

تحلیل سینماتیک و دینامیک مکانیزم موازی 2-PR(Pa)U-2-PR(Pa)R

مهران محبوب خواه^۲

سجاد پاکزاد^۱

دانشکده فنی و مهندسی مکانیک

دانشکده فنی و مهندسی مکانیک

دانشگاه تبریز

دانشگاه تبریز

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۵/۱۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۲/۰۷)

چکیده

ماشین‌های سینماتیکی موازی، ساختارهای حلقه بسته‌ای هستند که دارای دقت، سفتی و توانایی تحمل بارهای زیاد می‌باشند. سینماتیک این مکانیزم‌ها به‌خاطر ساختار حلقه بسته، پایه‌های موازی، قیود مفصلی و قیود حرکتی که دارند، پیچیده‌تر می‌باشد. مکانیزم‌های موازی دارای محدودیت‌هایی نظیر نامنظم بودن فضای کاری، وجود نقاط تکین در آن فضا و سیستم کنترلی پیچیده می‌باشند که برای استفاده مناسب از این نوع مکانیزم‌ها بایستی مورد مطالعه و تحلیل قرار بگیرند. این مقاله مکانیزم موازی جدیدی را پیشنهاد می‌دهد که دارای چهار درجه آزادی شامل سه حرکت خطی در راستای محورهای مختصات و یک حرکت دورانی حول محور x می‌باشد. در تحلیل سینماتیکی روابط موقعیت، سرعت و شتاب اجزاء مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته و توسط برنامه نوشته‌شده در محیط نرم‌افزار متلب در مکانیزم طراحی شده به‌کار گرفته شده‌اند و توسط نرم‌افزار سالدورکس مورد تایید قرار گرفته‌اند. همچنین در این تحقیق، فضای کاری و نقاط تکین این مکانیزم با استخراج روابط تحلیلی و سپس نوشتن برنامه محاسباتی در نرم‌افزار متلب به‌دست آمده است. سپس برای بررسی صحت نتایج به‌دست‌آمده برای تحلیل فضای کاری، مکانیزم پیشنهادی در نرم‌افزار سالدورکس شبیه‌سازی شده و فضای کاری به‌دست‌آمده در این تحقیق صحت‌گذاری شده است. در نهایت از روش تحلیلی نیوتن-اوایلر جهت تحلیل دینامیک معکوس سکوی مکانیزم موازی جدید پیشنهادی استفاده گردیده است. با تعریف یک مسیر مشخص با پروفیل مشخص، سرعت و شتاب برای سکوی متحرک و همچنین کد نویسی روابط در محیط نرم‌افزار متلب نمودارهای نیرو برحسب زمان محرکه‌ها و پایه‌ها به‌دست آمده و تحلیل شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: تحلیل سینماتیک، فضای کاری، مکانیزم موازی، نقاط تکین، دینامیک معکوس

Kinematic and Dynamic Analysis of 2-PR(Pa)U-2-PR(Pa)R Parallel Mechanism

S. Pakzad

M. Mahboubkhah

Mechanical Engineering Department

Mechanical Engineering Department

Tabriz University

Tabriz University

(Received: 06/August/2016; Accepted: 25/February/2017)

ABSTRACT

Parallel kinematic machines are closed-chain mechanisms with high accuracy and stiffness. Kinematics and dynamics of these manipulators are complicated due to the closed-loop structure and the constraints that exist for these manipulators. These mechanisms have some limitations like having erratic workspace, singular points in the workspace and complexity of control systems. These limitations should be studied for suitable usage of parallel mechanisms.

This paper presents a novel 4-DOF parallel manipulator with 3 different linear motions and one rotational motion around x direction. Inverse and forward kinematic models of 2-PR(Pa)U-2-PR(Pa)R parallel machine tool mechanism are developed and also simulated by the code written in MATLAB. The results obtained by the mathematical model for the kinematics of the mechanism are verified using motion analysis under Solid Works. Workspace and singularity analysis are done by solving the kinematic relations and using Matlab software. To investigate the results of workspace analysis the structure has been modeled in Solidworks software and the obtained workspace have been validated using the simulation. Finally the Newton-Euler method for inverse dynamic analysis of the proposed robot has been used. Therefore, moving path of the end effector, considering the various loads on it can be determined. By defining the path of platform with the specified velocity profile, inverse dynamic model simulated by the code written in MATLAB and diagram of actuator forces obtained and analyzed.

Keywords: Kinematic analysis, Workspace, Parallel Mechanism, Singular points, Inverse dynamic

۱- دانشجوی دکتری: pakzad@tabrizu.ac.ir

۲- دانشیار (نویسنده پاسخگو): mahboobkhah@tabrizu.ac.ir

۱- مقدمه

مستقل و یا به صورت جزئی از سایر ماشین آلات صنعتی می باشد.

ربات های موازی شش درجه آزادی، به طور کلی از یک فضای کاری کوچک، طراحی مکانیکی پیچیده و کنترل و ایجاد حرکت دشوار به خاطر آنالیز سینماتیکی پیچیده خود رنج می برند. برای غلبه بر این نواقص، از ساختارهای جدید برای ربات های موازی با کمتر از شش درجه آزادی استفاده می شود. از طرفی در بسیاری از موارد صنعتی، نیاز به تجهیزاتی برای تامین بیش از سه درجه آزادی چیده شده به صورت موازی و براساس چیدمانی ساده تر از ساختارهای شش درجه آزادی وجود دارد [۴].

فضای کاری مکانیزم های موازی حجم بسته ای است که توسط نقاط قابل دسترس موضع انتهایی ماشین و یا ربات به دست می آید. شکل این ناحیه در ربات های موازی نامنظم و پیچیده بوده و هیچ محور ثابت و متعامدی در آن ها وجود ندارد. فضای کاری ربات های موازی به وسیله پارامترها و یا قیدهای سینماتیکی، حدود تغییر طول پایه ها، حدود زوایای چرخشی، قیدهای جلوگیری از تقاطع پایه ها و سایر قیدهای لازم برای ممانعت از تقاطع قطعات اضافی مشخص می شود [۵-۶]. یکی از موثرترین روش های به دست آوردن فضای کاری، روش گسسته است. در این روش، فضای کاری با انتخاب یک محدوده نقاط در مختصات کارترین یا قطبی و سپس بررسی آن ها که آیا قیدهای ذکر شده را نقض می کنند یا نه به دست می آید. در این روش امکان در نظر گرفتن تمامی قیود مکانیکی وجود دارد. از طرفی دقت فضای کاری تعیین شده بستگی به تعداد نقاط دارد و با بالا رفتن تعداد نقاط زمان انجام محاسبات بیشتر می شود [۷-۹].

یکی از محدودیت های مهم مکانیزم های موازی، وجود نقاط تکین در فضای کاری آن ها می باشد. برای پیدا کردن نقاط تکین در مکانیزم های موازی نیز مطالعات متعددی صورت گرفته است. مطالعات در زمینه تکینگی مکانیزم های موازی با استفاده از تئوری پیچی و با معرفی دو نوع آرایش تکینگی شامل آرایش ثابت و تخمینی توسط برخی محققین انجام گرفته است [۱۰-۱۱]. برخی از محققین برای یافتن فضای کاری از هندسه خطی گراسمن استفاده نموده اند [۱۳-۱۴]. تحلیل تکینگی مکانیزم های موازی نیز با تعریف ماتریس ژاکوبین و روابط بین سکوی متحرک و محرکه های

مکانیزم های موازی در بسیاری از علوم مهندسی و زمینه های صنعتی به صورت چشمگیری مورد استفاده قرار می گیرند. زمینه هایی نظیر ماشین کاری، مترو لوژی، شبیه ساز پرواز، شبیه ساز زلزله، تجهیزات پزشکی و غیره از آن جمله هستند. به طور کلی، این مکانیزم ها دارای دو جسم اصلی هستند که از طریق لینک های متعدد که به صورت موازی عمل می کنند به هم کوپل شده اند. یکی از جسم های اصلی ثابت است و پایه نامیده می شود، در حالی که دیگری متحرک است و از این رو سکوی متحرک نامیده می شود [۱].

در مقایسه با بازوهای سری سنتی، مزایای بالقوه ساختارهای موازی به صورت زیر می باشد: دقت سینماتیکی بالاتر، وزن سبک تر و سفتی ساختاری بهتر، ظرفیت پایدار و موقعیت مناسب چیدمان محرک ها، هزینه تولید پایین و توانایی تحمل بار بهتر؛ اما از نقطه نظر کاربردی، فضای کاری محدود و تکینگی پیچیده دو اشکال مهم بازوهای موازی هستند. بنابراین ماشین های سینماتیکی موازی در مواقعی که دقت، سفتی، سرعت زیاد و توانایی تحمل بار سنگین در یک فضای کاری محدود مورد نیاز باشد بسیار مناسب هستند [۲].

مکانیزم های موازی از لحاظ ترکیب بندی و ساختار حرکتی به دو نوع پایه با طول ثابت و پایه با طول متغیر تقسیم می شوند [۳]:

مکانیزم های با پایه طول ثابت در گروه خود از لحاظ امتداد مسیر حرکت راهنماها، قابل تمایز هستند. در این مکانیزم ها، از پایه هایی با طول ثابت استفاده شده است که هر یک در قسمت انتهایی به یک محرکه متصل است و خود محرکه ها بر روی راهنماهایی در حرکت هستند و این حرکت را از عملگرهای خطی یا دورانی می گیرند. در مکانیزم های با طول پایه متغیر، مفاصل گاردان و کروی توسط پیچ بر روی سکوها ثابت و متحرک، در جای خود ثابت شده و تنها پارامتر متغیر طول پایه ها است. با تغییر طول پایه ها موقعیت و جهت سکوی متحرک مشخص می گردد.

در سال های اخیر، تحقیقات زیادی در خصوص ربات های موازی صورت گرفته است. یکی از تحولاتی که هم اکنون در زمینه تولیدات صنعتی و به خصوص در شاخه ساخت و تولید در حال انجام است و استفاده از مکانیزم های موازی به صورت

مفصلی، با معرفی سه نوع تکنیکی شامل تکنیکی مستقیم، معکوس و ترکیبی چند نفر از محققین انجام شده است [۱۵-۱۴].

مدل سازی دینامیکی مکانیزم های موازی از نظر طراحی و توانایی کنترل حرکت مکانیزم حائز اهمیت ویژه ای می باشد که به همین دلیل موضوع مطالعات مختلفی قرار گرفته است. روش های متعددی به منظور تحلیل دینامیکی مکانیزم های موازی توسط محققان ارائه شده است. ژنگ و همکارانش [۱۶]، لبرت و همکارانش [۱۷] و پانگ و شاهین پور [۱۸]، روش حل معادلات لاگرانژی حرکت سکوی استوارت را در مختصات عمومی ارائه نمودند. استفاده از روش نیوتن- اوایلر در حل معادلات دینامیکی مکانیزم مورد نظر، به دلیل عدم نیاز به محاسبه بسیاری از مشتقات جزئی و محدود بودن حجم محاسبات عددی لازم و نیز توانایی استخراج معادلات دینامیکی حلقه بسته، برتری ویژه ای در مقایسه با روش اوایلر- لاگرانژ دارد. دو و یانگ [۱۹] با فرض نازک و متقارن بودن پایه ها و بدون در نظر گرفتن اصطکاک مفاصل، روش نیوتن- اوایلر را برای تحلیل دینامیکی مکانیزم استوارت به کار گرفتند. داسگوپتا و همکارانش [۲۰-۲۲] با در نظر گرفتن نیروهای اصطکاکی مفاصل و نیز با در نظر گرفتن جرم و اینرسی برای پایه ها، روش نیوتن- اوایلر را برای حل معکوس و حل بسته معادلات دینامیکی مکانیزم استوارت به کار گرفتند. حریب [۲۳] با در نظر گرفتن پیکربندی های مختلف مفاصل، معادلات سینماتیکی مکانیزم را مورد بررسی قرار داده است؛ ولی در حل معادلات دینامیکی مکانیزم، فرض های ساده سازی به کار رفته در مراجع [۲۱-۲۰] را به کار برده است. حسن ظهور و همکاران [۲۴] دینامیک معکوس یک مکانیزم موازی جدید دو پایه و شش درجه آزادی که عملگرهای آن روی مفاصل کروی قرار دارند را بررسی کردند. معادلات دینامیکی مکانیزم در کلی ترین حالت و تنها با صرف نظر کردن از اصطکاک کلمب و انعطاف پذیری اجزاء به صورت بسته به دست می آیند. بدین منظور، از روش کار مجازی استفاده می شود. محبوب خواه و همکارانش [۲۷-۲۵] به تحلیل سینماتیک و دینامیک معکوس مکانیزم استوارت با در نظر گرفتن تمامی نیروهای اصطکاکی، کریولیس، اینرسی و نیروهای خارجی با استفاده از روش نیوتن- اوایلر پرداختند. ایشان معادلات سینماتیکی و دینامیکی مکانیزم استوارت را با کاربرد فرض های دقیق ارائه کردند.

پیکربندی این مکانیزم با عنوان $2-PR(Pa)U-2-PR(Pa)R$ در مرجع [۲۸] قبلاً ارائه شده است. مکانیزم مورد اشاره در کارگاه مکانیزم های موازی دانشگاه تبریز ساخته شد که وجود نقاط تکین بسیار زیاد به دلیل نحوه اتصال پایه ها به سکوی متحرک ما را بر آن داشت تا تغییراتی برای حذف نقاط تکین انجام شود که مکانیزم حاضر نسخه بهبود یافته و بدون نقاط تکین می باشد. با وجود این که تحلیل سینماتیک، تکنیکی، فضای کاری و دینامیک در مکانیزم های موازی انجام شده است ولی با توجه به جدید بودن این مکانیزم، تحلیل های ذیل برای اولین بار بر روی این مکانیزم جدید می باشد.

در این مقاله ابتدا روابط سینماتیک معکوس موقعیت مکانیزم ۴ درجه آزادی استخراج شده و سپس به ترتیب تحلیل سینماتیک معکوس سرعت و شتاب انجام شده است. همچنین روابط تحلیل سینماتیک مستقیم معکوس نیز مورد بحث قرار گرفته است. براساس روابط استخراج شده برنامه نویسی متلب انجام شده و نمودارهای سرعت و شتاب محرکه ها براساس یک مسیر نمونه برای سکوی متحرک به دست آمده است. در نهایت، با استفاده از امکانات حرکت نرم افزار سالیدورکس صحت روابط سینماتیک معکوس موقعیت، سرعت و شتاب و نمودارهای استخراج شده توسط نرم افزار متلب مورد تأیید قرار گرفته است. در ادامه با استفاده از روش گاسلین [۱۴] تحلیل تکنیکی صورت گرفته است. سپس توسط الگوریتم جستجوی گسسته در نرم افزار متلب، به محاسبه فضای کاری این مکانیزم پرداخته شده است و با استفاده از روش شبیه سازی سه بعدی انجام شده در نرم افزار سالیدورکس و به صورت تجربی، محاسبات انجام شده، صحت گذاری شده است.

در نهایت تحلیل دینامیک معکوس مکانیزم موازی مورد نظر با احتساب تمامی نیروهای اصطکاکی، کریولیس، اینرسی و نیروهای خارجی با استفاده از روش نیوتن- اوایلر انجام شده است. براساس روابط استخراج شده برنامه نویسی متلب انجام شده و نمودار نیرویی محرکه ها براساس یک مسیر نمونه برای سکوی متحرک بدست آمده و تحلیل شده است.

۲- معرفی مکانیزم ماشین ابزار موازی $2-PR(Pa)U-2-PR(Pa)R$

در این مقاله یک مکانیزم موازی با چهار درجه آزادی مورد مطالعه قرار گرفته است. ربات حاضر که از یک مکانیزم موازی بهره می گیرد دارای چهار بازو هست که به یک سکوی متحرک

۳- تحلیل سینماتیک معکوس موقعیت محرکه‌ها

در سینماتیک معکوس موقعیت محرکه‌ها، هدف دستیابی به موقعیت برداری و طولی هر یک از چهار محرکه، با مشخص بودن موقعیت مکانی نقطه مرکزی سکوی متحرک می‌باشد. منظور از این تحلیل، به دست آوردن فرامین کنترلی است که بایستی به تک تک محرکه‌ها اعمال گردد تا مسیری را که سکوی متحرک مکانیزم چهار درجه آزادی پیشنهادی همراه با جهت‌گیری خود بایستی طی کند، به درستی بپیماید.

در شکل ۲ سکوی متحرک در چارچوب $\{P\}$ و سکوی ثابت در چارچوب $\{O\}$ تعریف می‌شوند. مراکز دو چارچوب بر مراکز دو سکو منطبق هستند. چارچوب $\{P\}$ به سکوی متحرک متصل بوده و با آن حرکت می‌کند. این دو سکو از طریق پایه‌هایی با طول ثابت به هم متصل گردیده‌اند.

اگر آمین نقطه اتصال سکوی متحرک به پایه در چارچوب مرجع $\{P\}$ با بردار ${}^P b_i$ مشخص شده باشد، مختصات ${}^O q_i$ در چارچوب مرجع $\{O\}$ به ترتیب زیر به دست می‌آید:

$${}^O \vec{q}_i = {}^O \vec{p} + {}^O R_p {}^P \vec{b}_i \quad (1)$$

در این رابطه p موقعیت نقطه وسط سکوی متحرک منطبق بر مبدأ $\{P\}$ نسبت به چارچوب $\{O\}$ و ${}^O R_p$ نیز ماتریس دوران می‌باشد.

$$\vec{p} = [p_x \quad p_y \quad p_z]^T \quad (2)$$

چون در این جا فقط دوران حول محور X وجود دارد پس ماتریس دوران به شکل زیر خواهد بود:

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

با توجه به شکل ۲ می‌توان نوشت:

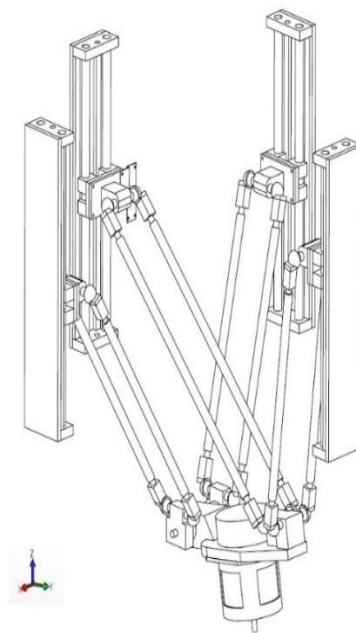
$$\vec{L}_i = d_i \vec{d}_{i0} + c_i \vec{c}_{i0} + l_i \vec{l}_{i0} \quad (4)$$

در رابطه فوق d_i مقدار عددی فاصله مرکز زمین متحرک تا ابتدای ریل و $\vec{d}_{i0}$ بردار یکه آن می‌باشد. همچنین c_i فاصله مرکز زمین تا مفصل متصل کننده پایه به زمین و $\vec{c}_{i0}$ بردار یکه

متصل می‌باشد و از نوع مکانیزم‌های موازی با طول پایه ثابت می‌باشد که طول پایه ثابت باعث سفتی هرچه بیشتر مکانیزم می‌شود. مکانیزم موازی این ربات چهار درجه آزادی را تأمین می‌کند که شامل جابجایی در محورهای x ، y و z و دوران حول محور x می‌باشد. وجود درجه آزادی چهارم (حرکت دورانی) باعث افزایش مانورپذیری و نیز کارایی مکانیزم در مقایسه با مکانیزم‌های سه درجه آزادی می‌شود.

این مکانیزم به واسطه دو نوع زنجیر غیرهمسان $2-PR(Pa)U-2-PR(Pa)R$ [به ترتیب نشان دهنده مفصل کشویی، مفصل لولایی، متوازی‌الاضلاع و مفصل یونیورسال هستند] به هم متصل شده‌اند (شکل ۱).

برای اتصال سکوی متحرک به سکوی ثابت، سیستم متوازی‌الاضلاع مدنظر قرار گرفته است. با توجه به مرجع [۲۸]، استفاده از متوازی‌الاضلاع در زنجیرها باعث افزایش قابلیت چرخشی و سفتی ربات می‌شود. این سیستم اتصال بین دو مفصل را توسط دو میله موازی ممکن می‌سازد که به نوبه خود، باعث بالارفتن سفتی اتصال می‌گردد. از طرفی با زیادتربودن تعداد لینک‌ها سفتی کل مکانیزم نیز افزایش می‌یابد. چهار چوب اصلی مکانیزم نیز به گونه‌ای است که بهترین فضای کاری را فراهم می‌کند.



شکل (۱): مکانیزم موازی چهار درجه آزادی $2-PR(Pa)U-2-PR(Pa)R$

۴- سینماتیک معکوس سرعت محرکه‌ها

در این تحلیل با فرض مشخص بودن سرعت‌های خطی و دورانی سکوی متحرک، هدف دستیابی به بردار و اندازه سرعت خطی محرکه‌ها می‌باشد. با توجه به شکل ۲ حلقه سینماتیکی برای لینک i-m به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$d_i \vec{d}_{io} = \vec{p} + \vec{b}_i - \vec{a}_i - c_i \vec{c}_{io} - l_i \vec{l}_{io} \quad (۸)$$

برای به دست آوردن سرعت پایه‌ها می‌توان از رابطه بالا نسبت به زمان مشتق گرفت:

$$\dot{d}_i \vec{d}_{io} = \dot{\vec{p}} + \vec{\omega} \times \vec{b}_i - l_i (\vec{\omega}_{li} \times \vec{l}_{io}) \quad (۹)$$

در رابطه فوق $\vec{\omega}$ بردار سرعت زاویه‌ای سکوی متحرک و $\vec{\omega}_{li}$ بردار سرعت زاویه‌ای بردار $\vec{l}_{io}$ و $\dot{\vec{p}}$ سرعت خطی مرکز سکوی متحرک و هر سه در چارچوب مرجع می‌باشد. برای حذف $\vec{\omega}_{li}$ ، طرفین رابطه (۹) در $\vec{l}_{io}$ ضرب می‌شود:

$$\dot{d}_i \vec{d}_{io} \cdot \vec{l}_{io} = \dot{\vec{p}} \cdot \vec{l}_{io} + (\vec{\omega} \times \vec{b}_i) \cdot \vec{l}_{io} - l_i (\vec{\omega}_{li} \times \vec{l}_{io}) \cdot \vec{l}_{io} \quad (۱۰)$$

طبق قانون $(P \cdot (Q \times R) = (P \times Q) \cdot R)$ معادله (۱۰) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\dot{d}_i \vec{d}_{io} \cdot \vec{l}_{io} = \dot{\vec{p}} \cdot \vec{l}_{io} + \vec{\omega} \cdot (\vec{b}_i \times \vec{l}_{io}) \quad (۱۱)$$

با در نظر گرفتن $\dot{\vec{p}}$ به عنوان V_p و با استفاده از خاصیت $\vec{a} \cdot \vec{b} = [a]^T [b]$ معادله بالا به صورت ماتریس زیر در می‌آید:

$$[d_{io}]^T [l_{io}] [I]_{4 \times 4} [\dot{d}_i] \quad (۱۲)$$

$$= \begin{bmatrix} I_{io}^T & (b_i \times l_{io})^T \end{bmatrix}_{4 \times 6} \begin{bmatrix} V_p & \omega \end{bmatrix}_{6 \times 1}^T$$

عبارت $\dot{d}_i$ برای چهار پایه مکانیزم عبارت است از:

$$\vec{\dot{d}}_i = [\dot{d}_1 \quad \dot{d}_2 \quad \dot{d}_3 \quad \dot{d}_4]^T \quad (۱۳)$$

با توجه به این که در مکانیزم پیشنهادی امکان دوران تنها حول محور x وجود دارد، لذا عبارت‌های ω_z و ω_y مساوی صفر هستند و در نتیجه رابطه (۱۲) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

آن می‌باشد. با نرم‌گیری از رابطه (۴) و با توجه به قانون $A^T A = |A|^2$ داریم:

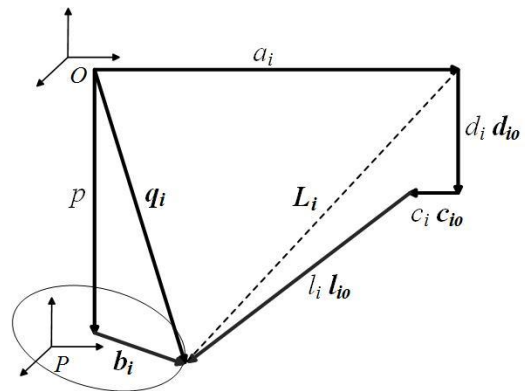
$$L^2 + d_i^2 + c_i^2 - 2d_i (\vec{L}_i \cdot \vec{d}_{io}) - 2c_i (\vec{L}_i \cdot \vec{c}_{io}) = l^2 \quad (۵)$$

با حل معادله فوق برای d_i داریم:

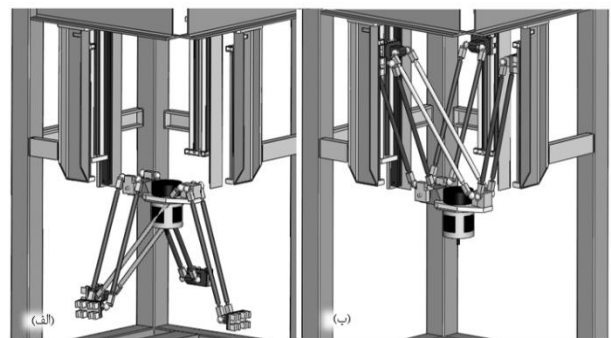
$$d_i = \vec{L}_i \cdot \vec{d}_{io} - c_i (\vec{d}_{io} \cdot \vec{c}_{io}) \pm \sqrt{(\vec{L}_i \cdot \vec{d}_{io})^2 - (\vec{L}_i \cdot \vec{L}_i) + l^2 - c_i^2 + 2c_i \vec{L}_i \cdot \vec{c}_{io}} \quad (۶)$$

با توجه هندسه مسئله همان طوری که در شکل ۳ مشاهده می‌گردد در صورت انتخاب علامت مثبت پشت رادیکال، قیود مکانیزم نقض می‌شود. بنابراین، علامت منفی پشت رادیکال را انتخاب می‌کنیم:

$$d_i = \vec{L}_i \cdot \vec{d}_{io} - \sqrt{(\vec{L}_i \cdot \vec{d}_{io})^2 - (\vec{L}_i \cdot \vec{L}_i) + l^2 - c_i^2 + 2c_i \vec{L}_i \cdot \vec{c}_{io}} \quad (۷)$$



شکل (۲): شماتیک یک پایه از مکانیزم.



شکل (۳): تأثیر انتخاب ریشه مثبت یا منفی رادیکال در موقعیت محرکه‌ها برای یک موقعیت سکوی متحرک.
الف) ریشه مثبت ب) ریشه منفی.

۵- سینماتیک معکوس شتاب محرکه‌ها

هدف از این تحلیل، تعیین اندازه شتاب خطی محرکه‌ها با فرض مشخص بودن شتاب خطی و زاویه‌ای سکوی متحرک می‌باشد.

با توجه به تعریف ماتریس ژاکوبین معکوس در رابطه (۱۸) و مشتق‌گیری از آن نسبت به زمان، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{dJ_x}{dt} = \begin{bmatrix} (\vec{\omega}_{l_1} \times \vec{l}_{1o})^T & ((\vec{\omega} \times \vec{b}_1) \times \vec{l}_{1o} + \vec{b}_1 \times (\vec{\omega}_{l_1} \times \vec{l}_{1o}))^T \\ (\vec{\omega}_{l_2} \times \vec{l}_{2o})^T & ((\vec{\omega} \times \vec{b}_2) \times \vec{l}_{2o} + \vec{b}_2 \times (\vec{\omega}_{l_2} \times \vec{l}_{2o}))^T \\ (\vec{\omega}_{l_3} \times \vec{l}_{3o})^T & ((\vec{\omega} \times \vec{b}_3) \times \vec{l}_{3o} + \vec{b}_3 \times (\vec{\omega}_{l_3} \times \vec{l}_{3o}))^T \\ (\vec{\omega}_{l_4} \times \vec{l}_{4o})^T & ((\vec{\omega} \times \vec{b}_4) \times \vec{l}_{4o} + \vec{b}_4 \times (\vec{\omega}_{l_4} \times \vec{l}_{4o}))^T \end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

$$\frac{dJ_q}{dt} = \begin{bmatrix} d_{1o}(\omega_{l_1} \times l_{1o}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{2o}(\omega_{l_2} \times l_{2o}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{3o}(\omega_{l_3} \times l_{3o}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{4o}(\omega_{l_4} \times l_{4o}) \end{bmatrix}$$

اندازه شتاب خطی محرکه‌ها با مشتق‌گیری از رابطه (۱۵) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ddot{d} = J_q^{-1} \frac{dJ_x}{dt} \dot{X} + J_q^{-1} J_x \ddot{X} - J_q^{-1} \frac{dJ_q}{dt} J^{-1} \dot{X} \quad (۲۰)$$

۶- سینماتیک نقاط مفصلی

از آنجایی که در محاسبه شتاب پایه‌ها و نیز در روابط دینامیکی پایه‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌های نقاط مفصلی مورد نیاز می‌باشند؛ در این قسمت به محاسبه آن‌ها پرداخته می‌شود. مطابق شکل (۲) بردار موقعیت هر کدام از نقاط مفصلی در محل اتصال سکوی متحرک به هر کدام از پایه‌ها در چارچوب مرجع، به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\vec{q}_i = \vec{a}_i + d_i \vec{d}_{io} + c_i \vec{c}_{io} + l_i \vec{l}_{io} \quad (۲۱)$$

بنابراین سرعت هر کدام از نقاط مفصلی در محل اتصال سکوی متحرک به پایه‌ها، با مشتق‌گیری از طرفین رابطه (۲۱) نسبت به زمان، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\vec{q}}_i = \dot{d}_i \vec{d}_{io} + \omega_{li} \times l_i \vec{l}_{io} \quad (۲۲)$$

$$\begin{bmatrix} l_{1ox} & l_{1oy} & l_{1oz} & (b_{1y}l_{1oz} - b_{1z}l_{1oy}) \\ l_{2ox} & l_{2oy} & l_{2oz} & (b_{2y}l_{2oz} - b_{2z}l_{2oy}) \\ l_{3ox} & l_{3oy} & l_{3oz} & (b_{3y}l_{3oz} - b_{3z}l_{3oy}) \\ l_{4ox} & l_{4oy} & l_{4oz} & (b_{4y}l_{4oz} - b_{4z}l_{4oy}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \omega_x \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

$$= \begin{bmatrix} d_{1o}l_{1o} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{2o}l_{2o} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{3o}l_{3o} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{4o}l_{4o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{d}_4 \end{bmatrix}$$

رابطه (۱۴) به فرم کلی زیر قابل بازنویسی می‌باشد:

$$J_x \cdot \dot{X} = J_q \cdot \dot{d} \quad (۱۵)$$

که در آن، ماتریس J_x و ماتریس J_q را به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$J_x = \begin{bmatrix} l_{1ox} & l_{1oy} & l_{1oz} & (b_{1y}l_{1oz} - b_{1z}l_{1oy}) \\ l_{2ox} & l_{2oy} & l_{2oz} & (b_{2y}l_{2oz} - b_{2z}l_{2oy}) \\ l_{3ox} & l_{3oy} & l_{3oz} & (b_{3y}l_{3oz} - b_{3z}l_{3oy}) \\ l_{4ox} & l_{4oy} & l_{4oz} & (b_{4y}l_{4oz} - b_{4z}l_{4oy}) \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

$$J_q = \begin{bmatrix} d_{1o}l_{1o} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{2o}l_{2o} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{3o}l_{3o} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{4o}l_{4o} \end{bmatrix}$$

و $\dot{X}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \omega_x \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

با استفاده از رابطه (۱۵) ماتریس ژاکوبین معکوس با ضرب J_q^{-1} به طرفین رابطه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{d} = J_q^{-1} J_x \dot{X} = J^{-1} \dot{X} \quad (۱۸)$$

$$J^{-1} = J_q^{-1} J_x$$

$$\vec{\omega}_{li} = \frac{\vec{l}_{io} \times \dot{\vec{q}}_i - \vec{l}_{io} \times \dot{\vec{d}}_i}{l_i} \quad (29)$$

برای محاسبه شتاب زاویه‌ای پایه‌ها، طرفین رابطه (۲۵) در

$\vec{l}_{io}$ ضرب خارجی می‌شود:

$$\begin{aligned} \vec{l}_{io} \times \ddot{\vec{q}}_i &= \vec{l}_{io} \times \ddot{\vec{d}}_i + l_i \vec{l}_{io} \times (\ddot{\alpha}_{li} \times \vec{l}_{io}) \\ &+ l_i \vec{l}_{io} \times (\ddot{\omega}_{li} \times \vec{l}_{io}) \end{aligned} \quad (30)$$

اگر در رابطه بالا از فرض عمودبودن $\vec{l}_{io}$ بر $\ddot{\alpha}_{li}$ استفاده گردد، یعنی $\vec{l}_{io} \cdot \ddot{\alpha}_{li} = 0$ و همچنین با استفاده از قانون ضرب برداری $[P \times (Q \times R) = (P \cdot R)Q - (P \cdot Q)R]$ داریم:

$$\vec{l}_{io} \times \ddot{\vec{q}}_i = \vec{l}_{io} \times \ddot{\vec{d}}_i + l_i \ddot{\alpha}_{li} \quad (31)$$

درنتیجه رابطه فوق به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{\alpha}_{li} = \frac{\vec{l}_{io} \times \ddot{\vec{q}}_i - \vec{l}_{io} \times \ddot{\vec{d}}_i}{l_i} \quad (32)$$

۸- تحلیل سینماتیک مستقیم موقعیت

مسئله سینماتیک مستقیم برخلاف سینماتیک معکوس مکانیزم، محاسبه موقعیت کارت‌زین و جهت‌گیری زاویه‌ای سکوی متحرک نسبت به مقادیر داده شده جابجایی محرک‌ها می‌باشد. برای تحلیل سینماتیک مستقیم می‌توان از دو روش استفاده نمود. تمام پیکره‌بندی‌های ممکن سکوی متحرک را می‌توان از طریق روش اول که برگرفته از مرجع [۴] می‌باشد به دست آورد، اما کاری بسیار وقت‌گیر است و بسیاری از جواب‌های آن بی‌معنی است. از این‌رو، مسئله سینماتیک مستقیم به صورت عددی با استفاده از روش دوم یعنی روش تکرار نیوتن-رافسون^۱ که برگرفته از مراجع [۲۹-۳۰] می‌باشد، حل شده است.

اساس این روش بر حدس جواب مسئله و سپس تصحیح جواب‌های متوالی استوار می‌باشد. در روش تحلیل نیوتن-رافسون ابتدا یک نقطه حدسی به عنوان جواب مسئله در نظر گرفته می‌شود. سپس یک تابع خطا به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$E(X) = d(X) - d_{given} \quad (33)$$

از طرفی بردار موقعیت هرکدام از نقاط مفصلی در محل اتصال سکوی متحرک به هرکدام از پایه‌ها در چارچوب مرجع را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت:

$$\vec{q}_i = \vec{p} + \vec{b}_i \quad (23)$$

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه (۲۳) نسبت به زمان، سرعت هرکدام از نقاط مفصلی در محل اتصال سکوی متحرک به پایه‌ها، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\vec{q}}_i = \dot{\vec{p}} + \omega \times \vec{b}_i \quad (24)$$

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه (۲۲) نسبت به زمان، شتاب هرکدام از نقاط مفصلی در محل اتصال سکوی متحرک به پایه‌ها $\ddot{\vec{q}}_i$ ، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{\vec{q}}_i = \ddot{\vec{d}}_i + \alpha_{li} \times l_i \vec{l}_{io} + \omega_{li} \times (\omega_{li} \times l_i \vec{l}_{io}) \quad (25)$$

به همین ترتیب با مشتق‌گیری از طرفین رابطه (۲۴) نسبت به زمان، شتاب هرکدام از نقاط مفصلی در محل اتصال سکوی متحرک به پایه‌ها، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{\vec{q}}_i = \ddot{\vec{p}} + \alpha \times \vec{b}_i + \omega \times (\omega \times \vec{b}_i) \quad (26)$$

به طوری که در روابط فوق، α_{li} و ω_{li} به ترتیب سرعت و شتاب زاویه‌ای هرکدام از پایه‌ها می‌باشند.

۷- سرعت و شتاب زاویه‌ای پایه‌ها

برای محاسبه سرعت زاویه‌ای آیین پایه از رابطه (۲۲) استفاده گردیده است که با ضرب خارجی $\vec{l}_{io}$ در طرفین رابطه، به ترتیب زیر به دست می‌آید:

$$\vec{l}_{io} \times \dot{\vec{q}}_i = \vec{l}_{io} \times \dot{\vec{d}}_i + \vec{l}_{io} \times (\omega_{li} \times l_i \vec{l}_{io}) \quad (27)$$

اگر در رابطه بالا از فرض عمودبودن $\vec{l}_{io}$ بر $\ddot{\omega}_{li}$ استفاده گردد، یعنی $\vec{l}_{io} \cdot \ddot{\omega}_{li} = 0$ و همچنین با استفاده از قانون ضرب برداری $[P \times (Q \times R) = (P \cdot R)Q - (P \cdot Q)R]$ داریم:

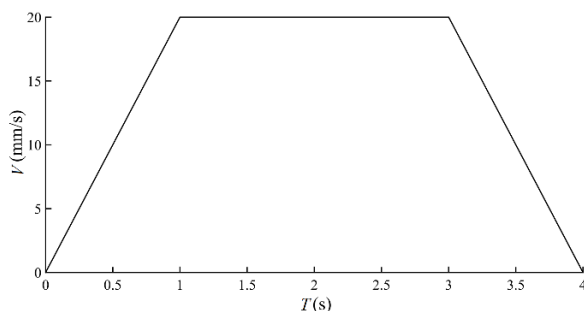
$$\begin{aligned} \vec{l}_{io} \times \dot{\vec{q}}_i &= \vec{l}_{io} \times \dot{\vec{d}}_i + ((\vec{l}_{io} \cdot \vec{l}_{io}) \ddot{\omega}_{li} - (\vec{l}_{io} \cdot \ddot{\omega}_{li}) \vec{l}_{io}) l_i \\ &= \vec{l}_{io} \times \dot{\vec{d}}_i + \ddot{\omega}_{li} l_i \end{aligned} \quad (28)$$

درنتیجه رابطه فوق به صورت رابطه ۰۲۹ به دست می‌آید:

۹- برنامه نویسی تحلیل سینماتیک معکوس در نرم افزار متلب

همه روابط فوق در تحلیل سینماتیک معکوس موقعیت، سرعت و شتاب در نرم افزار متلب جهت استخراج نمودارهای مورد نیاز کدنویسی شدند. همچنین یک مسیر نمونه که سکوی متحرک از نقطه اولیه (۰,۰,۷۰۰) میلی متر در جهت محور X با سرعت مشخص نشان داده شده در شکل ۴ (ابتدا یک حرکت با شتاب افزایشنده تا ثانیه ۱ دارد و سپس تا ثانیه ۳ یک حرکت با سرعت ثابت و بعد تا ثانیه ۴ یک حرکت با شتاب کاهشنده را دارد) تعیین شده است.

با استفاده از کدنویسی روابط سینماتیک معکوس و مسیر مشخص شده، در شکل های ۷-۵ به ترتیب نمودارهای موقعیت، سرعت و شتاب محرکه ها نشان داده شده اند.



شکل (۴): نمودار سرعت حرکت سکوی متحرک

همان طوری که در شکل ۵ مشاهده می شود به خاطر این که مسیر حرکت سکوی متحرک در راستای محور X می باشد عمده حرکت محرکه ها مربوط به دو محرکه ۱ و ۳ می باشد.

با توجه به نوع حرکت سکوی متحرک که ابتدا (از ثانیه ۰ تا ۱) حرکتی با شتاب افزایشنده و سپس (از ثانیه ۱ تا ۳) حرکت سرعت ثابت و در انتها (از ثانیه ۳ تا ۴) حرکتی با شتاب کاهشنده دارد، همین شکل از حرکت در محرکه ها نیز دیده می شود.

همچنین در شکل های ۹-۸ سرعت و شتاب زاویه ای پایه ها نیز نشان داده شده اند.

در این رابطه $d(X)$ جابجایی خطی محرک می باشد که توسط تحلیل سینماتیک معکوس برای مختصات کارتزین نقطه حدسی X محاسبه می گردد و d_{given} جابجایی خطی محرک معلوم می باشد که می تواند اندازه گیری شود. در صورتی که X از طریق تحلیل سینماتیک مستقیم درست حدس زده شود، مقادیر $d(X)$ و d_{given} برابر خواهند بود و تابع خطا صفر می گردد. نزدیکی نقطه حدسی به نقطه اصلی و جواب، باعث سرعت در همگرایی مسئله و دستیابی به جواب خواهد شد. حل عددی روش نیوتن-رافسون به ترتیب زیر اجرا می گردد:

$$\tilde{X}_i = \tilde{X}_{i-1} - \left(\frac{\partial E(\tilde{X}_{i-1})}{\partial X} \right)^{-1} \cdot E(\tilde{X}_{i-1}) \quad (34)$$

در رابطه (۳۴) از عبارت زیر تعریف ماتریس ژاکوبین معکوس تداعی می گردد:

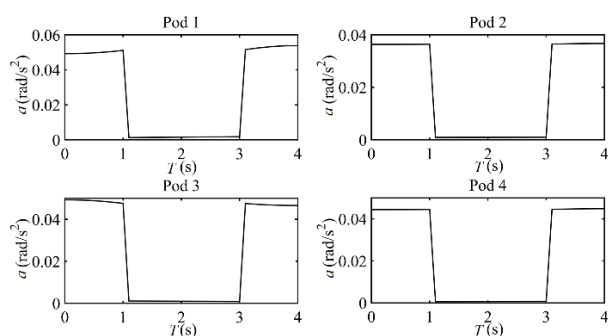
$$E(\tilde{X}_{i-1}) / (\tilde{X}_{i-1} - \tilde{X}_i) = \frac{\partial E(\tilde{X}_{i-1})}{\partial X} \quad (35)$$

$$= J^{-1}(\tilde{X}_{i-1})$$

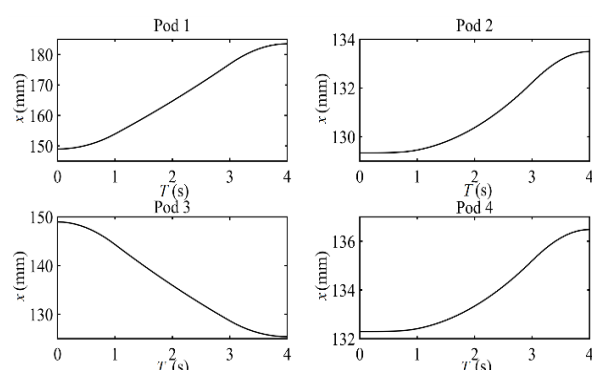
با جای گذاری $E(X)$ و ماتریس ژاکوبین در رابطه (۳۵) خواهیم داشت:

$$\tilde{X}_i = \tilde{X}_{i-1} - \left(J^{-1}(\tilde{X}_{i-1}) \right)^{-1} (d(X) - d_{given}) \quad (36)$$

در رابطه فوق $\tilde{X}_i$ جواب تقریبی گرفته شده پس از i -مرحله تکرار می باشد. برای حل این رابطه بایستی حدس اولیه $\tilde{X}_0$ به عمل آید تا معادله در روند تکرار خود به جواب مناسب برسد. دقت و نرخ همگرایی الگوریتم نیوتن-رافسون به موارد مختلف بستگی دارد. یکی از مهمترین موارد برای سرعت در همگرایی جواب این است که نقطه حدسی به نقطه اصلی و جواب نزدیک باشد. در این جا به دلیل پایین بودن میزان خطاها نقطه مورد نظر نزدیک جواب بوده و در نتیجه همگرایی جواب سریع خواهد بود. همچنین وجود معکوس ماتریس ژاکوبین نیازمند این است که سکو نزدیک پیکره بندی های تکینگی نباشد.



شکل (۹): نمودار شتاب زاویه‌ای پایه‌ها.



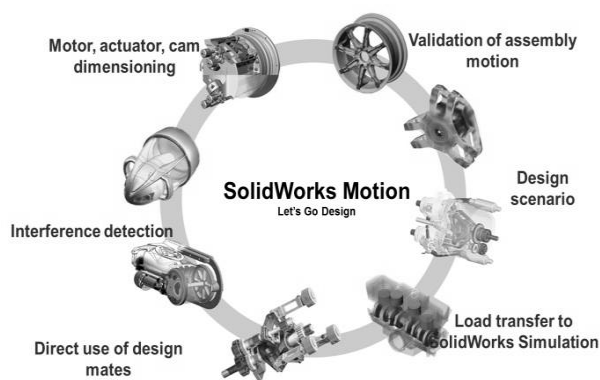
شکل (۵): نمودار موقعیت حرکت محرکه‌ها.

۱۰- تحلیل سینماتیک معکوس توسط ماژول حرکتی نرم‌افزار سالی‌دورکس و مقایسه با روش تحلیلی

در نرم‌افزار سالی‌دورکس که یکی از قوی‌ترین نرم‌افزارهای موجود در مهندسی مکانیک است ماژول حرکتی سالی‌دورکس برای تحلیل سینماتیک موقعیت، سرعت و شتاب مکانیزم‌ها به کار برده می‌شود (شکل ۱۰).

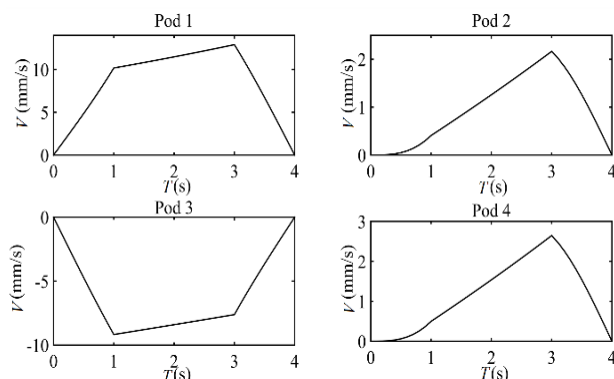
با استفاده از ماژول فوق و تعریف مسیر حرکتی معین برای سکوی متحرک شبیه‌سازی انجام گرفته و نمودارهای موقعیت، سرعت و شتاب محرکه‌ها و همچنین سرعت و شتاب زاویه‌ای پایه‌ها به دست آمدند.

SolidWorks Motion ; Dynamic Analysis of Mechanism

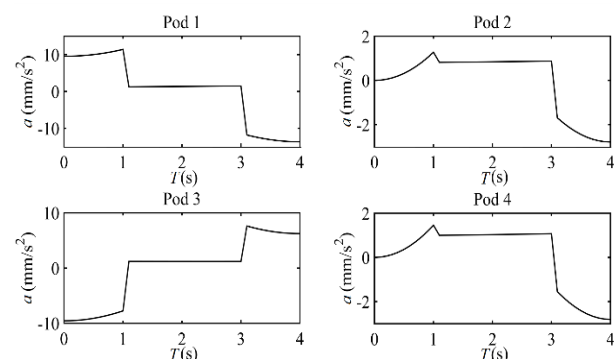


شکل (۱۰): ماژول حرکتی سالی‌دورکس.

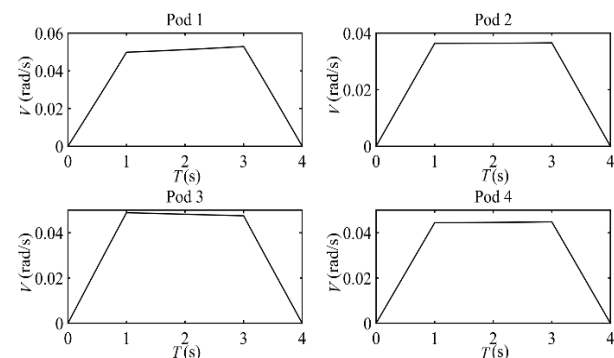
با توجه به نمودارهای استخراج شده با کدنویسی روابط در نرم‌افزار متلب و شبیه‌سازی حرکتی در نرم‌افزار سالی‌دورکس مشاهده می‌شود که نتایج بسیار به هم نزدیک هستند و این موضوع در شکل‌های ۱۱-۱۵ به وضوح دیده می‌شود.



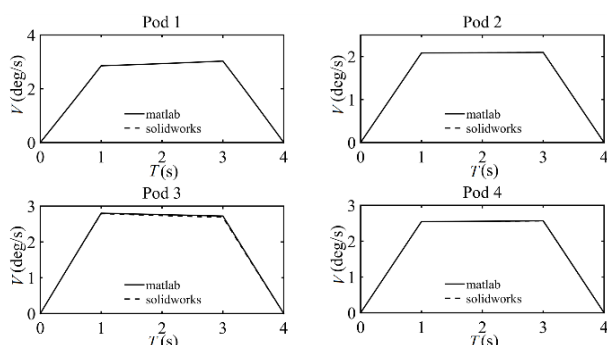
شکل (۶): نمودار سرعت حرکت محرکه‌ها.



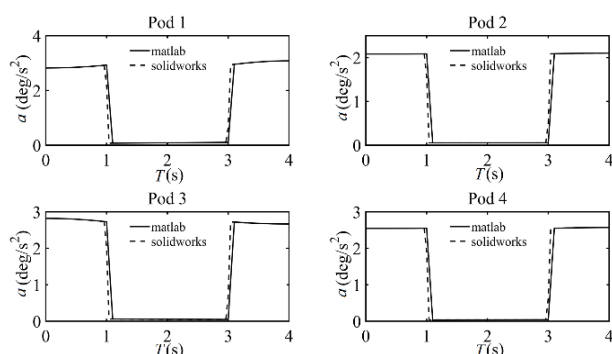
شکل (۷): نمودار شتاب حرکت محرکه‌ها.



شکل (۸): نمودار سرعت زاویه‌ای پایه‌ها.



شکل (۱۴): مقایسه نمودار سرعت زاویه‌ای حرکت پایه‌ها.



شکل (۱۵): مقایسه نمودار شتاب زاویه‌ای حرکت پایه‌ها.

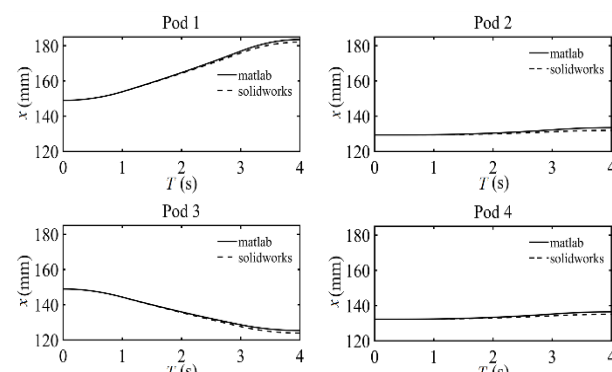
۱۱- تحلیل تکنیکی

یکی از محدودیت‌های مهم مکانیزم‌های موازی قرارگرفتن آن‌ها در موقعیت‌های تکیه می‌باشد. این خصوصیت یکی از موارد بسیار مهم و مورد توجه محققان و سازنده‌ها، در طراحی و تحلیل ربات‌ها و ماشین‌ابزارهای موازی می‌باشد.

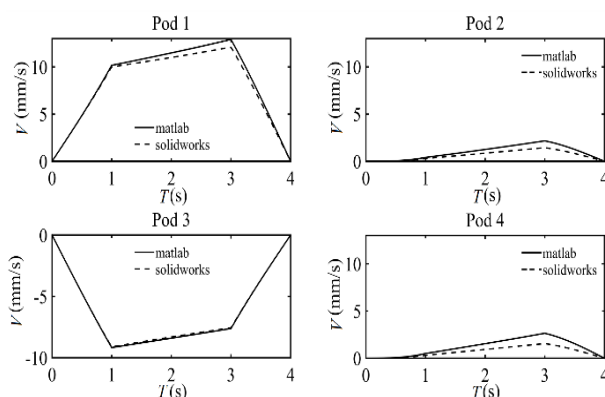
در این مقاله، از روش تحلیل دترمینان ماتریس ژاکوبین برای آنالیز تکنیکی استفاده شده است. بدین ترتیب که تمامی نقاط موجود در فضای کاری به وسیله یک الگوریتم بررسی شده و در صورتی که دترمینان ماتریس ژاکوبین به ازای نقطه مورد بررسی صفر گردد، این نقطه به عنوان نقطه تکیه ذخیره می‌شود. در انتها، نمودار مربوط به نقاط تکیه رسم شده و با نمودار فضای کاری مقایسه می‌شود. از طرفی برای بررسی صحت محاسبات انجام‌شده، از روش‌های سینماتیکی استفاده شده است.

برپایه دو ماتریس ژاکوبین به دست آمده از رابطه (۱۶) یعنی J_x و J_q ، می‌توان گفت که یک مکانیزم موازی هنگامی در

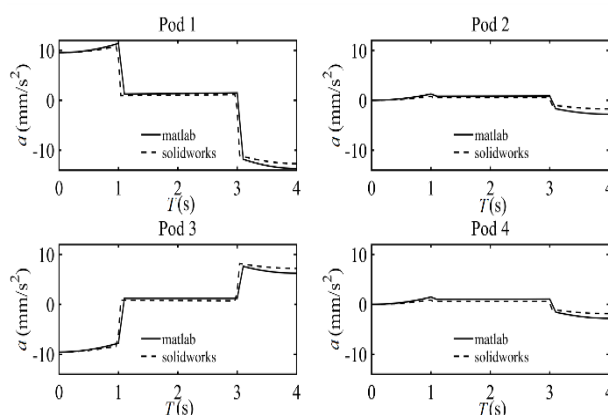
با توجه به پیچیدگی سینماتیک مکانیزم‌های موازی حرکت خطی برای این نوع مکانیزم‌ها بدون میان‌یابی امکان پذیر نمی‌باشد. بنابراین خطای مشاهده شده در مقایسه نتایج به دست آمده ناشی از خطای حرکتی در نرم‌افزار سالی‌دورکس می‌باشد.



شکل (۱۱): مقایسه نمودار موقعیت حرکت محرکه‌ها.



شکل (۱۲): مقایسه نمودار سرعت حرکت محرکه‌ها.



شکل (۱۳): مقایسه نمودار شتاب حرکت محرکه‌ها.

$$J_x = \begin{bmatrix} l_{1ox} & l_{1oy} & l_{1oz} & 0 \\ l_{2ox} & l_{2oy} & l_{2oz} & (b \cos \theta_{l_{2oz}} - b \sin \theta_{l_{2oy}}) \\ l_{3ox} & l_{3oy} & l_{3oz} & 0 \\ l_{4ox} & l_{4oy} & l_{4oz} & (-b \cos \theta_{l_{4oz}} + b \sin \theta_{l_{4oy}}) \end{bmatrix}$$

$$|J_x| = 0 \rightarrow \quad (39)$$

$$\begin{vmatrix} l_{1ox} & l_{1oy} & l_{1oz} & 0 \\ l_{2ox} & l_{2oy} & l_{2oz} & (b \cos \theta_{l_{2oz}} - b \sin \theta_{l_{2oy}}) \\ l_{3ox} & l_{3oy} & l_{3oz} & 0 \\ l_{4ox} & l_{4oy} & l_{4oz} & (-b \cos \theta_{l_{4oz}} + b \sin \theta_{l_{4oy}}) \end{vmatrix} = 0$$

۱۱-۳- تکینگی ترکیبی

تکینگی ترکیبی وقتی اتفاق می‌افتد که درمینان J_x و J_q هر دو صفر شوند. معمولاً این نوع موقعیت تکینگی هنگامی اتفاق می‌افتد که دستگاه (ربات) موازی دارای ترکیب‌بندی سینماتیکی خاصی باشد که در این مکانیزم به‌خاطر این که تکینگی معکوس رخ نمی‌دهد، اتفاق نمی‌افتد.

۱۱-۴- کیفیت تکینگی

در تکینگی معکوس با توجه به قفل و یا ثابت‌بودن سکوی متحرک در فضا، بعضی از محرکه‌ها می‌توانند به اندازه‌های بی‌نهایت کوچک حرکت کنند و در نتیجه، در این حالت دستگاه موازی یک یا چند درجه آزادی را از دست می‌دهد. به عبارت بهتر، در موقعیت تکین معکوس، یک دستگاه موازی بدون هیچ‌گونه نیرو و یا گشتاور اعمالی در محرکه‌ها می‌تواند در مقابل نیروها و یا گشتاورهای اعمالی در بعضی از جهت‌ها مقاومت کند. در تکینگی مستقیم با توجه به قفل و یا ثابت‌بودن محرکه‌ها (پایه‌ها)، سکوی متحرک در بعضی از جهات فضا می‌تواند به اندازه‌های بی‌نهایت کوچک حرکت کند و در نتیجه در این حالت دستگاه موازی یک یا چند درجه آزادی بیشتر به دست می‌آورد و غیرقابل کنترل می‌شود. به عبارت بهتر، در موقعیت تکین سینماتیک مستقیم، یک دستگاه موازی نمی‌تواند در مقابل نیروها و یا گشتاورهای اعمالی در بعضی از جهت‌ها مقاومت کند. در تکینگی ترکیبی ممکن است درحالی که تمامی محرکه‌ها قفل و ثابت هستند، سکوی متحرک دارای حرکات بسیار کوچکی در بعضی از جهات باشد و با توجه به ثابت‌ماندن سکوی متحرک در فضا، محرکه‌ها دارای حرکات بسیار ریزی باشند [۳۱].

موقعیت تکین قرار دارد که هر کدام از ماتریس‌های J_q و J_x و یا هر دوی آن‌ها تکین و یا به عبارت دیگر، صفر باشند [۳۱]. به این ترتیب، سه نوع موقعیت تکینگی اتفاق می‌افتد.

۱۱-۱- تکینگی معکوس

تکینگی معکوس وقتی اتفاق می‌افتد که درمینان ماتریس J_q مساوی صفر شود. با استفاده از رابطه (۱۶) داریم:

$$|J_q| = 0$$

$$\begin{vmatrix} d_{1o}l_{1o} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{2o}l_{2o} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{3o}l_{3o} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{4o}l_{4o} \end{vmatrix} = 0 \quad (37)$$

$$\rightarrow d_{io}l_{io} = 0 \rightarrow d_{io} \perp l_{io}$$

همان‌طور که از رابطه بالا معلوم است، زمانی درمینان ماتریس J_q صفر می‌شود که دو بردار d_{io} و l_{io} برهم عمود باشند و به تعبیری، زمانی که پایه بر ریل عمود باشد. در مکانیزم مورد مطالعه با توجه به ترکیب‌بندی ساختاری و نیز قیدهای مکانیکی و محدودیت حرکتی زین در ریل، عمودبودن پایه‌ها بر ریل امکان‌پذیر نمی‌باشد.

۱۱-۲- تکینگی مستقیم

تکینگی مستقیم وقتی اتفاق می‌افتد که درمینان ماتریس J_x مساوی صفر شود. در رابطه (۱۶) به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$${}^o b_i = {}^o R_p {}^p b_i =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^p b_{ix} \\ {}^p b_{iy} \\ {}^p b_{iz} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$= \begin{bmatrix} {}^p b_{ix} \\ {}^p b_{iy} \cos \theta - {}^p b_{iz} \sin \theta \\ {}^p b_{iy} \sin \theta + {}^p b_{iz} \cos \theta \end{bmatrix}$$

با جای‌گذاری روابط بالا در ماتریس J_x ، این ماتریس به شکل زیر تبدیل می‌شود:

۱۱-۵- بررسی تکنیکی مکانیزم مورد مطالعه

به منظور بررسی صحت محاسبات انجام شده در تحلیل تکنیکی، از یک الگوریتم در نرم افزار Matlab استفاده شد. در این الگوریتم، به ازای تمامی نقاط موجود در فضای کاری، دترمینان ماتریس J_x و نیز دترمینان ماتریس J_q محاسبه می گردد. در صورتی که در نقطه مورد بررسی دترمینان ماتریس J_x مساوی صفر گردد و دترمینان ماتریس J_q مخالف صفر شود، نقطه مذکور به عنوان نقطه تکین مستقیم ذخیره می شود. اگر در این نقطه دترمینان ماتریس J_q مساوی صفر گردد و دترمینان ماتریس J_x مخالف صفر شود، نقطه مذکور به عنوان نقطه تکین معکوس ذخیره می گردد و در صورتی که هم دترمینان ماتریس J_x و هم دترمینان ماتریس J_q صفر شود، نقطه مذکور به عنوان نقطه تکین ترکیبی شناخته شده و ذخیره می گردد.

نتایج حاصل نشان می دهد که به خاطر شرایط خاص نقاط اتصال پایه ها به سکوی متحرک و ریل ها، هیچ گونه نقطه تکنیکی در فضای کاری مورد بررسی وجود ندارد.

۱۲- تحلیل فضای کاری

برای ماشین ابزارهای عمومی با سه محور عمودی (X, Y, Z) که به صورت سری متصل شده اند تعیین فضای کاری بسیار راحت است و با توجه به تعامد محورها و تعداد آن ها و محدودیت های حرکتی آن ها ($\pm X, \pm Y, \pm Z$)، فضای کاری به صورت یک مکعب در می آید که سه محور مربوطه یا ل های متعامد آن را تشکیل می دهند. با افزایش تعداد محورها به ۴ یا ۵ عدد، فضای کاری شبیه حالت قبلی است ولی فقط دارای درجات آزادی بیشتری با توجه به ثابت ماندن محدودیت های زاویه ای است. به علت سادگی تعیین فضای کاری ماشین ابزارهای عمومی، به دست آوردن محدوده کاری ماشین ابزار با توجه به اندازه، شکل و ارتباط اجزاء ماشین با یکدیگر، نسبتاً آسان است.

در ماشین ابزارهای موازی تعیین محدوده فضای کاری بسیار مشکل است زیرا هیچ محور ثابت متعامد مثل ماشین ابزارهای عمومی وجود ندارد و فضای کاری ماشین ابزارهای موازی به وسیله پارامترها و یا قیدهای سینماتیکی ساختار، مثل حدود تغییر مکان پایه ها، حدود زوایای چرخشی، قیدهای جلوگیری از تقاطع پایه ها و سایر قیدهای لازم برای ممانعت از تقاطع

قطعات اضافی به دست می آید. در نهایت، محدوده حجمی به دست آمده دارای شکل هندسی ساده ای نیست.

به طور کلی، فضای کاری یک ماشین ابزار موازی از لحاظ اندازه کوچک تر از فضای کاری یک ماشین ابزار عمومی هم اندازه است. با اضافه شدن پیچیدگی فضای کاری به مشخصات ماشین ابزار موازی، یکی از معایب اصلی ماشین ابزار موازی آشکار می شود که در یک محیط تولیدی به وضوح مشهود است. لذا برای کاهش اثرات عیب ذکر شده لازم است که تمام محدوده فضای کاری از لحاظ قابلیت های ماشین بررسی و تحلیل شده تا بهترین شرایط کاری در محدوده فضای کاری کوچک و پیچیده تعیین گردد. روش ارائه شده در این رساله، روش استفاده از الگوریتم گسسته است. در این شیوه یک الگوریتم جستجو تمام فضای کاری ماشین را جاروب یا پیمایش می کند و سپس صحت هر کدام از نقاط این فضای کاری را مبنی بر قرارگیری آن نقطه در داخل فضای کاری، با چک کردن محدودیت ها یا قیود فیزیکی ماشین ابزار موازی به دست می دهد. به طور کلی، الگوریتم تحلیل فضای کاری را می توان به سه مرحله اصلی تقسیم کرد:

۱- الگوریتم جستجو برای پیدا کردن محدوده فضای کاری

۲- تبدیل سینماتیک معکوس

۳- تست محدودیت ها یا قیود فیزیکی ماشین

در الگوریتم تحلیل فضای کاری، تبدیل سینماتیک معکوس بعد از گرفتن موضع سکوی متحرک (موقعیت و جهت) از الگوریتم جستجو، موقعیت پایه ها را برای تست محدودیت های فیزیکی ماشین به دست می دهد. در نتیجه، ترکیب سه مرحله اصلی بالا می تواند اطلاعات مورد نیاز فضای کاری انواع ماشین ابزارهای موازی را تهیه کند. البته بسته به چگونگی ترکیب بندی یعنی نوع، ترتیب و اندازه قسمت های مختلف ماشین ابزار، اطلاعات اولیه برنامه فرق می کند ولی روند کار یکسان است.

عملیات جاروب کردن با تقسیم فضای کاری به صفحات x-y یا مقاطع افقی با فواصل z ثابت از هم آغاز شده و بعد از این که تمام نقاط یک صفحه جاروب شد، عملیات جاروب صفحه بعدی شروع می شود. این الگوریتم برپایه سیستم مختصات قطبی- استوانه ای اجرا می شود.

قیدها و محدودیت های فیزیکی که در این مکانیزم بررسی می شوند شامل محدودیت حرکتی محرکه ها، برخورد پایه به

گام به واقعیت نزدیک تر می سازد. در روش دینامیک معکوس، شناسایی نیروهای مورد نیاز محرکه ها و شتاب های برداری مراکز جرم قسمت های ثابت و متحرک پایه ها مطابق با شتاب ها و نیروهای وارد بر مرکز جرم میز ماشین مد نظر می باشد. این تحلیل در کنترل بهینه مکانیزم چهار درجه آزادی پیشنهادی نقش اساسی را بازی می کند.

اهمیتی که در محاسبه لحظه ای نیروها وجود دارد تا در پی آن، کنترل بهینه و حرکت صحیح میز ماشین ابزار حاصل شود. توجه به عوامل مولد نیروها از جمله نیروهای جاذبه سکو و پایه ها، نیروی کریولیس، نیروی اینرسی، نیروی اصطکاکی مفاصل و نیروها و ممان های حاصل از ماشین کاری اجزاء که بر میز ماشین اعمال می گردند را بیشتر مشخص می نماید. به همین دلیل، در کار حاضر دسته بندی کاملی از نیروهایی که در تحلیل های مختلف استفاده می شوند در نظر گرفته شده و اهمیت محاسبات پیچیده نیرویی که در برخی از مراحل طراحی در نظر گرفته می شوند، بررسی می شود. عوامل واردکننده نیرویی که محرکه بایستی عکس العمل آن ها را جبران کند را می توان به سه قسمت زیر تقسیم بندی نمود:

- نیروی عکس العمل حاصل از وزن سکو (F_w) و نیروهای اینرسی و کریولیس مربوط به سکو که محرکه باید آن را تأمین کند.

- نیروی عکس العمل حاصل از اینرسی حرکتی، شتاب کریولیس پایه ها و نیروهای اصطکاکی مفاصل (F_a) که محرکه باید آن را تأمین کند.

- نیروها و ممان های عکس العمل حاصل از ماشین کاری قطعه روی میز ماشین ابزار (F_p) که محرکه باید آن را تأمین کند.

۱۳-۱- تحلیل دینامیکی محرکه ها

نیروهای موجود در قسمت محرکه عبارتند از: نیروی گرانش ($m_{si}\vec{G}$)، نیروی محرکه (f_{si})، نیروی واکنش سطح (N_i)، نیروی اصطکاک (F_{fsi}) و نیروی واکنش پایه ها (F_{lsi}) (در این قسمت دو نیروی F_{lrsi} و F_{llsi} موجودند. نقطه اثر و جهت جمع این دو نیرو، همان نقطه اثر و جهت نیروی F_{lsi} است. مجموع آن ها را نیز برای خلاصه نویسی برابر F_{lsi} در نظر گرفته می شود). معادله تعادل نیرویی را چنین می نویسیم.

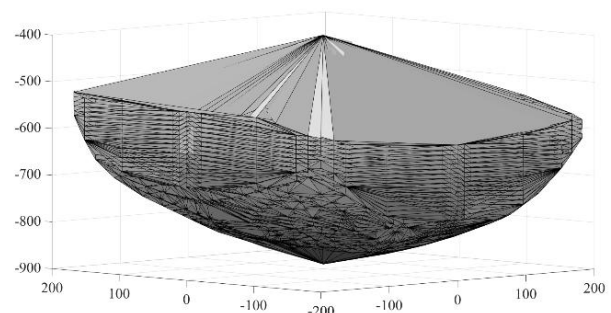
$$\sum F_{si} = m_s a_s \vec{d}_{io} \quad (40)$$

$$f_{si} \vec{d}_{io} + F_{fsi} \vec{d}_{io} + m_{si} \vec{G} + \vec{F}_{lsi} + \vec{N}_i = m_{si} \ddot{\vec{d}}_{io} \quad (41)$$

با استفاده از روابط جبری، نیروی محرکه به صورت زیر

ریل، زوایای مفاصل و برخورد پایه به سکوی متحرک می باشد. ترتیب ذکر شده، سرعت بررسی را بالاتر خواهد برد. چنانچه هر کدام از این محدودیت ها نقض گردد، نقطه مورد بررسی جزء فضای کاری قرار نخواهد گرفت.

در شکل ۱۶ محدوده فضای کاری ربات مورد مطالعه نشان داده شده است.



شکل (۱۶): فضای کاری مکانیزم.

۱۳- تحلیل دینامیک معکوس

مدل سازی دینامیکی مکانیزم از نظر طراحی و توانایی کنترل حرکت مکانیزم حائز اهمیت ویژه ای می باشد که به همین دلیل، موضوع مطالعات مختلفی قرار گرفته است.

در مقالات مربوط به دینامیک ربات، دو روش نیوتن- اوایلر و روش لاگرانژین برای تحلیل دینامیکی بیشتر از روش های دیگر مورد استفاده قرار گرفته اند. در حقیقت تمامی روش ها مشتقی از روش نیوتن- اوایلر هستند [۳۲]. استفاده از روش نیوتن- اوایلر در حل معادلات دینامیکی مکانیزم مورد نظر، به دلیل عدم نیاز به محاسبه بسیاری از مشتقات جزئی و محدود بودن حجم محاسبات عددی لازم و نیز توانایی استخراج معادلات دینامیکی حلقه بسته، برتری ویژه ای در مقایسه با روش اوایلر- لاگرانژ دارد.

در کار حاضر از روش تحلیلی نیوتن- اوایلر جهت تحلیل دینامیک معکوس مکانیزم چهار درجه آزادی پیشنهادی استفاده گردیده و نیروهای اصطکاکی مفاصل و جرم پایه ها در محاسبات در نظر گرفته شد. بعداً کاربرد معادلات دینامیکی به دست آمده در تحلیل ارتعاشات سازه بررسی خواهد شد. تحلیل هایی که بر حرکت اجزاء انجام می گیرد با رویکرد نیرویی می باشد. انجام تحلیل دینامیکی در کنار تحلیل سینماتیکی، ما را در رسیدن به شناخت مکانیزم حرکتی یک

به دست می آید:

$$f_{si} = m_{si} \ddot{d}_i - F_{fsi} - m_{si} \vec{G} - \vec{F}_{lsi} \cdot \vec{d}_{io} \quad (42)$$

با به دست آوردن نیروی اصطکاک جهت به دست آوردن نیروی محرکه لازم، باید نیروی واکنش پایه‌ها محاسبه شود.

۱۳-۲- تحلیل دینامیکی پایه‌ها

پایه‌های این ربات هر کدام متشکل از دو میله موازی هستند و به صورت سیستم متوازی الاضلاع ساخته شده‌اند. با توجه به این که مرکز جرم این سیستم متوازی الاضلاع همواره در وسط دو پایه و منطبق بر تار میانی دو پایه است و شتاب وارد بر آن برابر با متوسط شتاب وارد شده به مرکز جرم دو پایه می‌باشد. برای سادگی محاسبات، می‌توان پایه‌های متوازی الاضلاع را با یک میله واقع در وسط دو میله مدل کرد. حال با فرض این که پایه‌ها متشکل از یک میله‌اند، به بررسی معادلات قسمت پایه‌ها پرداخته می‌شود.

نیروها و گشتاورهای موجود در قسمت پایه عبارتند از: نیروی گرانش $(m_{li} \vec{G})$ ، نیروی واکنش پایه‌ها (F_{lsi}) ، نیروی وارده از سکو به پایه (F_{pli}) ، ممان اصطکاکی موجود در مفصل متصل به محرکه $(M_{lsi} = C_s \omega_{li})$ و ممان اصطکاکی مفصل متصل به سکو متحرک $[M_{pli} = C_s(\omega_{li} - \omega)]$ معادله تعادل نیرویی و معادله تعادل ممان را نسبت به مرکز جرم پایه می‌نویسیم:

$$\sum F_{li} = m_l \vec{a}_l \quad (43)$$

$$\vec{F}_{lsi} + m_{si} \vec{G} + \vec{F}_{pli} = m_{li} \ddot{d}_i \vec{d}_{io} + m_{li} \frac{l}{2} \vec{\alpha}_{li} \times \vec{l}_{io} + m_{li} \frac{l}{2} \vec{\omega}_{li} \times (\vec{\omega}_{li} \times \vec{l}_{io}) \quad (44)$$

$$\sum M_{li} = I_l \vec{\alpha}_l + \vec{\omega}_l \times (I_l \vec{\omega}_l) \quad (45)$$

$$\frac{l}{2} \vec{l}_{io} \times \vec{F}_{pli} - \frac{l}{2} \vec{l}_{io} \times \vec{F}_{lsi} - C_s (\vec{\omega}_{li} - \vec{\omega}) - C_s \vec{\omega}_{li} = I_{li} \vec{\alpha}_{li} + \vec{\omega}_{li} \times (I_{li} \vec{\omega}_{li}) \quad (46)$$

۱۳-۳- تحلیل دینامیکی سکو متحرک

در قسمت سکو متحرک، نیروها و گشتاورها عبارتند از:

نیروی گرانش $(m_p \vec{G})$ که به مرکز جرم سکو متحرک اعمال می‌شود، نیروی واکنش پایه‌ها (F_{pli}) ، گشتاور اصطکاکی

مفاصل $[C_s(\omega_{li} - \omega)]$ ، نیروهای اعمالی خارجی (F_p) و گشتاورهای اعمالی خارجی (M_p) . بنابراین، معادلات نیوتن- اوپلر به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\sum F_p = m_p \vec{a}_p \quad (47)$$

$$m_p \vec{G} - \sum_{i=1}^4 \vec{F}_{pli} + \vec{F}_p = m_p \left[\frac{\ddot{d}_i \vec{d}_{io} + l_i (\vec{\alpha}_{li} \times \vec{l}_{io}) + l_i (\vec{\omega}_{li} \times (\vec{\omega}_{li} \times \vec{l}_{io}))}{\vec{\alpha}_p \times \vec{r}_i + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_i)} \right] + \quad (48)$$

معادلات تعادل ممان را حول مرکز جرم سکو می‌نویسیم:

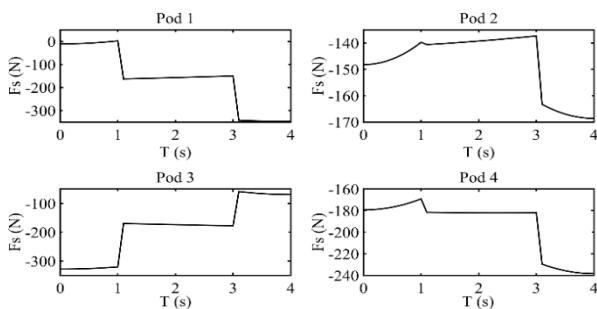
$$\sum M_p = I_p \vec{\alpha}_p + \vec{\omega} \times (I_p \vec{\omega}) \quad (49)$$

$$\vec{M}_p + \vec{r}_T \times \vec{F}_p + \sum_{i=1}^4 C_s (\vec{\omega}_{li} - \vec{\omega}) - \sum_{i=1}^4 (\vec{r}_i \times \vec{F}_{pli}) = I_p \vec{\alpha}_p + \vec{\omega} \times (I_p \vec{\omega}) \quad (50)$$

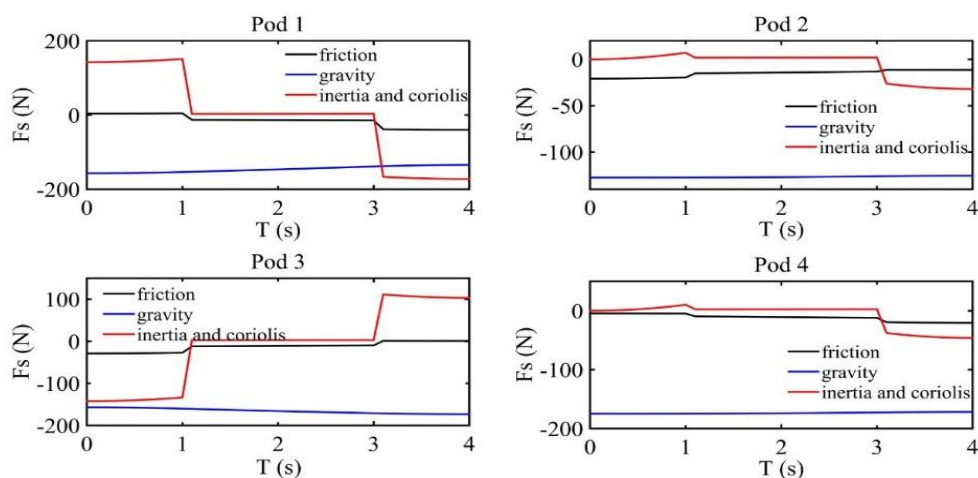
در روابط بالا m_p جرم سکو متحرک، $\vec{\alpha}_p$ شتاب خطی سکو متحرک، $\vec{r}_T$ فاصله نیروهای خارجی از مرکز جرم سکو متحرک، $\vec{r}_i$ فاصله نیروهای واکنش پایه‌ها از مرکز جرم سکو متحرک، I_p ممان اینرسی سکو متحرک و $\vec{\omega}$ سرعت دورانی سکو متحرک را نشان می‌دهند.

در نهایت، با توجه به معادلات فوق و عملیات جبری، معادله دینامیک معکوس برای به دست آوردن نیروی محرکه‌ها، به دست خواهد آمد:

$$f_{si} = m_{si} (\ddot{d}_i - G) - F_{fsi} + \frac{1}{l} (\vec{l}_{io} \times I_{li} \vec{\alpha}_{li}) \cdot \vec{d}_{io} + \frac{1}{l} (\vec{l}_{io} \times \vec{\omega}_{li} \times (I_{li} \vec{\omega}_{li})) \cdot \vec{d}_{io} + \frac{1}{l} C_s (\vec{l}_{io} \times (\vec{\omega}_{li} - \vec{\omega})) \cdot \vec{d}_{io} - \frac{1}{l} C_s (\vec{l}_{io} \times \vec{\omega}_{li}) \cdot \vec{d}_{io} - \frac{3}{4} l m_{li} (\vec{l}_{io} \times \vec{\alpha}_{li}) \cdot \vec{d}_{io} + \frac{1}{2} m_{li} \ddot{d}_i \left((I_{3 \times 3} + \vec{l}_{io} \vec{l}_{io}^T) \vec{d}_{io} \right) \cdot \vec{d}_{io} - \frac{1}{2} m_{li} \left((I_{3 \times 3} + \vec{l}_{io} \vec{l}_{io}^T) \vec{G} \right) \cdot \vec{d}_{io} - (\vec{l}_{io} \mu_i T_1^{-1} T) \cdot \vec{d}_{io} \quad (51)$$



شکل (۱۷): نمودار نیروی محرکه‌ها.



شکل (۱۸): مولفه‌های نیروی محرکه‌ها.

۱۳-۴ برنامه‌نویسی تحلیل دینامیک معکوس در

نرم‌افزار متلب

با استفاده از کدنویسی روابط دینامیک معکوس در مسیر تعریف‌شده در شکل ۴، در شکل ۱۷ نمودار نیروی محرکه‌ها نشان داده شده‌اند.

مولفه‌های اصطکاکی، گرانشی، اینرسی و کریولیس نیروهای محرکه‌ها در شکل ۱۸ نشان داده شده‌اند.

در نرم‌افزار متلب و شبیه‌سازی حرکتی در نرم‌افزار سالی‌دورکس مشاهده می‌شود که نتایج بسیار به هم نزدیک هستند.

تحلیل عددی انجام‌شده برای به‌دست‌آوردن نقاط تکین نیز نشان داد که در این مکانیزم موازی، به‌دلیل اصلاحاتی که روی سکوی متحرک داده شد، نقاط تکین در درون فضای کاری وجود ندارد.

همچنین تحلیل فضای کاری مکانیزم با استفاده از الگوریتم جستجو و کدنویسی در نرم‌افزار متلب به‌دست آمدند. قیدها و محدودیت‌های فیزیکی که در این مکانیزم بررسی شدند شامل محدودیت حرکتی محرکه‌ها، برخورد پایه به ریل، زوایای مفاصل و برخورد پایه به سکوی متحرک می‌باشد.

در نهایت تحلیل دینامیک معکوس مکانیزم با فرض حرکت سکوی متحرک در یک مسیر با سرعت مشخص و با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار متلب انجام شده‌اند.

۱۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله تحلیل سینماتیک مستقیم موقعیت، تحلیل سینماتیک معکوس موقعیت، سرعت و شتاب، تحلیل تکینگی، تحلیل فضای کاری و تحلیل دینامیک معکوس یک ربات موازی جدید ۴ درجه آزادی که دارای سه درجه آزادی خطی و یک درجه آزادی دورانی می‌باشد، انجام شده است. ابتدا روابط سینماتیک مستقیم موقعیت و سینماتیک معکوس موقعیت، سرعت و شتاب نوشته شده و با استفاده از نرم‌افزار متلب، روابط استخراج‌شده، کدنویسی شدند. با فرض حرکت سکوی متحرک در یک مسیر با سرعت مشخص، نمودارهای سرعت و شتاب محرکه‌ها از نرم‌افزار متلب استخراج شدند. برای صحت‌گذاری نتایج حاصل از کدنویسی نرم‌افزار متلب، مکانیزم مورد نظر در نرم‌افزار طراحی سالی‌دورکس طراحی شده و با استفاده از ماژول حرکتی سالی‌دورکس شبیه‌سازی حرکتی مکانیزم با حرکت سکوی متحرک در مسیر مشخص با سرعت تعریف‌شده انجام گرفت. با توجه به نمودارهای استخراج‌شده با کدنویسی روابط

7. Zhao, J. S., Chen, M., Zhou, K., Dong, J. X. and Feng, Z. J. "Workspace of Parallel Manipulators with Symmetric Identical Kinematic Chains", Mech. Mach. Theory, Vol. 41, No. 6, pp. 632-645, 2006.
8. Wang, Z., Ji, S., Li, Y. and Wan, Y. "A Unified Algorithm to Determine the Reachable and Dexterous Workspace of Parallel Manipulators", Robot. Comput. Integr. Manuf., Vol. 26, No. 5, pp. 454-460, Oct. 2010.
9. Brisson, C. and Csiszar, A. "Computation and Analysis of the Workspace of a Reconfigurable Parallel Robotic System", Mech. Mach. Theory, Vol. 46, No. 11, pp. 1647-1668, Nov. 2011.
10. Hunt, K. H. "Kinematic Geometry of Mechanisms", Mech. Mach. Theory, Vol. 19, No. 2, p. 275, 1990.
11. Hao, K. and Ding, Y. "Screw Theory and Singularity Analysis of Parallel Robots", 2006 Int. Conf. Mechatronics Autom., pp. 147-152, 2006.
12. Merlet, J.P. "Singular Configurations of Parallel Manipulators and Grassmann Geometry", Int. J. Rob. Res., Vol. 8, No. 5, pp. 45-56, 1989.
13. Amine, S., Tale Masouleh, M., Caro, S., Wenger, P. and Gosselin, C. "Singularity Analysis of 3T2R Parallel Mechanisms using Grassmann-Cayley Algebra and Grassmann Geometry", Mech. Mach. Theory, Vol. 52, pp. 326-340, 2012.
14. Gosselin, C. and Angeles, J. "Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains", IEEE Trans. Robot. Autom., Vol. 6, No. 3, pp. 281-290, 1990.
15. Choi, H. B., Konno, A. and Uchiyama, M. "Analytic Singularity Analysis of a 4-DOF Parallel Robot Based on jacobian Deficiencies", Int. J. Control. Autom. Syst., Vol. 8, No. 2, pp. 378-384, 2010.
16. Geng, Z., Haynes, L. S., Lee, J. D. and Carroll, R. L. "On the Dynamic Model and Kinematic Analysis of a Class of Stewart Platforms", Rob. Auton. Syst., Vol. 9, No. 4, pp. 237-254, Jan. 1992.
17. Lebet, G., Liu, K. and Lewis, F. L. "Dynamic Analysis and Control of a Stewart Platform Manipulator", J. Robot. Syst., Vol. 10, No. 3, pp. 629-655, 1993.
18. Pang, H. and Shahinpoor, M. "Inverse Dynamics of a Parallel Manipulator.", J. Rob. Syst., Vol. 11, No. 8, pp. 693-702, 1994.
19. Do, W. Q. D. and Yang, D. C. "Inverse Dynamic Analysis and Simulation of a Platform Type of Robot", J. Robot. Syst., Vol. 5, No. 3, pp. 209-227, 1988.

با تعریف مسیر مشخص شده در شکل ۴، نمودارهای سرعت و شتاب محرکه‌ها در اشکال ۷-۶ نشان داده شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در مسیر تعریف شده محرکه‌های ۱ و ۳ سرعت و شتاب زیادی دارند و محرکه‌های ۲ و ۴ تغییر مکان اندک و سرعت و شتاب کمی دارند.

با توجه به شکل ۱۸ نیروهای گرانشی در مقایسه با سایر نیروها، سهم بیشتری از کل نیروی وارد بر محرکه‌ها را به خود اختصاص می‌دهند. در مدت زمان حرکت سکو، نیروهای اصطکاکی تغییرات کمتری دارند؛ همچنین در مقایسه با سایر نیروها، این نیروها قسمت کوچک‌تری از نیروی کل را شامل می‌شوند. در محرکه‌هایی که حرکت آن‌ها با سرعت کم انجام شده (محرکه‌های ۲ و ۴)، بدیهی است که نیروهای اینرسی و کریولیس بسیار کم بوده و قابل صرف‌نظر خواهند بود؛ ولی در محرکه‌هایی که حرکت آن‌ها سریع بوده (محرکه‌های ۱ و ۳)، این نیروها تغییرات زیادی داشته و قابل چشم‌پوشی نیستند. بنابراین، می‌توان اظهار داشت که معادلات به‌دست آمده در کار حاضر در مکانیزم‌هایی که حرکت آن‌ها سریع باشند، به‌دلیل تأثیر نیروهای اینرسی و کریولیس، حائز اهمیت ویژه‌ای می‌باشند.

۱۵- مراجع

1. Tsai, L. W. "Robot Analysis: the Mechanics of Serial and Parallel Manipulators", Wiley, 1999.
2. Merlet, J. P. "Parallel Robots", Kluwer Academic Publishers, 2001.
3. Madani, S. "Free Vibration Analysis of the Hexapod Machine Tool", M.S. Thesis, Tabriz University, 1391. (in Persian)
4. Wu, J. and Yin, Z. "A Novel 4-DOF Parallel Manipulator H4", Parallel Manip. Toward. New Appl., pp. 405-448, 2008.
5. Conti, J. P., Clinton, C. M., Zhang, G. and Wavering, A. J. "Dynamic Variation of the Workspace of an Octahedral Hexapod Machine Tool During Machining", Technical research report, Institute for system research, 1997.
6. Wang, Z., Wang, Z., Liu, W. and Lei, Y. "A Study on Workspace, Boundary Workspace Analysis and Workpiece Positioning for Parallel Machine Tools", Mech. Mach. Theory, Vol. 36, No. 5, pp. 605-622, May 2001.

27. Pedrammehr, S., Mahboubkhah, M., Qazani, M. R. C., Rahmani, A. and Pakzad, S. "Forced Vibration Analysis of Milling Machine's Hexapod Table Under Machining Forces", *Stroj. Vestnik/Journal Mech. Eng.*, Vol. 60, No. 3, pp. 158–171, 2014.
28. Liu, X. J. and Wang, J. "Some New Parallel Mechanisms Containing the Planar Four-Bar Parallelogram", *Int. J. Rob. Res.*, Vol. 22, No. 9, pp. 717–732, 2003.
29. Mahboubkhah, M. "Dynamic and Vibration Analysis of Stewart Platform-Based Machine Tool Table", PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, 2008. (in Persian)
30. Mahboubkhah, M., Nategh, M. J. and Khadem, S. E. "Design of an Improved Kinematic Controller for Hexapod Machine Tools", 4th Int. Conf. Exhib. Des. Prod. Mach. DIES/MOLDS, Cesme, Turkey, No. 2, pp. 21–23, 2007.
31. Kim, H. S. and Tsai, L. W. "Kinematic Synthesis of a Spatial 3-RPS Parallel Manipulator", *J. Mech. Des. Trans. ASME*, Vol. 125, No. 1, pp. 92–97, 2003.
32. Yiu, Y. K., Cheng, H., Xiong, Z. H., Liu, G. F. and Li, Z. X. "On the Dynamics of Parallel manipulators", *Proc. ICRA. IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (Cat. No.01CH37164)*, Vol. 4, pp. 3766–3771, 2001.
20. Dasgupta, B. and Mruthyunjaya, T. S. "A Newton-Euler Formulation for the Inverse Dynamics of the Stewart Platform manipulator", *Mech. Mach. Theory*, Vol. 33, No. 8, pp. 1135–1152, Nov. 1998.
21. Dasgupta, B. and Mruthyunjaya, T. S. "Closed-Form Dynamic Equations of the General Stewart Platform through the Newton–Euler Approach", *Mech. Mach. Theory*, Vol. 33, No. 7, pp. 993–1012, Oct. 1998.
22. Dasgupta, B. and Mruthyunjaya, T. S. "Erratum to " A Newton - Euler formulation for the inverse dynamics of the Stewart platform manipulator", *Mech. Mach. Theory*, Vol. 35, p. 2000, 2000.
23. Harib, K. H. "Dynamic Modeling, Identification and Control of Stewart Platform-Based Machine Tools", the Ohio State University, Columbus, Ohio, 1997.
24. Zohour, H. J. H., Ariai, A.R. "Inverse Dynamic Analysis of 2-Pod SRU Parallel Mechanism with Virtual Work Method", in 15th annual conference of mechanical engineering ISME, 2007.
25. Pedrammehr, S., Mahboubkhah, M. and Khani, N. "Improved Dynamic Equations for the Generally Configured Stewart Platform Manipulator", *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 26, No. 3, pp. 711–721, Mar. 2012.
26. Pedrammehr, S., Mahboubkhah, M. and Khani, N. "A Study on Vibration of Stewart Platform-Based Machine Tool Table", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 65, No. 5–8, pp. 1–17, May 2012.