به سامانه تعلیق، مقایسه‌ای بین روش‌های کنترلی مد لغزشی پیشنهادی و H_∞ از جهات میزان جابه‌جایی کوپه و بوژی و نیز سیگنال کنترلی اعمالی به سامانه تعلیق داشته باشیم و مزایا و معایب این روش‌های طراحی را نسبت به یکدیگر بررسی نماییم.

مقادیر پارامترهای سامانه تعلیق، مدل زمانی نامنظمی خط آهن به‌عنوان اغتشاش و میزان نامعینی پارامتری در جرم کوپه قطار، همان است که در بخش مدل‌سازی در نظر گرفته شده است. جرم کوپه قطار، در اینجا ۱۰۵۰۰ کیلوگرم فرض شده تا از شرایط نامی فاصله داشته باشد و بتوان عدم قطعیت پارامتری را در نظر گرفت. شکل ۱۴، جابه‌جایی کوپه را در حضور کنترل‌کننده‌های مد لغزشی و H_∞ نشان می‌دهد.

با دقت در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود که، دامنه نوسان و جابه‌جایی کوپه در لحظات ابتدایی در حضور کنترل‌کننده لغزشی نسبت به کنترل‌کننده H_∞ حدود ۱ میلی‌متر کمتر می‌باشد و به‌صورت نرم‌تری از حالت گذرا عبور کرده و به حالت دائمی می‌رسد. این پاسخ نرم با دامنه نوسان کم باعث حفظ پایداری قطار و راحتی مسافران می‌شود. اما با مشاهده رفتار هر دو کنترل‌کننده در حالت دائمی، می‌توان به این نتیجه رسید که در حالت دائمی، هر دو کنترل‌کننده رفتاری خوب به نمایش گذاشته‌اند و جابه‌جایی کوپه پس از گذشت حدود ۱/۵ ثانیه به صفر رسیده است. بنابراین زمان رسیدن به حالت ماندگار برای هر دو کنترل‌کننده تقریباً برابر است اما مزیت کنترل‌کننده لغزشی نسبت به کنترل‌کننده H_∞ در کمتر بودن دامنه نوسانات و دفع بهتر اغتشاش وارده می‌باشد.



شکل (۱۴): جابه‌جایی کوپه در حضور کنترل‌کننده‌های مد

لغزشی و H_∞ .

یعنی $W(s)$ ، می‌توان پایداری حلقه بسته را به‌صورت زیر آنالیز کرد.

از آنجا که وزن فرکانسی در نظر گرفته در فرکانس‌های پایین مقدار کمتری نسبت به فرکانس‌های بالا دارد، نرم M در فرکانس‌های بالا به دلیل وجود وزن فرکانسی بالا بیشتر کمینه می‌شود و در فرکانس‌های پایین کمتر این اتفاق می‌افتد. از شکل ۱۳ این موضوع را می‌توان دریافت. ملاحظه می‌شود که در فرکانس‌های بالا افت شدیدتری دارد. هرچه افت شدید در فرکانس‌های بالا رخ دهد و در فرکانس‌های پایین افت زیادی نداشته باشیم، به معنای بیش‌تر شدن پهنای باند سیستم حلقه‌بسته خواهد بود و می‌دانیم بیش‌تر شدن پهنای باند به بالا رفتن سرعت سامانه منجر خواهد شد.

با توجه به شماتیک کنترلی $M-\Delta$ برای سیستم حلقه‌بسته در حضور نامعینی می‌توان نوشت:

$$M_{cl} = \frac{M}{1 + M\Delta} \quad (36)$$

از آنجا که $\|MW\| < 1$ و $\|\Delta\| < \|W\|$ بنابراین، $\|M\Delta\| < 1$ و با توجه به قضیه بهره کوچک سامانه $M-\Delta$ پایدار مقاوم خواهد بود. اما این مورد را می‌توان به‌صورت زیر توجیه کرد:

تابع تبدیل M نمایانگر سامانه حلقه‌بسته نامی است و از آنجا که کنترل‌کننده، سامانه حلقه‌بسته نامی را پایدار خواهد کرد، M پایدار خواهد بود. با توجه به شکل ۸، ملاحظه می‌شود که نامعینی رخ داده در سامانه در فرکانس‌های پایین دارای مقدار کمتر از ۱ است. به تدریج با افزایش فرکانس، مقدار نامعینی افزایش می‌یابد به طوری که در فرکانس‌های بالا به مقدار بیشینه ۱ می‌رسد. بنابراین اگر پایداری نامی مد نظر باشد، باید شرایط قضیه بهره کوچک باید برقرار باشد. سامانه حلقه‌بسته نامی شرایط زیر را داراست:

- در فرکانس‌های پایین، مقدار آن ۱ است. به نحوی که $|M\Delta|$ مقدار کوچکتر از ۱ را دارد.

- از آنجا که از فرکانس ۱۰ هر تزی به بعد مقدار اندازه M کمتر از ۱ می‌شود و با علم به این که در فرکانس‌های بالا مقدار نامعینی از ۱ بیشتر نمی‌شود، بنابراین $|M\Delta|$ مقدار کوچکتر از ۱ را خواهد داشت.

با تحلیل انجام‌شده در فرکانس‌های مختلف و استناد به قضیه بهره کوچک نتیجه می‌شود که پایداری مقاوم حلقه بسته در حضور نامعینی با پاسخ فرکانسی شکل ۱۳ تضمین خواهد شد [۱۷-۱۵].

حالتی که از کنترل کننده لغزشی استفاده شده است در لحظات ابتدایی حدود ۲۰ کیلونیوتن کمتر از حالتی است که از کنترل کننده H_{∞} استفاده می‌کنیم، که این مورد هم از مزایای استفاده از روش لغزشی بهبود یافته است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله دو روش کنترل مقاوم برای طراحی کنترل کننده سامانه تعلیق فعال قطار پرسرعت ریلی ارائه گردید. روش اول کنترل مد لغزشی است که به‌عنوان نوآوری این مقاله، کارآیی آن با استفاده از یک سامانه فازی تنظیم‌کننده پارامتر تصمیم افزایش یافته است و روش دوم، کنترل H_{∞} که به‌منظور مقایسه با روش پیشنهادی ارائه شده است. در این پژوهش، هم اثر اغتشاش خارجی (که می‌تواند شامل انحراف ریل در طول مسیر باشد) در نظر گرفته شده است و هم عدم قطعیت پارامتری در مدل، مورد ملاحظه قرار گرفته است.

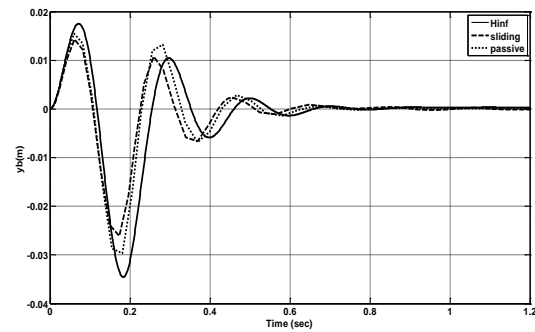
نتایج حاصله از مقایسه در حالت وجود و عدم وجود کنترل کننده، بهبود عملکرد در حرکت کوپه و نیز بوژی را در حالت وجود کنترل کننده نشان می‌دهد.

با مشاهده نتایج در حضور دو کنترل کننده، مشاهده شد که استفاده از تعلیق فعال هم در لحظات اولیه و هم در لحظات دائمی، باعث بهبود پاسخ سامانه و کاهش نوسانات جابه‌جایی کوپه شده است. میزان جابه‌جایی کوپه در لحظات اولیه در حالت تعلیق فعال حدود ۱ میلی‌متر کمتر است و مهم‌تر از آن اینکه دفع اثر نامنظمی خط آهن در مورد تعلیق فعال فقط حدود ۱/۵ ثانیه است، حال آن‌که این زمان در مورد تعلیق غیرفعال حدود ۴/۵ ثانیه است.

همان‌گونه که ملاحظه شد، در رفتار میزان جابه‌جایی کوپه و بوژی، کنترل کننده لغزشی بهبود یافته از لحاظ دامنه نوسانات و میزان جابه‌جایی در لحظات اولیه با حدود ۱ میلی‌متر کمتر، بهتر از کنترل کننده H_{∞} عمل کرده است. همچنین با استفاده از کنترل کننده لغزشی، اندازه سیگنال کنترلی که به‌منظور پایداری قطار مصرف می‌شود نسبت به کنترل کننده H_{∞} حدود ۲۰ کیلونیوتن کمتر است که که مزیت دیگر استفاده از روش لغزشی پیشنهادی است.

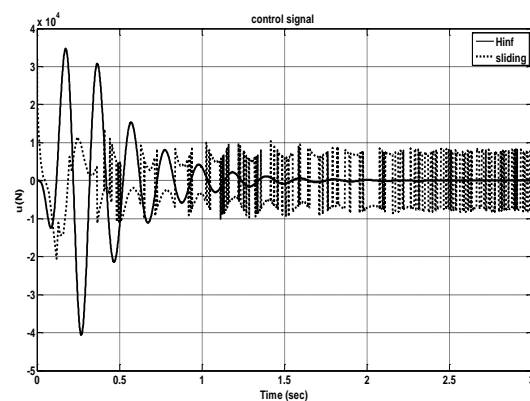
۷- مراجع

1. Chen, H.Y., and Huang, S.J. " Adaptive Sliding Controller for Active Suspension System",



شکل (۱۵): جابه‌جایی بوژی در حضور کنترل کننده‌های مد

لغزشی و H_{∞} .



شکل (۱۶): سیگنال کنترلی در حضور کنترل کننده‌های مد

لغزشی و H_{∞} .

شکل ۱۵ نیز میزان جابه‌جایی بوژی را در حضور دو کنترل کننده نشان می‌دهد. در این حالت مشاهده می‌شود دامنه نوسانات و میزان جابه‌جایی بوژی در لحظات ابتدایی حدود ۵ میلی‌متر و همچنین زمان رسیدن به حالت ماندگار در حضور کنترل کننده لغزشی نسبت به کنترل کننده H_{∞} حدود ۱۰۰ میلی‌ثانیه کمتر می‌باشد.

می‌توان گفت نوسانات و میزان جابه‌جایی بوژی در حضور دو کنترل کننده تفاوت چندانی باهم ندارد، همان‌طور که در حالت تعلیق فعال و غیرفعال برای هر یک از کنترل کننده‌ها اختلاف زیادی باهم نداشته است و استفاده از سامانه تعلیق فعال در میزان نوسان و زمان رسیدن به حالت ماندگار کمی بهتر از غیرفعال عمل کرده است.

در شکل ۱۶ سیگنال کنترلی اعمالی به سامانه در حضور دو کنترل کننده نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل ۱۶ مشخص می‌باشد، دامنه سیگنال کنترلی اعمالی به سامانه در

- International Conference on Advanced in Control Engineering and Information Science, Vol. 15, pp. 521-525, 2011.
13. Assadsangabi, B., Eghtesad, M., Daneshmand, F. and Vahdati, N. "Hybrid Sliding Mode Control of Semi-Active Suspension Systems", *Smart Materials and Structures*, Vol. 18, No. 12, pp.1-10, 2009.
 14. Hui, S., Wei, Q. and Enrong, W. "The Sliding Model-Following Control for Semi-Active MR-Vehicle Suspension", Senior Visiting Scholarship of Chinese Scholarship Council, pp. 351-354, 2009.
 15. Fallah, M.S., Bhat, R. and Wen-Fang X. "Optimized Control of Semiactive Suspension Systems Using H_∞ Robust Control Theory and Current Signal Estimation", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 17, No. 4, pp. 767-778, 2012.
 16. Jeong, S.G., Kim, I.S., Yoon, K.S., Lee, J.N., Bae, J.I. and Lee, M.H. "Robust H_∞ Controller Design for Performance Improvement of a Semi-Active Suspension Systems", *Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Vol. 2, pp. 706 - 709, 2000.
 17. Chen, H. and Guo, K.H. "Constrained H_∞ Control of Active Suspensions: An LMI Approach", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 13, No. 3, pp.412-421, 2005.
 - International Conference on Control and Automation (ICCA2005), pp.282-287, 2005.
 2. Zhou, Y., Mi, C. and Yin, Y. "High-speed Train Adaptive Control Based on Multiple Models" *Computer Science and Information Engineering, CSIE 2012*, vol. 168, pp. 329-334, 2012.
 3. Kimiaki, S. "Improving Lateral Ride Comfort of High-speed Trains Applying Semi-active Suspension System to High-speed Train". *Journal of the China Railway Society*, vol.2, pp. 105-115, 2004.
 4. Zhang, B.L., Tang, G.Y. and Cao, F.L. "Optimal Sliding Mode Control for Active Suspension Systems", *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control*, pp.351-356, 2009.
 5. Chuanbo, R., Liang, W., Cuicui, Z. and Lin, L. "Variable Structure Model Following Control for Dual- input Active Suspension", *Information Engineering and Computer Science*, pp.1-6, 2010.
 6. Chen, P.C. and Huang, A.C. "Adaptive Sliding Control of Non-Autonomous Active Suspension Systems with Time-Varying Loadings", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 282, no.3-5, pp.1119-1135, 2005.
 7. Jia, X. and Sub, W.H. "Comments on A Class of Proportional-Integral Sliding Mode Control with Application to Active Suspension System", *Systems & Control Letters*, vol.56, pp.253-254, 2007.
 8. Zahiripour S, and Jalali, A. "Improving Hybrid Model Reference Sliding Mode Control of a Car Active Suspension System Using Optimum Turn of Sliding Surfaces and Fuzzy Logic", *Aerospace Mechanics Journal*. Vol. 9, No. 2, pp.79-87 2013 (in Persian).
 9. Zahiripour, S.A. and Jalali, A.A. "Designing an Optimal Proportional-Integral Sliding Surface for a Quarter Car Active Suspension System with Suspension Components Possessing Uncertain Constants and Nonlinear Characteristics", Vol. 10, pp. 113-118, 2012 (in Persian).
 10. Hashemipour, S.H., Mirzaie, M. and Alizadeh, Gh. "Design of a Non-linear Controller for Vehicle Active Suspension System, Considering Practical Constraints". *Aerospace Mechanics Journal*, Vol.6, No. 3, pp. 71-81, 2010 (in Persian).
 11. Montagner, V.F., Bisogno, F.E., de Oliveira, D.D., Dartora, C.A. and Della Flora, L. "Robust H_∞ Control for an Active Suspension System", *International Conference on Industry Applications (INDUSCON)*, the 9th IEEE/IAS, pp.1-5, 2010.
 12. Yang, Z., Zhang, J., Chen, Z. and Zhang, B. "Semi-Active Control of High-Speed Trains Based on Fuzzy PID Control"