

تخمین جرم بار ربات دلتا با استفاده از گشتاور موتورها

سعید بهرامی^۲

سیاوش حریان^۱

دانشکده مکترونیک

دانشگاه آزاد اسلامی - واحد کرج

(تاریخ دریافت: ۹۸/۲/۲۱؛ تاریخ پذیرش: ۹۸/۹/۱۲)

چکیده

کنترل وزن محصولات قبل از بسته‌بندی آن، یکی از اصلی‌ترین مراحل کنترل کیفیت در بسیاری از فرآیندهای تولید می‌باشد. اگرچه این مسئله می‌تواند با روش‌های معمول نظیر ترازو نیز صورت گیرد، اما روش‌های معمول می‌تواند سرعت خط تولید را در خطوط مجهز به تجهیزات سریع نظیر ربات دلتا کاهش دهد. به همین دلیل در مقاله حاضر یک روش برای شناسایی برخط جرم بار حمل شده توسط ربات دلتا در حین بسته‌بندی ارائه شده است. برای این منظور معادلات دینامیکی ربات نوشته شده و پس از صحت‌گذاری آن با نرم‌افزار آدامز به فرم پس‌گرایی خطی بازنویسی شده‌اند. سپس به کمک روش حداقل مربعات بازگشتی پارامترهای مورد نظر شناسایی شده‌اند. از آنجا که فرض ثابت بودن ضرایب اصطکاک حین کارکرد ربات می‌تواند از دقت الگوریتم بکاهد این پارامتر نیز به همراه جرم در هر مرحله تخمین زده می‌شود. شبیه‌سازی‌های انجام شده در نرم‌افزار متلب نشان‌دهنده دقت مناسب روش پیشنهادی حتی در حضور نویز اندازه‌گیری می‌باشد. همچنین، شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که سرعت همگرایی روش بسیار بالا بوده و با تعداد داده‌های کم می‌تواند در زمان کوتاهی جرم بار را تخمین بزند.

واژه‌های کلیدی: ربات دلتا، شناسایی جرم بار، شناسایی ضرایب اصطکاک، حداقل مربعات بازگشتی

Estimation of the Payload Mass in DELTA Robot by Using the Motor Torque

S. Horrian²

S. Bahrami¹

Faculty of mechatronics,

Islamic Azad university, Karaj branch

(Received: 11/May/2019 ; Accepted: 03/December/2019)

ABSTRACT

Controlling product weight before packing is one of the main quality control features of many manufacturing processes. Although this issue can be done by the usual methods such as measuring scale, it can reduce the speed of the product line which is equipped with fast machines such as the delta robot. This paper presents an online method for the identification of the payload mass in the delta robot during the packing process. For this purpose, the governing dynamic equations of the robot has been written and after validating them by the ADAMS software, they are rewritten in linear regression form for the identification process. Then, the recursive least square method is used for the online parameters identification. Moreover, since the assumption of constant friction coefficients during the robot operation can reduce the estimation accuracy, these parameters are also estimated in each step with the payload mass. The proposed method is implemented in MATLAB environment and the simulation results illustrates the sufficient accuracy of the suggested method even in the presence of the measurement noise. Furthermore, the simulations indicate that the method have high convergence rate and the payload mass can be estimated with a small number of data and in a short time.

^۱ کارشناسی ارشد: siavashhorrian@gmail.com

^۲ استاد یار (نویسنده پاسخگو): saeed.bahrami@kiau.ac.ir

Keywords: Delta robot, Friction identification, Payload identification, Recursive Least Square

فهرست علائم و اختصارات

علائم یونانی

α	زاویه قرارگیری موتورها نسبت به یکدیگر (deg)	A	ماتریس پس‌گرایی
ϕ	بردار پارامترهای مجهول	C	ماتریس نیروی گریز از مرکز و کوریولیس (N)
θ	زاویه بین بازو و افق (deg)	F_m	مجموع ضرایب اصطکاک
$\dot{\theta}$	بردار سرعت زاویه‌ای موتورها (rad/s)	F_n	نیروی لختی وارد به صفحه متحرک (N)
$\ddot{\theta}$	بردار شتاب زاویه‌ای موتورها ($rad.s^2$)	F_s	ضریب اصطکاک خشک
τ_{Gb}	گشتاور ایجاد شده بوسیله نیروی گرانش هر بازوی بالایی (N.m)	F_v	ضریب اصطکاک ویسکوز
τ_{Gn}	گشتاور حاصل از نیروی گرانش به صفحه متحرک (N.m)	G	ماتریس نیروهای گرانشی (N)
τ_n	گشتاور حاصل از نیروی لختی به صفحه متحرک (N.m)	G_b	گشتاور ایجاد شده از نیروی لختی هر بازوی بالایی (N.m)
		G_n	نیروی گرانش وارد به صفحه متحرک (N)
		g	ثابت گرانش زمین ($m.s^2$)
		I_b	ماتریس لختی بازوها در فضای مفصلی ($kg.m^2$)

۱- مقدمه

ربات دلتا در دهه ۸۰ میلادی توسط ریموند کلاول^۱ برای اولین بار معرفی شد. هندسه و ساختار موازی ربات دلتا، حرکت سریع و دقیق مجری نهایی را ممکن می‌سازد. به خاطر همین ویژگی‌ها این ربات امروزه در بسیاری از کاربردها نظیر پرینترهای سه بعدی، صنایع غذایی، جراحی رباتیک و غیره مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما بیشترین شهرت ربات دلتا مربوط به عملیات جابه‌جایی^۲ در صنایع بسته‌بندی می‌باشد [۱]. ساختار موازی و بازوهای سبک این ربات سبب گردیده تا این ربات بتواند به رکورد حدود ۱۸۰ جابه‌جایی در دقیقه در نمونه‌های صنعتی برسد [۲]. از سوی دیگر، کنترل کیفیت محصول جزء جدایی ناپذیر تمام فرآیندهای صنعتی می‌باشد. یکی از مهمترین پارامترهای محصول که معمولاً در زمان بسته‌بندی محصول کنترل می‌شود وزن آن می‌باشد. این مسئله می‌تواند در یک ایستگاه مجزا و با استفاده از روش‌های مرسوم صورت گیرد که خود می‌تواند سبب کاهش سرعت خط بسته‌بندی شود. این مسئله در مورد ربات دلتا از اهمیت بیشتری برخوردار است زیرا با توجه به سرعت بالای خود ربات، در صورت تعریف یک ایستگاه مجزا برای توزین محصول نمی‌توان از تمام ظرفیت ربات دلتا برای بالا بردن سرعت بسته‌بندی استفاده کرد.

I_{brake}	لختی ترمز موتور ($kg.m^2$)
I_{bc}	لختی بازو ($kg.m^2$)
I_m	لختی موتور ($kg.m^2$)
J	ماتریس ژاکوبین (m)
j	ماتریس مشتق ژاکوبین (m)
l_A	طول بازوی بالایی (m)
l_B	طول بازوی پایینی (m)
M	ماتریس لختی ($kg.m^2$)
m_b	جرم بازوی بالایی (kg)
m_c	جرم آرنج (kg)
m_{fb}	جرم ساعد (kg)
m_n	جرم صفحه متحرک (kg)
$m_{payload}$	جرم بار (kg)
R	اختلاف شعاع دایره قرارگیری موتورها با شعاع مجری نهایی (m)
r	ثابت 2/3
r_e	شعاع مجری نهایی (m)
r_{Gb}	موقعیت مرکز جرم هر بازوی بالایی (m)
r_m	شعاع دایره‌ای که سه موتور روی آن واقع‌اند (m)
\dot{X}_n	بردار سرعت خطی مجری نهایی (m/s)
\ddot{X}_n	بردار شتاب خطی مجری نهایی ($m.s^2$)
y	بردار پارامترهای معلوم

کردند. مهمترین معیار برای انتخاب روش شناسایی خطی یا غیرخطی بودن پارامترهایی که باید شناسایی شوند، می‌باشد. در مساله حاضر می‌توان معادلات را به گونه‌ای بازنویسی کرد که پارامترهای مورد نظر به صورت خطی ظاهر شوند، به همین دلیل، در این پژوهش از روش حداقل مربعات بازگشتی استفاده شده است تا بتوان پارامترهای مورد نظر را به صورت برخط شناسایی کرد. جرم بار حمل شده توسط مجری نهایی ربات دلتا به کمک گشتاور موتورهای آن به صورت برخط در حضور نویز اندازه‌گیری شناسایی شده است. از آنجا که پارامتر اصطکاک مفاصل ربات در زمان کارکرد ربات و نیز تغییر دما و غیره تغییر می‌کند، نمی‌توان آن را ثابت فرض کرد به همین دلیل این پارامتر نیز به همراه جرم شناسایی شده است. همچنین، چون حمل بار توسط ربات دلتا بسیار سریع و در زمان کوتاهی انجام می‌شود فرآیند شناسایی با تعداد داده‌های محدودی انجام شده است. این مقاله در چهار بخش تنظیم شده است. پس از آشنایی اجمالی با ربات دلتا در بخش دوم و استخراج معادلات دینامیکی آن در بخش سوم معادلات مربوط به شناسایی ارائه خواهد شد. در بخش چهارم شبیه‌سازی‌های انجام‌شده برای بررسی کارایی روش ارائه‌شده و نیز صحت‌سنجی نتایج آورده شده است.

۲- ربات دلتا

ربات دلتا یک ربات موازی می‌باشد که می‌تواند با موتورهای دورانی و یا خطی ساخته شود [۱۴]. همچنین این ربات دارای نسخه‌های ۱ تا ۴ درجه آزادی می‌باشد. موضوع پژوهش حاضر شناسایی جرم بار در ربات دلتا سه درجه آزادی با موتورهای دورانی می‌باشد. در این ربات سه بازو و ساعد از یک طرف به سه موتور که با زاویه 120° قرار گرفته‌اند، متصل می‌باشد و از طرف دیگر با مجری نهایی در ارتباط می‌باشند (شکل ۱). این چیدمان سبب به وجود آمدن سه متوازی‌الاضلاع در ساختار ربات می‌گردد که موجب می‌شود مجری نهایی همواره موازی صفحه موتورها باشد. همچنین بازوهای سبک این ربات که به طور معمول از جنس الیاف کربن هستند، می‌توانند با شتاب بالایی جابه‌جا شوند که نتیجه آن، سرعت بسیار بالای این ربات برای جابه‌جایی بارهای سبک می‌باشد.

شناسایی پارامترهای مختلف ربات‌ها یکی از شاخه‌های مهم علم رباتیک می‌باشد [۳]. زیرا پس از طراحی و تولید قطعات ربات به هر حال این قطعات دارای تolerانس‌های ساخت و تولید می‌باشند که می‌تواند دقت نهایی ربات را کاهش دهد [۴]. برای کاهش خطای ناشی از این مسئله، پس از مونتاژ نهایی ربات چند حرکت مشخص توسط ربات انجام می‌شود و پس از جمع‌آوری اطلاعات لازم نظیر زوایای بازوها، موقعیت مجری نهایی، گشتاور موتورها و غیره با استفاده از روش‌های شناسایی سیستم، پارامترهای مختلف ربات نظیر جرم، طول و لختی بازوها مجدداً تخمین زده می‌شود سپس با طراحی سیستم کنترلی با پارامترهای شناسایی شده، دقت سیستم کنترلی افزایش می‌یابد [۵]. از این روش می‌توان برای شناسایی جرم و یا لختی بار نیز استفاده کرد [۶]. به عبارت دیگر، می‌توان جرم بار را از روی گشتاور موتورها و روش‌های شناسایی تخمین زد [۷]. از این ایده برای شناسایی پارامترهای مختلف ربات‌های سری توسط محققین مختلف استفاده شده است [۸-۱۰]. اما ربات‌های موازی نظیر ربات دلتا کمتر مورد توجه بوده‌اند و همچنین شناسایی برخط پارامترها و نیز شناسایی پارامترهایی نظیر اصطکاک به طور هم‌زمان نیازمند پژوهش بیشتری است.

برای شناسایی پارامترهای مختلف ربات‌ها، روش‌های شناسایی مختلفی توسط محققین ارائه شده است. متا و همکارانش [۱۱] فرآیند شناسایی مدل دینامیکی را بر پایه‌ی ربات‌های رابط-صلب و مدل کردن کامل دینامیک عملگرها و نیز با در نظر گرفتن اصطکاک مفاصل، مورد مطالعه قرار دادند. آنها معادلات دینامیکی مدل را به صورت خطی نوشته و پارامترهای دینامیکی را شناسایی کردند. نیومن و خسلا [۱۲] مدل خطای نیرو-گشتاور لاگرانژ-اولر را در ساختار شناساگر سری و موازی قرار دادند تا پارامترها را برخط و برون خط را تخمین بزنند. گویترو و خلیل [۱۳] الگوریتمی را برای شناسایی پارامترهای لختی و ضرایب اصطکاک ربات پیشنهاد کردند که این الگوریتم نیاز به اندازه‌گیری و محاسبه شتاب‌های مفاصل، ندارد. مدل شناسایی آن‌ها بر اساس تئوری انرژی است و تئوری را بر روی یک ربات دو درجه آزادی ارائه

در ادامه نحوه استخراج مدل دینامیکی برای ربات دلتا به صورت مرحله به مرحله و با جزئیات کافی آورده شده است.

۲-۱- اصل کار مجازی

کار مجازی روشی ساده برای مطالعه و تحلیل نیروها و حرکات سیستم‌های مکانیکی است. ایده اصلی این روش بر این اساس می‌باشد که کار یک نیروی وارد بر یک ذره می‌تواند برای جابه‌جایی‌های مختلف متفاوت باشد. در میان همه مسیرهایی که یک ذره می‌تواند بر روی آن حرکت کند، که به آن جابه‌جایی مجازی می‌گویند، طی یکی از مسیرها کمترین کار ممکن را لازم دارد. ذره بر اساس اصل کمترین کنش این مسیر را طی می‌کند. کاری که یک نیرو در طی یک جابه‌جایی مجازی بر روی یک ذره انجام می‌دهد را کار مجازی می‌نامند. عبارت جابجایی شامل انتقال و چرخش، و عبارت نیرو، به نیرو و گشتاور اشاره دارد [۱۸].

از آنجایی که در هر سیستم، نیروهای تعمیم یافته می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد، برابری کارهای مجازی مرتبط به دو سیستم مختصات در رباتیک به صورت معادله (۱) می‌باشد:

$$\tau^T \delta\theta = \tau_n^T \delta X_n \quad (1)$$

که در آن، τ بردار نیرو/گشتاور مرتبط به جابجایی مجازی فضای مفصلی $\delta\theta$ و τ_n نیرو/گشتاور اعمال شده روی صفحه متحرک مرتبط با جابجایی مجازی δX_n در فضای کارترین است.

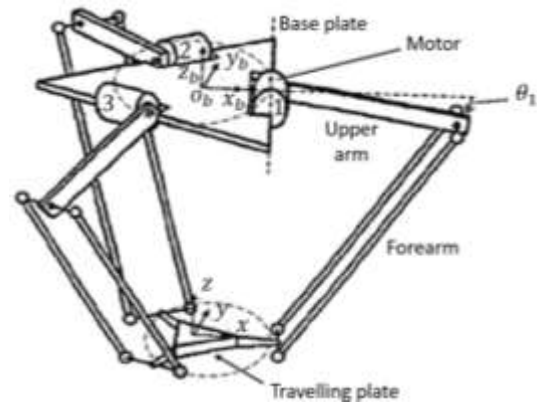
از طرف دیگر می‌دانیم، رابطه بین سرعت مفصلی و سرعت کارترین به صورت معادله (۲) است،

$$\dot{X}_n = J\dot{\theta} \quad (2)$$

در نتیجه، با جای‌گذاری رابطه (۲) در معادله (۱) خواهیم داشت $\tau^T = \tau_n^T \cdot J$ که معادل $\tau = J^T \cdot \tau_n$ می‌باشد.

برای به دست آوردن معادله دینامیکی، ربات را به چهار قسمت کوچک می‌کنیم. صفحه متحرک و سه آرنج بالایی. سپس به کمک ژاکوبین و براساس اصول کار مجازی که در قسمت ۲-۱ توضیح داده شد، سهم نیرو گشتاورهای

به منظور شناسایی جرم به وسیله گشتاور موتورهای ربات نیازمند معادلات دینامیکی ربات می‌باشیم. معادلات دینامیکی این ربات به روش‌های مختلف توسط محققین مختلف استخراج شده است [۱۶-۱۵]. در این بخش نحوه استخراج این معادلات به روش کار مجازی مرور خواهد شد.



شکل (۱): توصیف همواره موازی بودن صفحه متحرک با صفحه پایه [۱۷].

در ربات دلتا، پیچیدگی مدل دینامیکی عمدتاً به دلیل حرکت ساعدها است. با توجه به این که برای رسیدن به سرعت بالاتر در ربات، معمولاً ساعدها بسیار سبک طراحی می‌شوند، می‌توان از لختی دورانی ساعدها صرف نظر کرد. با این فرض معادلات دینامیکی ربات تا حدود زیادی ساده می‌شود زیرا با این فرض، نیروی بین صفحه متحرک و بازو در راستای ساعد خواهد بود. در پژوهش حاضر فرضیات ساده‌کننده زیر در نظر گرفته شده است.

- لختی‌های چرخشی ساعدها در نظر گرفته نشده‌اند.
- جرم ساعد به دو بخش تقسیم شده که به صورت متمرکز در آرنج و صفحه پایینی قرار داده شده است. از آنجا که ممان اینرسی ساعدها حول آرنج ربات برابر $I = mL^2/3$ می‌باشد، برای ثابت بودن ممان اینرسی حول آرنج $1/3$ جرم ساعد در صفحه پایینی و $2/3$ آن در آرنج در نظر گرفته شده است [۱۷].
- اثرات اصطکاک و الایسیسیته نادیده گرفته شده است.

۲-۱-۲- محاسبه مدل دینامیکی بر مبنای اصول کار مجازی

دو نیرو روی صفحه مجری نهایی اعمال می‌شود. نیروی گرانش (G_n) و نیروی لختی (دالامبر) (F_n) که به صورت معادله (۸) و (۹) بیان شده است.

$$G_n = m_{nt} (0 \quad 0 \quad -g)^T \quad (۸)$$

$$F_n = m_{nt} \ddot{X}_n \quad (۹)$$

توصیف این دو نیرو در فضای مفصلی، با استفاده از ترانهاده ماتریس ژاکوبین که در قسمت قبلی توضیح داده شد، امکان پذیر می‌باشد.

$$\tau_n = J^T F_n = J^T m_{nt} \ddot{X}_n \quad (۱۰)$$

$$\tau_{Gn} = J^T G_n = J^T m_{nt} (0 \quad 0 \quad -g)^T \quad (۱۱)$$

از طرف دیگر، دو گشتاور نیز به عملگر بازوی بالایی اعمال می‌شود. یکی گشتاور ناشی از نیروی گرانش (τ_{Gb}) و دیگری گشتاورهای لختی بازو (τ_b).

با توجه به بازوی نیروی وزن، گشتاور گرانشی از رابطه زیر به دست می‌آید،

$$\tau_{Gb} = r_{Gb} G_b (\cos \theta_1 \quad \cos \theta_2 \quad \cos \theta_3)^T \quad (۱۲)$$

که در آن، G_b نیروی گرانشی اعمالی روی نقطه مرکز جرم هر بازوی بالایی است. گشتاورهای لختی که از هر بازوی بالایی به مفاصل عملگرها اعمال می‌شود به صورت معادله (۱۳) قابل محاسبه است،

$$\tau_b = I_b \ddot{\theta} \quad (۱۳)$$

که در آن، I_b ماتریس لختی بازوها در فضای مفصلی است،

$$I_b = \begin{bmatrix} I_{b1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{b3} \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

براساس اصل دالامبر مجموع همه نیروهای لختی باید برابر با مجموع همه نیروهای غیر لختی باشد،

$$\tau + \tau_{Gn} + \tau_{Gb} = \tau_b + \tau_n \quad (۱۵)$$

که در آن، τ بردار گشتاورهایی است که به مفاصل عملگر اعمال شده است. اگر τ_b و τ_n از روابط (۱۰) و (۱۳) در معادله (۱۵) جایگذاری شود و همه متغیرها به فضای مفصلی منتقل شود (نحوه این کار در بخش ۲-۱-۵ توضیح داده خواهد شد) معادله (۱۶) به دست می‌آید.

اعمالی روی صفحه متحرک که می‌تواند به فضای مفصلی منتقل شود، محاسبه می‌شود.

۲-۱-۱- پارامترهای دینامیکی

قبل از به دست آوردن معادلات دینامیکی ربات دلتا، پارامترهای مدل دینامیکی این ربات در این بخش مرور خواهد شد.

در محاسبه جرم صفحه متحرک پایینی سایر جرم‌های موثر نیز بر روی آن معادل سازی شده است. که شامل جرم صفحه متحرک m_n ، جرم بار $m_{payload}$ و سهم جرم‌های سه ساعد $3(1-r)m_{fb}$ می‌باشد،

$$m_{nt} = m_n + m_{payload} + 3(1-r)m_{fb} \quad (۳)$$

که در آن، r نسبت جرمی از ساعد است که در قسمت بالایی ساعد واقع شده است. طبق فرض ساده سازی که در بخش قبل توضیح داده شد، r معادل $2/3$ انتخاب شده است. موقعیت مرکز جرم هر بازوی بالایی از طریق معادلات مرکز جرم محاسبه شده است.

$$r_{Gb} = l_A \frac{1/2 m_b + m_c + r m_{fb}}{m_{br}} \quad (۴)$$

$$m_{br} = m_b + m_c + r m_{fb} \quad (۵)$$

که در آن، m_b جرم بازوی بالایی، m_c جرم آرنج و m_{fb} جرم ساعد می‌باشد.

سهم لختی هر بازوی بالایی جمع لختی موتور (I_m)، ترمز موتور (I_{brake}) و بازو (I_{bc}) می‌باشد. از آنجایی که موتور دارای گیربکس می‌باشد، لختی معادل در مفصل از رابطه (۶) محاسبه می‌شود،

$$I_{bi} = I_m k_r^2 + I_{brake} k_r^2 + I_{bc} \quad (۶)$$

که در آن، k نسبت تبدیل گیربکس و I_{bc} جمع لختی ایجاد شده از جرم بازوی بالایی و لختی ایجاد شده از جرم نقاط انتهایی بازوی بالایی است، که به صورت معادله (۷) به دست می‌آید.

$$I_{bc} = \frac{m_b}{3} l_A^2 + l_A^2 (m_c + r m_{fb}) = \quad (۷)$$

$$l_A^2 \left(\frac{m_b}{3} + m_c + r m_{fb} \right)$$

$$s_i = O_i P_{b_i} - (O_i P_{A_i} + P_{A_i} P_{C_i}) = \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} - {}^R R_z \begin{bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_A \cos(\theta_i) \\ 0 \\ l_A \sin(\theta_i) \end{bmatrix} \quad i=1,2,3 \quad (20)$$

برای معرفی مشتق زمانی اول در فضای مفصلی و فضای کارترین که ماتریس ژاکوبین آنها را به هم نگاشت می‌کند از عبارت (۲۱) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$s_i^T \dot{s}_i - l_B^2 = 0 \quad i=1,2,3 \quad (21)$$

در نتیجه،

$$s_i^T \dot{s}_i + \dot{s}_i^T s_i = 0 \quad i=1,2,3 \quad (22)$$

به کمک خاصیت جابه‌جایی ضرب داریم،

$$s_i^T \dot{s}_i = 0 \quad i=1,2,3 \quad (23)$$

مشتق زمانی اول s_i به صورت معادله (۲۴) به دست می‌آید:

$$\dot{s}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{y}_n \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} - {}^R R_z \begin{bmatrix} -l_A \sin(\theta_i) \\ 0 \\ l_A \cos(\theta_i) \end{bmatrix} \dot{\theta}_i = \dot{X}_n - b_i \dot{\theta}_i \quad i=1,2,3 \quad (24)$$

که در آن داریم،

$$b_i = {}^R R_z \begin{bmatrix} -l_A \sin(\theta_i) \\ 0 \\ l_A \cos(\theta_i) \end{bmatrix} \quad i=1,2,3 \quad (25)$$

معادله (۲۳) برای یک بازوی ربات به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$s_i^T \begin{bmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{y}_n \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} - s_i^T b_i \dot{\theta}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad i=1,2,3 \quad (26)$$

که می‌توان آن را برای هر سه بازو به صورت یک ماتریس به صورت معادله ۲۷ تجمیع کرد،

$$\begin{bmatrix} s_1^T \\ s_2^T \\ s_3^T \end{bmatrix} \dot{X}_n - \begin{bmatrix} s_1^T b_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2^T b_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3^T b_3 \end{bmatrix} \dot{\theta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

از حل معادله (۲۷) رابطه میان \dot{X}_n و $\dot{\theta}$ به دست می‌آید که همان ماتریس ژاکوبین می‌باشد،

$$\dot{X}_n = J \dot{\theta} \quad (28)$$

که در آن، J به صورت معادله (۲۹) به دست می‌آید.

$$\tau = (I_b + m_m J^T J) \ddot{\theta} + (J^T m_m \dot{J}) \dot{\theta} - (\tau_{Gm} + \tau_{Gb}) \quad (16)$$

که به صورت معادله (۱۷) بازنویسی می‌شود:

$$\tau = M(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + G(\theta) \quad (17)$$

که در آن M ماتریس لختی، C ماتریس نیروهای گریز از مرکز و کوریولیس و G ماتریس شامل نیروهای گرانشی اعمالی به بازوی ماهر است [۱۹].

اگر بخواهیم اثرات اصطکاک را در نظر بگیریم معادله دینامیکی ربات به صورت (۱۸) در می‌آید،

$$\tau = M(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + F_m \dot{\theta} + G(\theta) \quad (18)$$

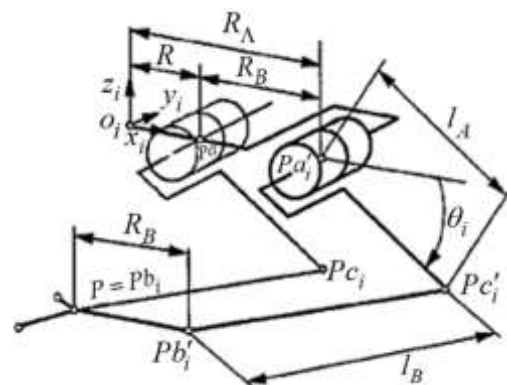
۲-۱-۳- ژاکوبین ربات دلتا (سینماتیک سرعت)

حال در ادامه نحوه به دست آوردن ماتریس ژاکوبین مورد نیاز در رابطه (۱۶) توضیح داده خواهد شد.

ماتریس ژاکوبین نگاشتی است از سرعت در فضای مفصلی به سرعت در فضای کارترین. برای محاسبه ماتریس ژاکوبین ربات دلتا از یک مجموعه معادلات مقید که متغیرهای فضای کارترین را به متغیرهای فضای مفصلی مرتبط می‌کند، استفاده می‌شود. سه معادله مقید برای ربات دلتا به صورت معادله (۱۹) انتخاب می‌شود.

$$\|P_{C_i} P_{b_i}\|_2^2 - l_B^2 = 0 \quad i=1,2,3 \quad (19)$$

که در آن، l_B طول ساعد و برداری $P_{C_i} P_{b_i}$ است که آنج را به صفحه پایینی متصل می‌کند. اگر بردار $P_{C_i} P_{b_i}$ با s_i نشان داده شود، نرم اقلیدسی به صورت $s_i^T s_i$ نوشته می‌شود. با توجه به شکل ۲ بردار s_i به صورت معادله (۲۰) نوشته می‌شود.



شکل (۲): مدل ساده شده ربات دلتا [۱۷]

توضیح داده می‌شود. از آنجا که ربات دلتا در هر دقیقه می‌تواند تا ۱۸۰ عمل جابه‌جایی انجام دهد، در واقع معادل با ۳ عمل در هر ثانیه است، بنابراین، هر سیکل آن ۰/۳ S طول می‌کشد، در نتیجه شناسایی جرم باید در زمان محدودی صورت گیرد تا در صورت معیوب بودن کالا، آن محصول از خط خارج شود. به همین علت در پژوهش حاضر از روش حداقل مربعات بازگشتی برای شناسایی استفاده شده است. که روشی سریع و با قابلیت اطمینان بالا می‌باشد. همچنین همان‌طور که در بخش مقدمه توضیح داده شد در هنگام کارکرد ربات می‌توان تمام پارامترهای ربات نظیر جرم و طول بازوها را ثابت در نظر گرفت. اما اصطکاک مفاصل تابع پارامترهای دیگری نظیر دما، کارکرد ربات و غیره می‌باشد و ثابت فرض کردن آن می‌تواند تخمین جرم بار را با مشکل مواجه کند به همین دلیل در پژوهش حاضر علاوه بر جرم، ضرایب اصطکاک نیز در هر مرحله شناسایی شده‌اند.

برای شناسایی پارامترهای جرم بار و اصطکاک ربات دلتا از معادله دینامیکی (۱۸) که در قسمت ۲-۱-۳ به دست آمد، استفاده می‌شود.

ضریب اصطکاک ربات شامل اصطکاک خشک (F_s) و ویسکوز (F_v) می‌باشد [۱۹].

$$F_m = F_s + F_v \quad (۳۳)$$

از روابط قسمت دینامیک ربات دلتا داریم:

$$\tau = (I_b + m_{nt} J^T J) \ddot{\theta} + (J^T m_{nt} \dot{J}) \dot{\theta} + (F_s + F_v) \dot{\theta} - J^T m_{nt} g - \tau_{Gb} \quad (۳۴)$$

با بردن مولفه‌هایی که شامل جرم بار و ضرایب اصطکاک نیستن، به طرف دیگر معادله داریم،

$$\tau - I_b \ddot{\theta} + \tau_{Gb} = m_{nt} J^T J \ddot{\theta} + (J^T m_{nt} \dot{J}) \dot{\theta} + (F_s + F_v) \dot{\theta} - J^T m_{nt} g \quad (۳۵)$$

و با قرار دادن معادله (۳) در معادله (۳۵)، معادله زیر حاصل می‌شود،

$$\begin{aligned} \tau - I_b \ddot{\theta} + \tau_{Gb} &= (m_n + m_{payload} + 3(1-r)m_{fb}) J^T J \ddot{\theta} \\ &+ (J^T (m_n + m_{payload} + 3(1-r)m_{fb}) \dot{J}) \dot{\theta} \\ &+ (F_s + F_v) \dot{\theta} - J^T (m_n + m_{payload} + 3(1-r)m_{fb}) g \end{aligned} \quad (۳۶)$$

با فاکتورگیری کردن از عبارت

$$(m_n + m_{payload} + 3(1-r)m_{fb}) \quad (۳۷) \text{ می‌رسیم،}$$

$$J = \begin{bmatrix} s_1^T \\ s_2^T \\ s_3^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} s_1^T b_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2^T b_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3^T b_3 \end{bmatrix} \quad (۲۹)$$

ماتریس ژاکوبین J فقط به θ وابسته نیست، بلکه تابعی از موقعیت نقطه مرکز صفحه متحرک پایینی X_n نیز می‌باشد، که به وسیله مدل سینماتیک مستقیم ربات محاسبه می‌شود.

۲-۱-۴- محاسبه ماتریس مشتق ژاکوبین ربات دلتا

مشتق ماتریس ژاکوبین یا همان سینماتیک شتاب نگاشتی است از شتاب فضای مفصلی به شتاب فضای کارترین. برای محاسبه این نگاشت از نتایجی که در قسمت محاسبه ژاکوبین حاصل شد، استفاده می‌کنیم و با یک بار مشتق گرفتن از معادله (۲۷) روابط شتاب به دست می‌آید،

$$\begin{bmatrix} s_1^T \\ s_2^T \\ s_3^T \end{bmatrix} \ddot{X}_n + \begin{bmatrix} \dot{s}_1^T \\ \dot{s}_2^T \\ \dot{s}_3^T \end{bmatrix} \dot{X}_n - \begin{bmatrix} s_1^T b_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2^T b_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3^T b_3 \end{bmatrix} \ddot{\theta} - \begin{bmatrix} \dot{s}_1^T b_1 + s_1^T \dot{b}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{s}_2^T b_2 + s_2^T \dot{b}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{s}_3^T b_3 + s_3^T \dot{b}_3 \end{bmatrix} \dot{\theta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۳۰)$$

با استفاده از معادلات (۲۸) و (۲۹) داریم:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_n &= \begin{bmatrix} s_1^T \\ s_2^T \\ s_3^T \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \dot{s}_1^T \\ -\dot{s}_2^T \\ \dot{s}_3^T \end{bmatrix} J + \begin{bmatrix} \dot{s}_1^T b_1 + s_1^T \dot{b}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{s}_2^T b_2 + s_2^T \dot{b}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{s}_3^T b_3 + s_3^T \dot{b}_3 \end{bmatrix} \dot{\theta} \right) \\ &+ J \ddot{\theta} \end{aligned} \quad (۳۱)$$

در معادله بالا عبارتی که در $\dot{\theta}$ ضرب شده است به عنوان مشتق زمانی ماتریس ژاکوبین J تعیین می‌شود [۲۰]. در نهایت رابطه بین شتاب کارترین و شتاب فضای مفصلی به این صورت بیان می‌شود:

$$\ddot{X}_n = J \dot{\theta} + J \ddot{\theta} \quad (۳۲)$$

که از این رابطه در بخش ۲-۱-۲ برای نوشتن معادله دینامیکی ربات در فضای مفصلی استفاده شد.

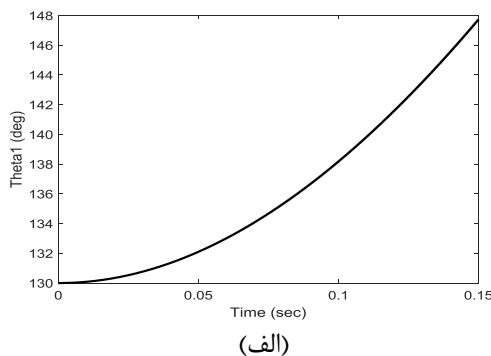
۳- معادلات شناسایی پارامترهای جرم بار و اصطکاک ربات دلتا

در این بخش نحوه بازنویسی معادلات دینامیکی برای شناسایی بار و اصطکاک به روش حداقل مربعات بازگشتی

شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار تحلیل دینامیکی آدامز، مقایسه و اعتبارسنجی شده است. برای این کار ربات طراحی شده در نرم‌افزار سالیدورکس را به محیط آدامز وارد کرده و سپس برای تک تک اجزای ربات ممان اینرسی، جرم و مرکز جرم تعیین شده است. سپس قیدهای حرکتی برای تمام مفصل‌های ربات دلتا تعریف شده است. برای این منظور برای مفصل بالایی بازوها که موتور به آن متصل است، قید حرکت دایره‌ای و برای مفصل بین بازوی بالایی و ساعد قید کروی اعمال شده است. در نهایت با اعمال گشتاورهای مختلف به بازوهای بالایی، شبیه‌سازی را درباره زمانی کارکرد ربات دلتا انجام داده و نمودارهای خروجی مربوط به متغیرهای سینماتیکی از آن گرفته شده است و با نمودارهای خروجی سیمولینک مربوط به زاویه بازوها، مقایسه شده است.

از آنجا که دینامیک ربات دلتا علاوه بر موقعیت‌های سه بازوی بالایی به موقعیت مجری نهایی هم بستگی دارد، موقعیت مجری نهایی توسط سینماتیک مستقیم موقعیت به‌دست‌آمده و با نرم‌افزار سالیدورکس سینماتیک مستقیم صحت‌سنجی شده و در معادلات دینامیکی قرار داده شده است.

با اعمال گشتاورهای $3/5 \text{ N.m}$ ، $1/8 \text{ N.m}$ و $1/8 \text{ N.m}$ به ترتیب برای بازوهای بالایی اول، دوم و سوم که زاویه اولیه آنها 130 deg است، شبیه‌سازی برای دینامیک توسعه داده شده در نرم‌افزار متلب و نرم‌افزار آدامز انجام شده است. نتایج به‌دست‌آمده از این شبیه‌سازی‌ها در شکل‌های ۳ تا ۵ برای هر بازو به صورت جداگانه آورده شده است.



شکل (۳): زاویه بازوی اول با صفحه پایه به‌ازای گشتاورهای $3/5 \text{ N.m}$ ، $1/8 \text{ N.m}$ و $1/8 \text{ N.m}$.

$$\tau - I_b \ddot{\theta} + \tau_{Gb} = (m_n + m_{payload} + 3(1-r)m_{fb})(J^T J \ddot{\theta} + J^T \dot{J} \dot{\theta} - J^T g) + (F_s + F_v) \dot{\theta} \quad (37)$$

حال با جداسازی پارامترهای مورد نظر در شناسایی داریم:

$$\tau - I_b \ddot{\theta} + \tau_{Gb} - (m_n + 3(1-r)m_{fb})(J^T J \ddot{\theta} + J^T \dot{J} \dot{\theta} - J^T g) = m_{payload}(J^T J \ddot{\theta} + J^T \dot{J} \dot{\theta} - J^T g) + (F_s + F_v) \dot{\theta} \quad (38)$$

که می‌توان معادله (۳۸) را به صورت ماتریس پس‌گرایی نوشت.

$$\tau - I_b \ddot{\theta} + \tau_{Gb} - \underbrace{(m_n + 3(1-r)m_{fb})(J^T J \ddot{\theta} + J^T \dot{J} \dot{\theta} - J^T g)}_y = \underbrace{m_{payload}(J^T J \ddot{\theta} + J^T \dot{J} \dot{\theta} - J^T g)}_A \underbrace{\dot{\theta}}_\phi + \underbrace{(F_s + F_v)}_\phi \dot{\theta} \quad (39)$$

$$y = A \phi \quad (40)$$

که در آن، A ماتریس پس‌گرایی، y بردار معلوم‌ها و ϕ بردار پارامترهای مورد شناسایی است. سپس با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی پارامترهای جرم بار و اصطکاک شناسایی می‌شوند [۲۱].

$$\phi_t = \phi_{t-1} + K_t (y_t - A_t^T \phi_{t-1}) \quad (41)$$

$$K_t = P_{t-1} A_t (1 + A_t^T P_{t-1} A_t)^{-1}$$

$$P_t = (I - K_t A_t^T) P_{t-1}$$

که در آن، P ماتریس کوواریانس می‌باشد.

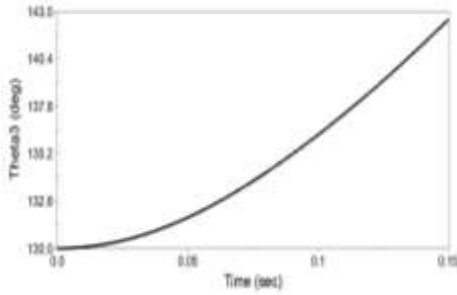
۴- شبیه‌سازی

در این بخش دینامیک ربات دلتا که در بخش سوم به‌دست آمد؛ در نرم‌افزار متلب-سیمولینک پیاده‌سازی شده است. نتایج حاصل از این پیاده‌سازی با نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی‌های صورت گرفته در محیط سالیدورکس و آدامز، اعتبارسنجی شده است. همچنین چگونگی جمع‌آوری داده‌ها و روند حل شناسایی پارامتر جرم بار و ضرایب اصطکاک توضیح و نتایج حاصل از آن نشان داده شده است.

۴-۱- شبیه‌سازی معادلات دینامیکی در نرم‌افزار

آدامز

برای صحت‌سنجی دینامیک ربات دلتا، دینامیک پیاده‌سازی شده در نرم‌افزار متلب-سیمولینک با دینامیک



(ب)

شکل (۵): زاویه بازوی سوم با صفحه پایه به‌ازای گشتاورهای ۳/۵ N.m، ۱/۸ N.m و ۱/۸ N.m، الف- متلب، ب- آدامز.

همان‌طور که مشاهده می‌شود معادلات دینامیکی ربات دلتا دقت خوبی دارد و زاویه‌های به‌دست‌آمده با یکدیگر اختلاف ناچیزی دارند که به فرض‌های ساده شونده بر می‌گردد.

۴-۲- نتایج شناسایی بار و اصطکاک

در این قسمت به شناسایی جرم بار و اصطکاک پرداخته می‌شود. به این‌گونه که برای جرم‌های بار و اصطکاک‌های مختلف به‌ازای گشتاورهای متفاوت شناسایی انجام می‌گیرد.

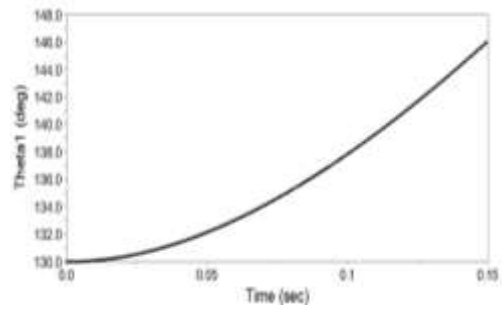
۴-۲-۱- نتایج شناسایی بار و اصطکاک بدون نویز

جرم بار و مجموع ضرایب اصطکاک پارامترهایی هستند که باید شناسایی شوند. مقدار اولیه بار و مجموع ضرایب اصطکاک که به‌ازای گشتاورهای وارده به هر بازو توسط موتورهای دورانی باید مورد شناسایی قرار گیرند در جدول‌های ۳-۱ آورده شده است. برای انجام شناسایی مقدار اولیه ماتریس کوواریانس $P_i = 10^9 I_{2 \times 2}$ در نظر گرفته می‌شود. دلیل بزرگ در نظر گرفتن ماتریس P_i همگرایی سریع مقادیر شناسایی است.

جدول (۱): مقادیر پارامترهای واقعی و حاصل از شناسایی

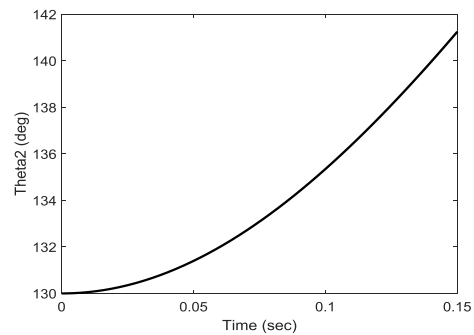
به‌ازای گشتاورهای ثابت ۳ N.m، ۲/۵ N.m و ۱/۸ N.m

مقادیر واقعی:		
جرم (kg)	اصطکاک خشک	اصطکاک ویسکوز
$m_{payload}$	F_s	F_v
۰/۳	۰/۰۵	۰/۰۷
مقادیر شناسایی شده:		
$m_{payload}$	$F_s + F_v$	
۰/۳۰۰۰	۰/۱۲۰۰	

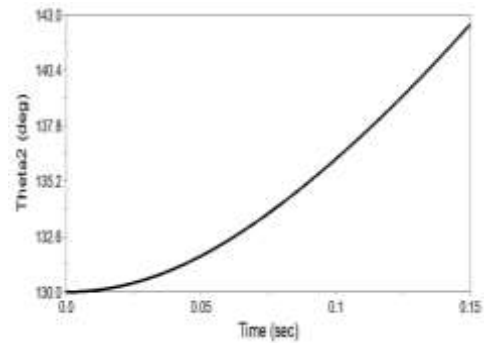


(ب)

ادامه شکل (۳): زاویه بازوی اول با صفحه پایه به‌ازای گشتاورهای ۳/۵ N.m، ۱/۸ N.m و ۱/۸ N.m، الف- متلب، ب- آدامز.

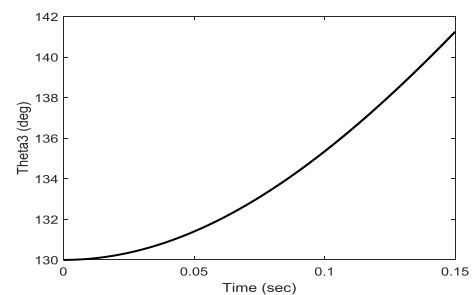


(الف)

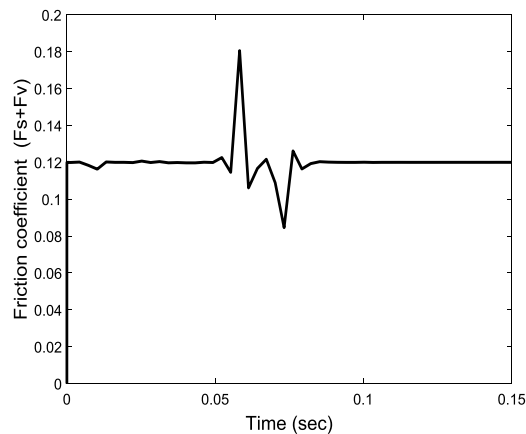


(ب)

شکل (۴): زاویه بازوی دوم با صفحه پایه به‌ازای گشتاورهای ۳/۵ N.m، ۱/۸ N.m و ۱/۸ N.m، الف- متلب، ب- آدامز.



(الف)

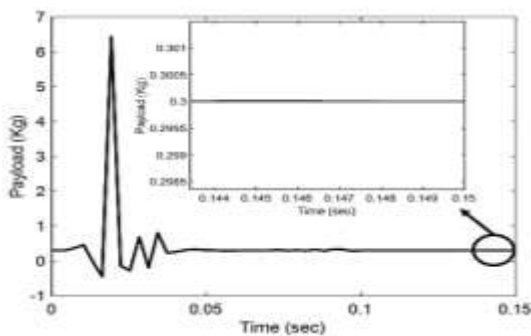


شکل (۷): شناسایی ضرایب اصطکاک به روش حداقل مربعات بازگشتی

شناسایی به روش بازگشتی برای هر دو پارامتر مورد نظر به طور همزمان در مدت زمان ۰/۱۵ S و با ۵۶ نمونه به دست آمده برای پارامترهای موقعیت، سرعت و شتاب برای هر بازو، انجام شد. نتایج در جدول‌های ۱-۳ و شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شد که حاکی از دقت مناسب شناسایی دارد.

۲-۲-۴- نتایج شناسایی جرم و اصطکاک با نویز اندازه‌گیری

در این مرحله با وارد کردن نویز اندازه‌گیری سینوسی به بزرگی یک و فرکانس ۴ rad/s به شتاب بازوی سوم، شناسایی طبق اطلاعات جدول ۳ انجام گرفت، که نتایج آن در شکل‌های ۸ و ۹ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۸ و ۹ مشاهده می‌شود، شناسایی به همراه نویز اندازه‌گیری نیز با دقت خوبی صورت پذیرفته است.



شکل (۸): شناسایی بار به همراه نویز به روش حداقل مربعات بازگشتی

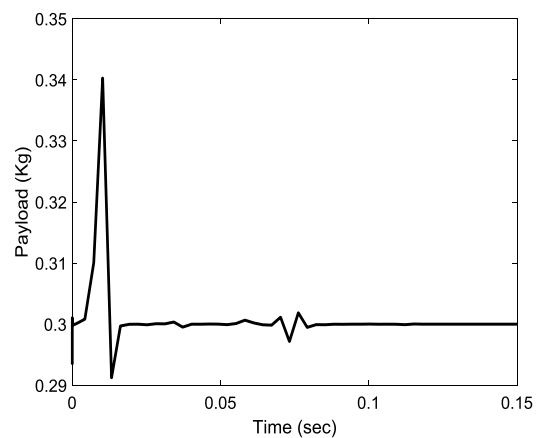
جدول (۲): مقادیر پارامترهای واقعی و حاصل از شناسایی به‌ازای گشتاورهای ثابت ۲/۵ N.m، -۲/۵ N.m و ۱/۸ N.m

مقادیر واقعی:		
جرم (kg) $m_{payload}$	اصطکاک خشک F_s	اصطکاک ویسکوز F_v
۰/۱	۰/۰۴	۰/۰۶
مقادیر شناسایی شده:		
$m_{payload}$	$F_s + F_v$	
۰/۱۰۰۰	۰/۱۰۰۰	

جدول (۳): مقادیر پارامترهای واقعی و حاصل از شناسایی به‌ازای گشتاورهای ثابت ۲/۳ N.m، ۲/۳ N.m و ۱/۹ N.m

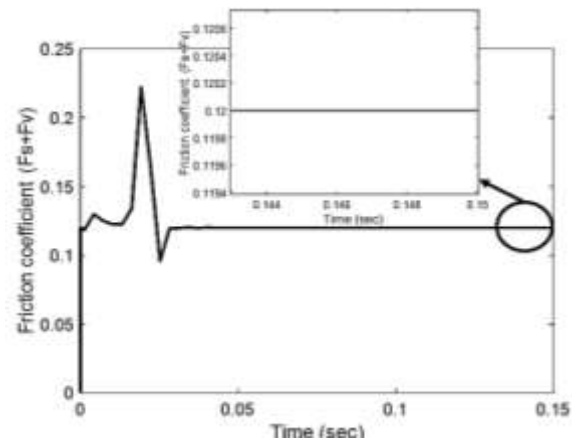
مقادیر واقعی:		
جرم (kg) $m_{payload}$	اصطکاک خشک F_s	اصطکاک ویسکوز F_v
۰/۳	۰/۰۵	۰/۰۷
مقادیر شناسایی شده:		
$m_{payload}$	$F_s + F_v$	
۰/۳۰۰۰	۰/۱۲۰۰	

نحوه همگرایی مقادیر شناسایی شده جرم بار و اصطکاک به روش حداقل مربعات بازگشتی به‌ازای گشتاورهای وارده به بازوهای اول، دوم و سوم، طبق جدول ۳ در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است.



شکل (۶): شناسایی بار به روش حداقل مربعات بازگشتی

- Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 37, pp. 282-291, 2016.
- Swevers, J., Verdonck, W. and De Schutter, J. "Dynamic Model Identification for Industrial Robots", IEEE Control Systems, Vol. 27, No. 5, pp. 58-71, 2007.
 - Na, J., Mahyuddin, M., Herrmann, G., Ren, X. and Barber, P. "Robust Adaptive Finite Time Parameter Estimation and Control for Robotic Systems" International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 25, No. 16, pp. 3045-3071, 2015.
 - Gaz, C. and De Luca, A. "Payload Estimation Based on Identified Coefficients of Robot Dynamics—with an Application to Collision Detection" IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), pp.3033-3040, 2017.
 - Khalil, W., Gautier, M. and Lemoine, P. "Identification of the Payload Inertial Parameters of Industrial Manipulators" IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.4943-4948, 2007.
 - Oaki, J. and Adachi, S. "Decoupling Identification for Serial Two-Link Robot Arm with Elastic Joints" IFAC Proceedings, Vol. 42, No. 10, pp. 1417-1422, 2009.
 - Neubauer, M., Gattringer, H. and Bremer, H. "A Persistent Method for Parameter Identification of a Seven-Axes Manipulator" Robotica, Vol. 33, No. 5, pp. 1099-1112, 2015.
 - Mata, V., Benimeli, F., Farhat N. and Valera A. "Dynamic Parameter Identification in Industrial Robots Considering Physical Feasibility" Advanced Robotics, Vol. 19, No. 1, pp. 101-119, 2005.
 - Neuman, C. P. and Khosla, P. K. "Identification of Robot Dynamics: an Application of Recursive Estimation" Springer Adaptive and Learning Systems, pp. 175-194, 1986.
 - Gautier, M. and Khalil, W. "On the Identification of the Inertial Parameters of Robots" Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2264-2269, 1988.
 - Mazare, M., Taghizadeh, M. and Najafi, M. R. "Design, Manufacturing, Kinematic Analysis of a Kind of a 3-DOF Translational Parallel



شکل (۹) شناسایی ضرایب اصطکاک به همراه نویز به روش حداقل مربعات بازگشتی

۵- نتیجه گیری

در مقاله حاضر قابلیت شناسایی جرم بار در ربات دلتا به صورت برخط در حضور اصطکاک و نویز اندازه گیری مورد بررسی قرار گرفت برای این منظور ابتدا معادلات دینامیکی ربات نوشته شد و پس از صحت گذاری این معادلات با نرم افزار آدامز به منظور شناسایی پارامترهای مورد نظر، مورد استفاده قرار گرفت. معادلات دینامیکی ربات به صورت یک معادله پس گرایی خطی باز نویسی شد و از روش حداقل مربعات بازگشتی به منظور شناسایی برخط پارامترها استفاده شد. برای صحت سنجی روش پیشنهادی ضرایب اصطکاک و جرم بار در چند سناریوی مختلف مورد شناسایی قرار گرفت که تمام شبیه سازی ها مویید موفقیت این روش حتی در حضور نویز اندازه گیری می باشد.

۶- مراجع

- Bonev, I. "Delta Parallel Robot—the Story of Success", Newsletter, 2001.
- Carp-Ciocardia, D. "Dynamic Analysis of Clavel's Delta Parallel Robot, in Robotics and Automation" IEEE International Conference, ICRA'03, Vol. 3, pp. 4116-4121 2003.
- Bai, P., Mei, J., Huang, T. and Chetwynd, D. "Kinematic Calibration of Delta Robot Using Distance Measurements" Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 230, No. 3, pp. 414-424, 2016.
- Pedersen, M. "Robot Skills for Manufacturing: From Concept to Industrial Deployment"

19. Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., Wall, W. and Bonet J. "Engineering Mechanics" Springer, 2014.
20. Codourey, A. "Dynamic Modeling of Parallel Robots for Computed-Torque Control Implementation", International Journal of Robotics Research, Vol. 17, No. 12, pp. 1325-1336, 1998.
21. Karrari, M. "System Identification" Amirkabir University, ISBN:978-964-463-399-7, 2009.
- Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 7, pp. 327-334, 2016.
15. Staicu, S. "Recursive Modelling in Dynamics of Delta Parallel Robot" Robotica, Vol. 27, No. 2, pp. 199-207, 2009.
16. Wang, J. and Liu, X. "Analysis of a Novel Cylindrical 3-Dof Parallel Robot" Robotics and Autonomous Systems, Vol. 42, No. 1, pp. 31-46, 2003.
17. Olsson, A. "Modeling And Control of a Delta-3 Robot" MSc Theses, Lund University, 2009.
18. Codourey A. "Dynamic Modelling and Mass Matrix Evaluation of the DELTA Parallel Robot for Axes Decoupling Control" Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 96), 1996.

