

الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت سامانه اینرسی صفحه پایدار

عبدالرضا کاشانی نیا^۳

محمد رضا عاروان^{۲*}

محمد قسمتی^۱

مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۲۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴)

چکیده

در این مقاله الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت یک سامانه اینرسی صفحه پایدار طراحی شده و در قالب دو قضیه بیان و اثبات شده است. الگوریتم‌های ناوبری متداول از تخمین نرخ‌های موقعیت برای ساخت فرامین سرعت زاویه‌ای اعمالی به ژيروسکوپ‌ها استفاده می‌کنند، این کار نه تنها منبع اولیه‌ای برای خطای موقعیت بوده بلکه پیاده‌سازی فرامین را پیچیده می‌کند. مزیت اصلی الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت این است که فرامین سرعت زاویه‌ای، مستقل از موقعیت سامانه ناوبری و متناسب با انتگرال شتاب‌ها بوده و بدین ترتیب خطاهای ناشی از تخمین نرخ طول و عرض جغرافیایی به صفحه پایدار اعمال نشده و باعث خارج شدن آن از تراز و ایجاد خطا نمی‌شود. در این مقاله، مدل‌سازی سامانه صفحه پایدار، نحوه تراز‌سازی صفحه و شرایط اولیه ورود به فاز ناوبری ارائه شده است. برای ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری ارائه شده، نتایج این الگوریتم با نتایج الگوریتم ناوبری سمت-رها به‌ازای چهار سناریوی مختلف مقایسه شده است. همچنین عملکرد الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت در آزمون‌های عملی مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته و نتایج آن ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم ناوبری، سامانه اینرسی، صفحه پایدار، تراز‌سازی صفحه

Position-Independent Navigation Scheme of a Gimbaled Inertial System

M. Ghesmati¹

M.R. Arvan^{2*}

A.R. Kashaninia³

Electrical and Computer Engineering Department
Malek-Ashtar University

(Received: 13/July/2019; Accepted: 25/August/2020)

ABSTRACT

This paper deals with designing the navigation scheme of a gimbaled inertial system. This design is introduced and proved in the form of two theorems. Most of the gimbaled navigation schemes proposed in the literature have the drawback of estimating position rates for alignment commands. Not only the estimating position rates are the basic source of the position errors, but also, they make the alignment commands and their implementation more complicated. The major advantage of the proposed design is that it eliminates the errors resulting from the estimation of the longitude and latitude rates because the angular velocity commands of gyroscopes are proportional to accelerations' integrals and independent of the system position. In this paper, the stabilized platform is modelled, the platform alignment procedure is determined, and the initial conditions of the navigation phase are calculated. The results of the navigation scheme are compared with the wander-azimuth scheme in four scenarios and the performance of the position-independent navigation scheme is evaluated in practical tests and its results are presented.

Keywords: Navigation scheme, Gimbaled inertial system, Alignment, Stabilized platform

۱- دانشجوی دکتری mohammadghesmati@yahoo.com

۲- دانشیار (نویسنده پاسخگو): arvan@mut.ac.ir

۳- استادیار: akashaninia@aut.ac.ir

* حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه جامع امام حسین (ع) داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (License CC BY-NC (Commons Creative در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://maj.ihu.ac.ir> دیدن فرمائید.

فهرست علائم و اختصارات

$C_i(\alpha)$	ماتریس دوران حول محور i به اندازه زاویه α
${}^m_n C$	ماتریس دوران از دستگاه n به دستگاه m
$D_S \underline{r}$	مشتق بردار \underline{r} از دید دستگاه S
f_i	مولفه‌های شتاب غیر گرانشی
g_i	مولفه‌های شتاب گرانشی
GM	ثابت گرانش
\underline{r}	بردار \underline{r}
$r_1 \times r_2$	ضرب خارجی دو بردار r_1 و r_2
${}^S \Gamma_{EB}$	بردار واصل دو نقطه E و B بیان در دستگاه S
R_G	فاصله متوسط وسیله از مرکز زمین
${}^S v_{iB}$	سرعت بردار Γ_{EB} از دید دستگاه i بیان در S

علائم یونانی

λ, φ_i	طول و عرض جغرافیایی در دستگاه ناوبری جرمی
ω_e	سرعت زاویه‌ای زمین به دور خودش
${}^S \omega_{mn}$	سرعت زاویه‌ای دستگاه n به m بیان در دستگاه S

۱- مقدمه

واحدهای اندازه‌گیری اینرسی^۱ که دارای سه شتاب‌سنج برای اندازه‌گیری شتاب‌های خطی و سه ژيروسکوپ برای اندازه‌گیری سرعت‌های زاویه‌ای هستند، برای تعیین موقعیت و وضعیت وسیله‌ها به کار می‌روند. سامانه‌های ناوبری اینرسی با دو ساختار صفحه پایدار^۲ و متصل به بدنه^۳ پیاده‌سازی شده و تفاوت اصلی این دو ساختار دستگاهی است که حسگرها در آن اندازه‌گیری می‌کنند [۱]. در دو دهه اخیر با توجه به ساخت ژيروسکوپ‌های لیزری، شتاب‌سنج‌های کوارتز، رایانه‌های هوابرد سریع و کم‌مصرف و همچنین مبدل‌های آنالوگ به دیجیتال سریع و دقیق، فناوری به سمت ساختار متصل به بدنه متمایل شده است. این تمایل به جهت برخی از مزایای سامانه‌های متصل به بدنه از جمله مصرف توان کمتر، وزن کم و ابعاد کوچکتر، پیچیدگی‌های کمتر و انعطاف‌پذیری بالاتر است [۲]. از طرف دیگر دقت بسیار بالای ساختار صفحه پایدار، این سامانه‌ها را برای کاربردهای راهبردی در ماموریت‌های طولانی مدت با برد بالا مناسب ساخته است [۳-۴].

در مراجع [۵-۶]، الگوریتم ناوبری ساختارهای صفحه پایدار (پایدار در فضا^۴ و افق محلی^۵) و متصل به بدنه در چند دستگاه مرجع ارائه شده‌اند. پیچیدگی حل معادلات، ارتباطی مستقیم با انتخاب دستگاه مرجع داشته و معادلات خطای سامانه، بسته به ساختار و دستگاه مرجع نتایج مختلفی دارد [۷-۸]. در ساختار پایدار در فضا (که در آن صفحه پایدار در دستگاه اینرسی نگه داشته شده است)، خطای عرض جغرافیایی به ازای انحراف ثابت ژيروسکوپ، به صورت خطی با زمان افزایش یافته در حالی که در ساختار افق محلی (که در آن صفحه پایدار همواره در دستگاه افق محلی نگه داشته می‌شود) این خطا محدود است [۶]. همچنین معادلات خطای سامانه پایدار در فضا در سه دستگاه اینرسی، دستگاه جغرافیایی و دستگاه اینرسی زمینی، به ازای انحراف ثابت ژيروسکوپ متفاوت است، در دستگاه جغرافیایی، فرکانس طبیعی چرخش زمین وارد معادلات شده و در دستگاه اینرسی زمینی، فرکانس شولر در رابطه خطا وارد می‌شود [۹]. الگوریتم ناوبری ساختار متصل به بدنه نیز به طور خاص در مراجع [۱۰-۱۱]. ارائه شده است و در مرجع [۱۲] علاوه بر الگوریتم ناوبری، معادلات خطای این ساختار نیز آورده شده است. در مرجع [۱] معادلات خطا برای دو ساختار صفحه پایدار و متصل به بدنه با یکدیگر مقایسه شده و نشان داده شده که در سامانه صفحه پایدار خطای ناشی از انحراف ژيروسکوپ نامحدود و نسبت به زمان از درجه یک بوده اما در سامانه متصل به بدنه از درجه سه است. در مرجع [۵] به صورت تحلیلی منابع عمده خطا برای سامانه صفحه پایدار مورد بررسی قرار گرفته و روابطی تحلیلی برای خطای موقعیت به‌ازای منابع مختلف خطا ارائه شده است.

برای کاهش خطای ناوبری اینرسی، بیشترین فعالیت بر روی حساسه‌های اندازه‌گیری انجام شده است [۱۳]. در مرجع [۱۴] تحلیل خطای یک سامانه ناوبری صفحه پایدار (در راستای کاهش خطای ناوبری آن) انجام شده است. بخش عمده‌ای از خطاهای ناوبری اینرسی به حسگرهای داخلی سامانه از جمله انحراف ژيروسکوپ و بایاس شتاب‌سنج برمی‌گردد [۱۵-۱۶]. با توسعه فیزیک کوانتوم، ژيروسکوپ‌های اتمی توجه وسیعی را به خود معطوف

¹ Inertial Measurement Unit (IMU)² Stable Platform³ Strapdown⁴ Space Stabilized⁵ Local Level

توجهی در زمینه تحلیل و جبران‌سازی خطای سامانه ناوبری اینرسی ارائه داده‌اند [۳۹]. برخی نیز روش‌های جدیدتری از جمله شبکه‌های عصبی را برای پیش‌بینی خطاهای مکان ناشی از خطای انحراف ژيروسکوپ به کار گرفته‌اند [۴۰]. در مرجع [۴۱] نیز ارزیابی دقت ساختار صفحه پایدار بر اساس شبکه عصبی کوانتوم مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از مقالات نیز کاربرد فیلتر کالمن را در پیمایش سامانه ناوبری اینرسی مورد بررسی قرار داده و یک تخمین‌زننده با ۶۳ متغیر حالت (شامل خطاهای مختلف سامانه از جمله خطای انحراف ژيروسکوپ)، ارائه کرده است [۴۲]. همچنین در مقاله‌ای دیگر تحلیل خطای یک سامانه کنترل آتش، در محیطی مغشوش (با توجه به برهم‌کنش تمامی خطاهای متصور در سامانه ناوبری) با استفاده از روش عددی مونت کارلو انجام شده است [۴۳].

با وجود این که فناوری به سمت ساختار متصل به بدنه متمایل شده است اما در کشور سامانه‌های ناوبری اینرسی صفحه پایداری موجود است که بهره‌برداری، تعمیر و به روز رسانی آنها نیازمند مدل‌سازی و تحلیل خطای این سامانه‌هاست. در این مقاله الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت سامانه اینرسی صفحه پایدار در راستای کاهش خطای این ساختار طراحی شده و در قالب دو قضیه بیان و اثبات شده است. در این مقاله تحلیل خطای ناشی از انحراف ثابت ژيروسکوپ در کانال سمت، به صورت تحلیلی و عددی انجام شده و در راستای این تحلیل، مدل‌سازی سامانه صفحه پایدار، نحوه تراز‌سازی صفحه و شرایط اولیه ورود به فاز ناوبری ارائه شده است. برای ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری ارائه شده، نتایج این الگوریتم با نتایج الگوریتم ناوبری سمت-رها به ازای دو سناریوی مختلف سکون و تغییر زیاد در عرض جغرافیایی و در حضور و عدم حضور انحراف ثابت ژيروسکوپ در کانال سمت مقایسه شده و نتایج آن ارائه شده است. همچنین عملکرد الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت در آزمون‌های عملی مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته و نتایج این آزمون‌ها ارائه شده است. با توجه به نتایج شبیه‌سازی‌ها و آزمون‌های متعدد عملی مشخص است که الگوریتم ناوبری ارائه شده در سناریوهای مختلف حرکتی، پروازی و عملیاتی به خوبی عمل کرده، قابل اعتماد بوده و خطای ناوبری آن با توجه به منابع مختلف خطا مورد انتظار است. فرض بر این است که سامانه

ساخته و سامانه‌های ناوبری اینرسی صفحه پایدار با استفاده از این ژيروسکوپ‌ها، پتانسیل بالایی برای استفاده در کاربردهای ناوبری مستقل و طولانی مدت مشابه زیردریایی‌ها پیدا کردند [۱۷-۱۸]. انحراف تصادفی ژيروسکوپ‌های اتمی در مراجع مختلفی مورد بررسی قرار گرفته، از جمله مدل‌سازی و بهینه‌سازی این ژيروسکوپ‌ها در مراجع [۱۹-۲۱] انجام شده است. همچنین پیمایش مقیاس این نوع ژيروسکوپ‌ها در مرجع [۲۲] تشریح شده است. در مرجع [۲۳] نیز نحوه کاهش اثرات متقابل یک ژيروسکوپ اتمی دو محوره گزارش شده است. دقت سامانه‌های ناوبری اینرسی با پیدایش این ژيروسکوپ‌ها، افزایش یافته [۲۴] و شمال‌یاب‌های اینرسی نیز از این ژيروسکوپ‌ها در ساختار صفحه پایدار خود استفاده کردند [۲۵-۲۶].

در سال‌های اخیر روش‌های جدیدی نیز برای افزایش دقت سامانه‌های ناوبری متصل به بدنه به کار گرفته شده است که به سامانه‌های ناوبری اینرسی چرخشی معروف است [۲۷-۲۸] که در آن با الهام از سامانه ناوبری صفحه پایدار، واحد اندازه‌گیری اینرسی متصل به بدنه داخل قاب‌هایی قرار گرفته و با گردش قاب‌ها به روش‌هایی خاص، خطاهای این سامانه ناشی از انحراف ژيروسکوپ و بایاس شتاب‌سنج را کاهش می‌دهند [۲۹-۳۰]. تحقیقات نشان می‌دهد که حداقل دو قاب نیاز است تا خطاهای مربوط به تمامی ژيروسکوپ‌ها و شتاب‌سنج‌ها کاهش یابند [۳۱-۳۲]. یکی از مزایای دیگر این سامانه‌های ناوبری اینرسی است که دیگر نیاز به میز چرخان برای انجام عملیات پیمایش بر روی سامانه نیست، چرا که از همان قاب‌ها برای این کار استفاده می‌شود [۳۳]. تمامی این مطالب نشانگر آن است که هر چه ساختار متصل به بدنه را به سمت ساختار صفحه پایدار نزدیک کنیم، خطاهای ناوبری کاهش یافته اما در عین حال پیچیدگی سامانه نیز بالا می‌رود [۳۴].

دقت ناوبری مهمترین فاکتوری است که در سامانه ناوبری اینرسی برای دستیابی به عملکرد بهتر در نظر گرفته می‌شود ([۳۵] و [۳۶]). اگر یک روش موثر برای پیش‌بینی خطاهای سرعت و مکان به کار گرفته شود، سامانه ناوبری اینرسی می‌تواند عملکرد مطلوبی را با گذشت زمان ارائه کند ([۳۷]، [۳۸]). برخی از محققان کارهای قابل

۲-۲- دستگاه چسبیده به صفحه پایدار

وضعیت این دستگاه نشانگر وضعیت صفحه است و با نماد s نشان داده می‌شود. در صورت صفر بودن زوایای بین قاب‌ها، این دستگاه به دستگاه بدنه‌ی IMU منطبق است. در صورتی که شتابسنج‌ها وژیروسکوپ‌ها در جای صحیح خود و عمود بر هم نصب شده باشند، هر کدام در جهت یکی از محورهای دستگاه s ، اندازه‌گیری می‌کنند. در انتهای فاز هم‌راستاسازی که شتابسنج‌ها صفر شده‌اند، محور سوم دستگاه s در راستای محور سوم دستگاه ناوبری قرار می‌گیرد، صفحه در افق محلی قرار گرفته و محورهای اول و دوم دستگاه‌های ناوبری و s در یک صفحه قرار می‌گیرند. ماتریس دوران دستگاه s به دستگاه m_N مطابق رابطه (۲) است.

$${}^m_N C = C_3(\psi)C_2(\varphi_y)C_1(\varphi_x) = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\varphi_y & 0 & S\varphi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\varphi_y & 0 & C\varphi_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_x & -S\varphi_x \\ 0 & S\varphi_x & C\varphi_x \end{bmatrix} \quad (2)$$

۲-۳- دستگاه m_i

این دستگاه با یک دوران از دستگاه m_N حول محور سوم ساخته می‌شود. مقدار این دوران (ψ) باید به گونه‌ای باشد که بتوان با دو دوران استاندارد اوایلر ابتدا حول محور دوم (φ_y) و سپس حول محور اول (φ_x) از دستگاه m_i به دستگاه s رسید. ماتریس دوران دستگاه s به دستگاه m_i مطابق رابطه (۳) است. سرعت دورانی دستگاه‌های مختلف نسبت به هم نیز مطابق رابطه (۴) است [۱]. در این روابط دستگاه‌های ECEF و اینرسی به ترتیب با e و i نشان داده شده‌اند.

$${}^m_i C = C_2(\varphi_y)C_1(\varphi_x) = \begin{bmatrix} C\varphi_y & 0 & S\varphi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\varphi_y & 0 & C\varphi_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_x & -S\varphi_x \\ 0 & S\varphi_x & C\varphi_x \end{bmatrix} \quad (3)$$

$${}^m_N \omega_{em_N} = \begin{bmatrix} \dot{\lambda} \cos(\varphi_i) \\ \dot{\varphi}_i \\ \dot{\lambda} \sin(\varphi_i) \end{bmatrix}, {}^m_N \omega_{ie} = \begin{bmatrix} \omega_e \cos(\varphi_i) \\ 0 \\ \omega_e \sin(\varphi_i) \end{bmatrix}, {}^m_i \omega_{m_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$${}^m_i \omega_{im_i} = \begin{bmatrix} p_m \\ q_m \\ r_m \end{bmatrix}, {}^s \omega_{is} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}, {}^m_i \omega_{em_N} = \begin{bmatrix} \omega_{e11} \\ \omega_{e12} \\ \omega_{e13} \end{bmatrix}$$

ناوبری مورد بررسی در این مقاله برای پرواز طولانی مدت یک هواپیما در نزدیکی زمین استفاده شده و وسایل کمک‌ناوبری به کار گرفته نمی‌شود.

در ادامه در بخش ۲ با فرض شناخت دستگاه‌های مختصات زمینی و ناوبری، سه دستگاه مختصات دیگر تعریف شده و معادلات حرکت سامانه در حالت کلی ارائه می‌شود. در بخش ۳ الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت سامانه معرفی می‌شود. در بخش ۴ مدل‌سازی سامانه صفحه پایدار و شرایط اولیه الگوریتم ناوبری به دست می‌آید. در بخش ۵ ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری طراحی شده در مقایسه با روش‌های دیگر و انجام آزمون‌های عملی ارائه شده و در بخش ۶ نیز جمع‌بندی ارائه می‌شود.

۲- تعاریف و مقدمات ریاضی

در این بخش دستگاه‌های مختصات مورد نیاز برای معرفی الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت ارائه شده و معادلات حرکت سامانه در حالت کلی ارائه می‌شود.

۲-۱- دستگاه ناوبری جرمی m_N

این دستگاه بر اساس مدل بیضوی جرمی زمین تعریف شده و تفاوت آن با دستگاه ناوبری (دستگاه n) در این است که محور سوم دستگاه ناوبری در راستای بردار شاقولی است و اثر نیروی گریز از مرکز زمین در آن موثر است، اما محور سوم دستگاه m_N ، در راستای شتاب گرانشی ناشی از جرم زمین است. محور اول هر دو دستگاه ناوبری و m_N به سمت شمال جغرافیایی بوده ولی بر هم منطبق نیست. دستگاه m_N با دستگاه ناوبری یک دوران حول محور دوم به اندازه زاویه α_T اختلاف دارد که این زاویه روی قطب و در امتداد استوا صفر است. دستگاه m_N به همراه دستگاه ناوبری در شکل ۱ نشان داده شده است. ماتریس دوران دستگاه n به دستگاه m_N مطابق رابطه (۱) است، منظور از S سینوس و منظور از C کسینوس زاویه است.

$${}^m_N C = \begin{bmatrix} C\alpha_T & 0 & S\alpha_T \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\alpha_T & 0 & C\alpha_T \end{bmatrix} \quad (1)$$

جغرافیایی کافی است ${}^{m_N} \omega_{em_N}$ پیدا شود. برای این کار می‌توان از رابطه (۱۷) بهره برد ([۵]). حل این رابطه برای به‌دست آوردن سه متغیر λ ، φ_i و ψ به صورت بازگشتی کفایت می‌کند. مقادیر p_m ، q_m و r_m در رابطه مربوطه به ترتیب با ω_x ، ω_y و صفر جاگذاری می‌شوند. اثبات این جابه‌جایی در پیوست ج ارائه شده است. ورودی و خروجی‌های الگوریتم ناوبری در دیاگرام بلوکی شکل ۲ ارائه شده است. شکل ۳ نیز دیاگرام بلوکی الگوریتم ناوبری را نشان می‌دهد.

در صورتی که $r = 0$ اعمال شود، صفحه p^2 ، q^2 ، $pq \ll \frac{GM}{z^3}$ پایدار حول افق محلی با فرکانس شولر مطابق رابطه (۱۵) نوسان می‌کند. اثبات این قضیه در پیوست ب ارائه شده است.

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_y &\cong -\frac{GM}{z^3} \varphi_y \\ \ddot{\varphi}_x &\cong -\frac{GM}{z^3} \varphi_x \end{aligned} \quad (15)$$

۳-۱- محاسبات طول و عرض جغرافیایی

با توجه به این که هدف نهایی الگوریتم ناوبری تعیین موقعیت است، برای به‌دست آوردن زوایای طول و عرض

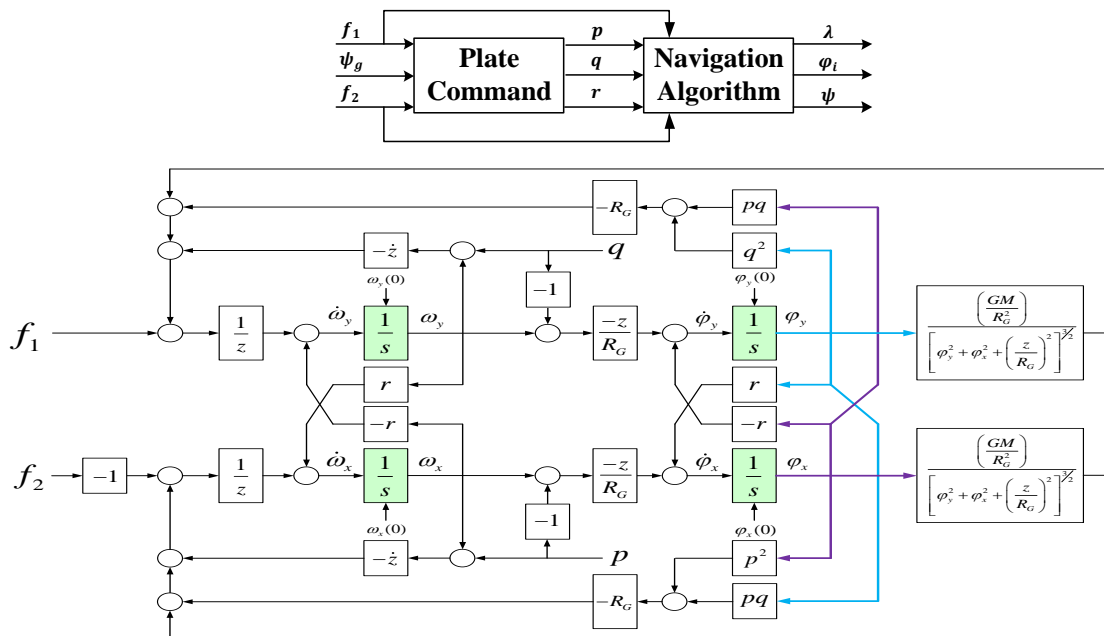
$$\begin{aligned} \dot{\omega}_y &= -\frac{(\omega_y + q)\dot{z}}{z} - r \omega_x - \frac{R_G}{z} q^2 \varphi_y - \frac{R_G}{z} pq \varphi_x + \frac{f_1}{z} + \frac{GM}{R_G^3} \frac{R_G}{z} \varphi_y \frac{1}{\left(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + \left(\frac{z}{R_G}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \\ \dot{\omega}_x &= -\frac{(\omega_x + p)\dot{z}}{z} + r \omega_y - \frac{R_G}{z} p^2 \varphi_x - \frac{R_G}{z} pq \varphi_y - \frac{f_2}{z} + \frac{GM}{R_G^3} \frac{R_G}{z} \varphi_x \frac{1}{\left(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + \left(\frac{z}{R_G}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\dot{\varphi}_y = -r \varphi_x - \frac{z}{R_G} (\omega_y - q)$$

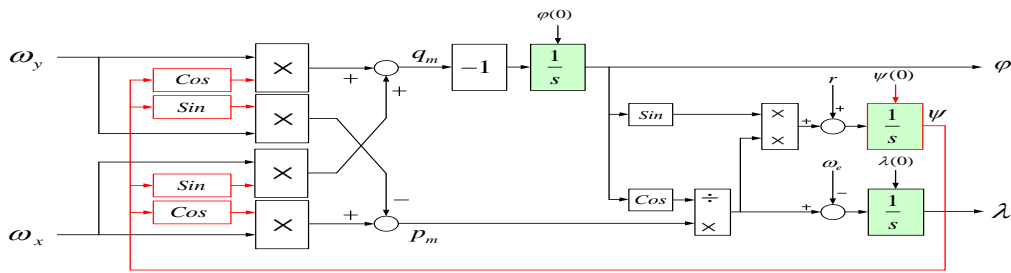
$$\dot{\varphi}_x = +r \varphi_y - \frac{z}{R_G} (\omega_x - p)$$

$${}^{m_N} \omega_{em_N} = {}^{m_i} C^{m_i} \omega_{em_N} = {}^{m_i} C \left(-{}^{m_i} \omega_{ie} + {}^{m_i} \omega_{im_i} - {}^{m_i} \omega_{m_N m_i} \right)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda} \cos(\varphi_i) \\ \dot{\varphi}_i \\ \dot{\lambda} \sin(\varphi_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} -\omega_e C\psi \cos(\varphi_i) \\ \omega_e S\psi \cos(\varphi_i) \\ -\omega_e \sin(\varphi_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_m \\ q_m \\ r_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -\omega_e \cos(\varphi_i) + p_m C\psi - q_m S\psi \\ p_m S\psi + q_m C\psi \\ -\omega_e \sin(\varphi_i) + r_m - \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (17)$$



شکل (۲): دیاگرام بلوکی ورودی و خروجی‌های الگوریتم ناوبری.



شکل (۳): دیاگرام بلوکی الگوریتم ناوبری.

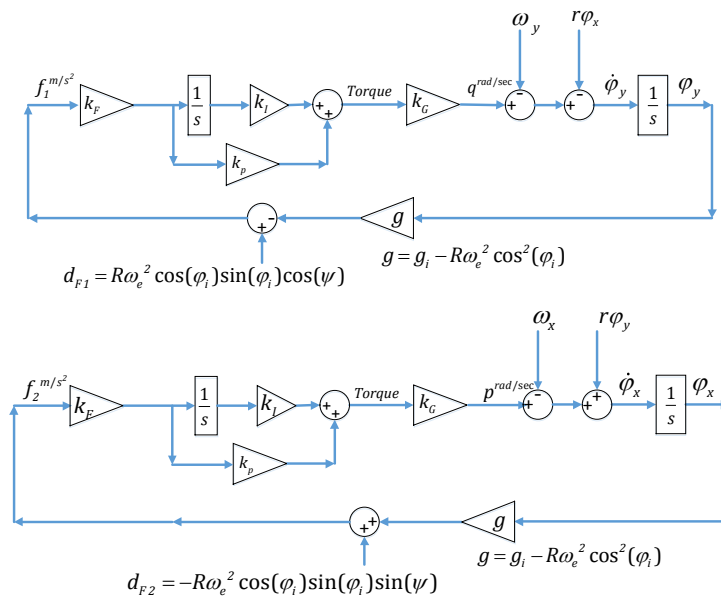
۴- مدل سازی IMU به صورت ایده آل

در یک IMU ایده آل، حساسه های ژيروسکوپ و شتاب سنج تنها دارای بایاس و مقیاس ثابت هستند. کانال سوم بر خلاف دو کانال دیگر از خروجی زاویه سنج قاب به جای شتاب سنجها استفاده کرده و این حساسه، حساسه ای ایده آل تنها با یک بایاس ثابت در نظر گرفته می شود.

مدل کانال های اول و دوم در شکل ۴ ارائه شده است. انحراف ژيروسکوپها با b_{g1} و b_{g2} و بایاس شتاب سنجها با b_{a1} و b_{a2} نشان داده شده اند. ضرایب ثابت این شکل مربوط به مدل دینامیکی سامانه (k_G, k_F) و مدل کنترل کننده (k_I, k_P) است. برای به دست آوردن شتاب های f_1 و f_2 می توان از رابطه (۱۶) استفاده کرد اما به علت وابستگی این رابطه به مقادیر p و q از رابطه (۱۸) استفاده شده است که در آن مولفه سوم بردار ${}^{mN}r_{MB}$ و φ_i و λ عرض و طول جغرافیایی در دستگاه ناوبری جرمی هستند ([۵]). در انتهای فاز همراستاسازی که سامانه در حالت سکون است،

این رابطه به رابطه (۱۹) تبدیل می شود. همچنین مدل کانال سوم در شکل ۵ ارائه شده است، منظور از ψ_g زاویه اوپلر بین دستگاه صفحه و دستگاه بدنه IMU حول محور سوم دستگاه صفحه است. b_{ψ} بایاس این زاویه سنج است و سیگنال b_{g3} به عنوان انحراف ژيروسکوپ کانال سوم تعریف می شود. ضرایب ثابت این شکل مربوط به مدل دینامیکی سامانه (k_r, k_{ψ}) و مدل کنترل کننده $(k_{\psi I}, k_{\psi P})$ است. برای تکمیل مدل کانال سوم از رابطه (۲۰) استفاده می شود. این رابطه از ترکیب دو رابطه (۱۶) و (۱۷) به دست آمده است.

با توجه به رابطه (۱۹)، رابطه (۲۱) برای شرایط انتهایی فاز همراستاسازی کانال اول و دوم به دست می آید. با تعریف متغیر میانی α در رابطه (۲۲)، این رابطه ساده سازی می شود. همچنین با توجه به پیوست ج مقادیر ω_{x0} و ω_{y0} مطابق رابطه (۲۳) محاسبه می شوند. در روابط آتی، لحظه شروع فاز ناوبری با 0^+ یا 0^- و انتهای فاز همراستاسازی با 0^- نشان داده می شود.



شکل (۴): مدل حلقه بسته کانال اول و دوم سامانه ایده آل در فاز همراستاسازی.

۵- ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری طراحی شده

در این بخش ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری طراحی شده در مقایسه با روش‌های دیگر و انجام آزمون‌های عملی ارائه شده است.

۵-۱- شبیه‌سازی و مقایسه با طرح سمت-رها

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری طراحی شده در مقایسه با الگوریتم سمت-رها، شبیه‌سازی مناسبی در محیط Simulink نرم‌افزار MATLAB تهیه شده است. شبیه‌سازی به ازای چهار سناریوی مختلف و در هر سناریو برای مدت زمان دو ساعت انجام شده است: سناریوی اول حالت سکون، سناریوی دوم تغییر زیاد در عرض جغرافیایی (حرکت روی محور واصل دو قطب جغرافیایی)، سناریوی سوم تغییر زیاد در طول جغرافیایی (حرکت روی محوری به موازات محور استوا) و سناریوی چهارم تغییر زیاد در طول و عرض جغرافیایی. شبیه‌سازی‌ها یک بار به ازای انحراف ثابت کانال اول ژيروسکوپ مساوی با $0.01 \frac{Deg}{h}$ ، یک بار به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژيروسکوپ مساوی با $0.1 \frac{Deg}{h}$ و یک بار به ازای هر دو انحراف ثابت کانال‌های اول و سوم ژيروسکوپ به ترتیب مساوی با $0.01 \frac{Deg}{h}$ و $0.1 \frac{Deg}{h}$ انجام شده‌اند. با توجه به روابط سینماتیکی حرکت، خروجی‌های شتاب‌سنج‌ها به‌ازای هر سناریو، شبیه‌سازی شده و به‌عنوان ورودی به الگوریتم ناوبری اعمال شده‌اند. خروجی الگوریتم ناوبری طراحی شده با خروجی الگوریتم ناوبری سمت-رها مقایسه شده و خطای هر دو الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی در سناریوی حالت سکون در شکل ۶ ارائه شده است، به ازای انحراف ثابت کانال اول ژيروسکوپ و همچنین به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژيروسکوپ خطای هر دو طرح یکسان است. به ازای انحراف ثابت در کانال‌های اول و سوم ژيروسکوپ نیز، خطای هر دو طرح تقریباً یکسان است و تا حدود $5.5 km$ افزایش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی در سناریوی تغییر زیاد در عرض جغرافیایی (حدود 75 درجه) در شکل ۷ ارائه شده است، به ازای انحراف ثابت کانال اول ژيروسکوپ خطای طرح سمت-رها کمی بیشتر از خطای طرح ارائه شده است، اما به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژيروسکوپ خطای هر دو طرح تقریباً یکسان بوده و تا حدود $13 km$ افزایش می‌یابد. همچنین به‌ازای انحراف ثابت در کانال‌های اول و سوم ژيروسکوپ خطای هر دو طرح تقریباً یکسان است و تا

حدود $11.5 km$ افزایش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی در سناریوی تغییر زیاد در طول جغرافیایی (حدود 75 درجه) در شکل ۸ ارائه شده است، به ازای انحراف ثابت کانال اول ژيروسکوپ خطای طرح سمت-رها در ابتدا کمی کمتر از خطای طرح ارائه شده است اما در ادامه خطای آن بیشتر می‌شود، به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژيروسکوپ خطای هر دو طرح یکسان بوده و تا حدود $12.5 km$ افزایش می‌یابد. همچنین به ازای انحراف ثابت در کانال‌های اول و سوم ژيروسکوپ خطای هر دو طرح یکسان است و تا حدود $14 km$ افزایش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی در سناریوی تغییر زیاد در طول و عرض جغرافیایی (به ترتیب حدود 65 و 55 درجه) در شکل ۹ ارائه شده است، به ازای انحراف ثابت کانال اول ژيروسکوپ خطای طرح سمت-رها کمی کمتر از خطای طرح ارائه شده است، اما به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژيروسکوپ خطای هر دو طرح تقریباً یکسان است و تا حدود $15 km$ افزایش می‌یابد. همچنین به‌ازای انحراف ثابت در کانال‌های اول و سوم ژيروسکوپ خطای هر دو طرح تقریباً یکسان است و تا حدود $15 km$ افزایش می‌یابد.

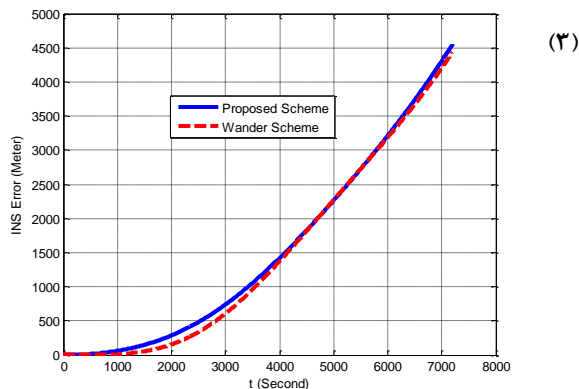
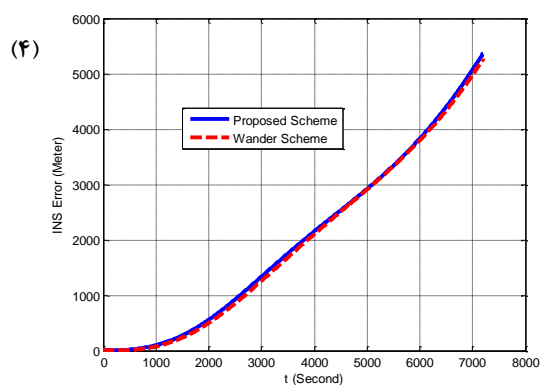
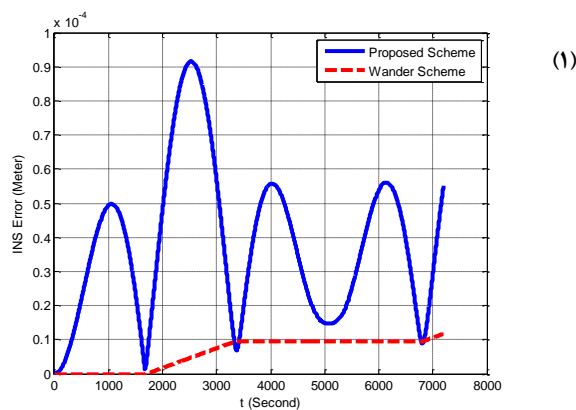
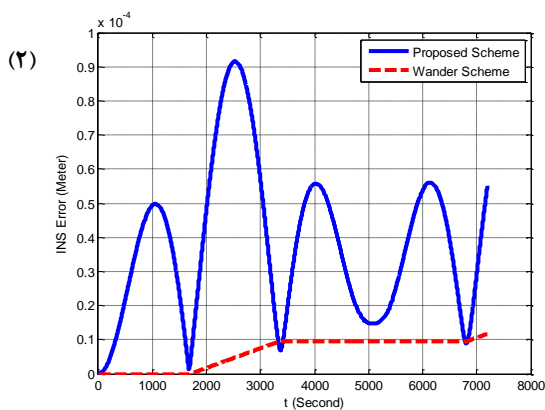
برای سناریوی اول در دو مدت زمان کوتاه (حدود دو ساعت) و مدت زمان طولانی (حدود 24 ساعت)، به ازای انحراف ثابت ژيروسکوپ کانال سوم برابر $0.1 \frac{Deg}{h}$ ، نتایج طرح ارائه شده و طرح سمت-رها (شامل عرض جغرافیایی، طول جغرافیایی، خطای ناوبری و خطاهای زوایای معرف وضعیت) به ترتیب در شکل ۱۰ و شکل ۱۲ ارائه شده‌اند. برای سناریوی دوم نیز این نتایج به ترتیب در شکل ۱۱ و شکل ۱۳ ارائه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای خطای زوایای معرف وضعیت در دو الگوریتم، خطای زوایای وضعیت نسبت به افق (φ_x, φ_y) در طرح ارائه شده با فرکانس شولر نوسان می‌کند و دامنه‌ی نوسانات آن نسبت به خطای این زوایا در الگوریتم سمت-رها بیشتر است (البته لازم به ذکر است که این نوسان می‌تواند در نرم‌افزار جبران شود). خطای زوایای سمت نیز در هر دو روش تقریباً با شیب $0.1 \frac{Deg}{h}$ در طول زمان افزایش می‌یابد.

۵-۲- انجام آزمون‌های عملی

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری ارائه شده، آزمون‌های متعددی بر روی یک مجموعه IMU انجام شده است که نتایج تعدادی از این آزمون‌ها در این بخش ارائه می‌شود. در تمامی این آزمون‌ها اطلاعات موقعیت یک گیرنده GPS به

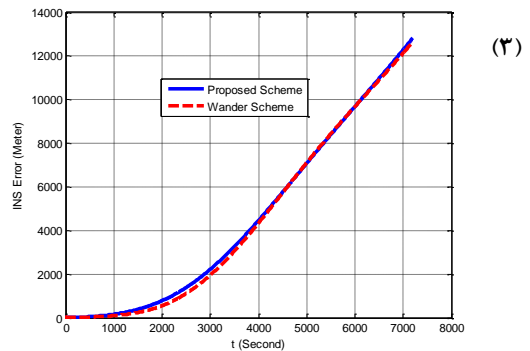
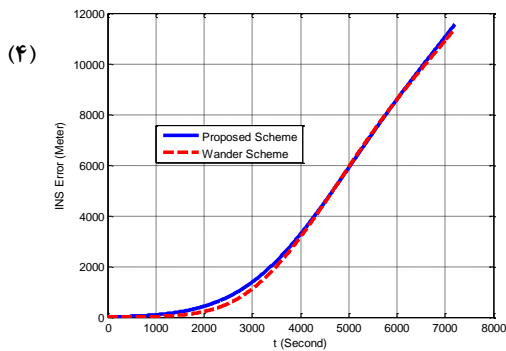
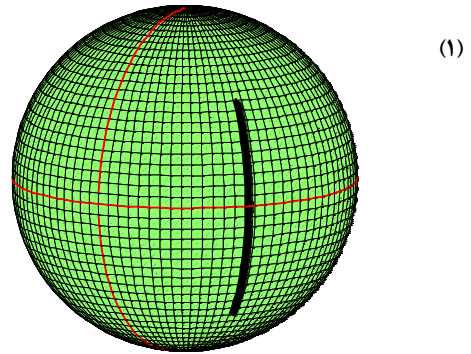
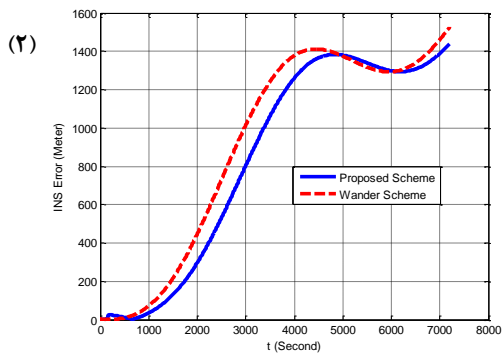
مشاهده می‌شود در مدت زمان حدود ۴۳ دقیقه خطای ناوبری حدود $m 2600$ شده است. نتایج آزمون سناریوی سوم (تغییر بیشتر در طول و عرض جغرافیایی) در شکل ۱۵ ارائه شده است، همان‌طور که مشاهده می‌شود در مدت زمان حدود ۱۱۶ دقیقه خطای ناوبری حدود $m 9600$ شده است و نتایج آزمون سناریوی چهارم (تغییر بیشتر در عرض جغرافیایی نسبت به طول جغرافیایی) در شکل ۱۶ ارائه شده است، همان‌طور که مشاهده می‌شود در مدت زمان حدود ۱۲۰ دقیقه خطای ناوبری حدود $m 10600$ شده است. با توجه به نتایج این آزمون‌ها مشخص است که الگوریتم ناوبری ارائه شده در سناریوهای مختلف به خوبی عمل کرده و خطای ناوبری با وجود منابع مختلف خطا که در آزمون‌های مختلف نیز متفاوت هستند، قابل قبول است. لازم به ذکر است که خطای ناوبری مجموعه IMU به همراه الگوریتم ناوبری ارائه شده، کاملاً وابسته به منابع مختلف خطا بوده که با توجه به ماهیت تصادفی برخی از آنها قابل پیش‌بینی نیست و هر چه حسگرهای مجموعه IMU، خطای کمتری داشته باشند، خطای ناوبری نیز کمتر است.

طور هم‌زمان ثبت شده است تا با اطلاعات محاسبه شده توسط الگوریتم ناوبری مقایسه شود. نرخ به‌روزرسانی داده‌های دریافتی از گیرنده GPS و فرکانس محاسبات الگوریتم ناوبری هر دو ۱۰ هرتز بوده و هیچ‌یک از این داده‌ها فیلتر نشده‌اند. مسیرها به گونه‌ای انتخاب شده است که سناریوهای مختلفی در تغییر در طول و عرض جغرافیایی به وجود آید: سناریوی اول تغییر کم در طول و عرض جغرافیایی (حرکت در بزرگراه شهید بابایی تهران)، سناریوی دوم تغییر بیشتر در طول جغرافیایی نسبت به عرض جغرافیایی (حرکت در آزادراه تهران-کرج)، سناریوی سوم تغییر بیشتر در طول و عرض جغرافیایی (حرکت در آزادراه کرج-قزوین) و سناریوی چهارم تغییر بیشتر در عرض جغرافیایی نسبت به طول جغرافیایی (حرکت در آزادراه تهران-قم). نتایج آزمون سناریوی اول (تغییر کم در طول و عرض جغرافیایی) در شکل ۱۳ ارائه شده است، همان‌طور که مشاهده می‌شود در مدت زمان حدود ۱۶ دقیقه خطای ناوبری حدود $m 350$ شده است. نتایج آزمون سناریوی دوم (تغییر بیشتر در طول جغرافیایی نسبت به عرض جغرافیایی) در شکل ۱۴ ارائه شده است. همان‌طور که

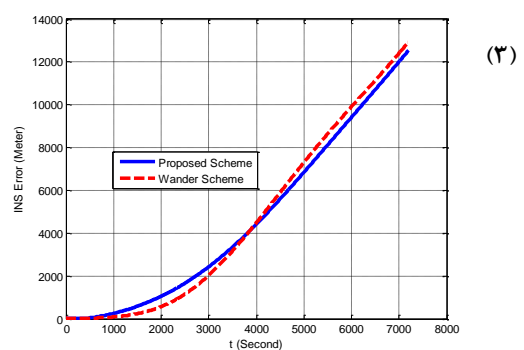
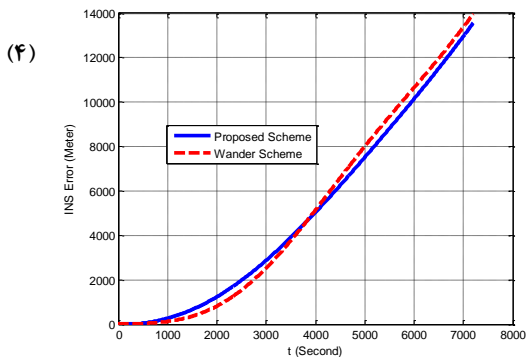
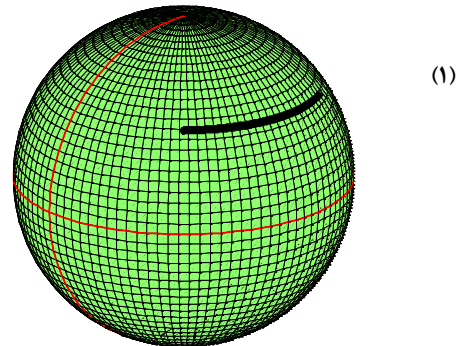
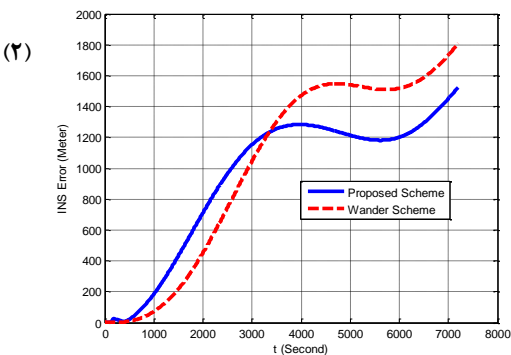


شکل (۶): خطای ناوبری طرح ارائه شده در مقایسه با طرح سمت-رها، حالت سکون،

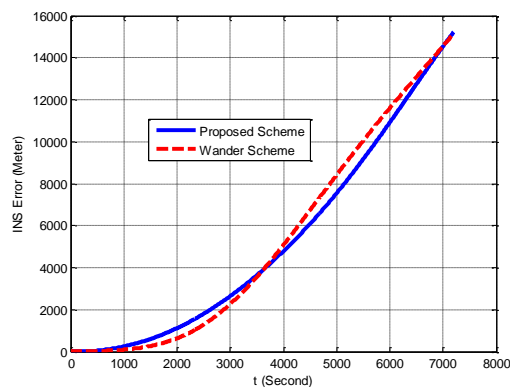
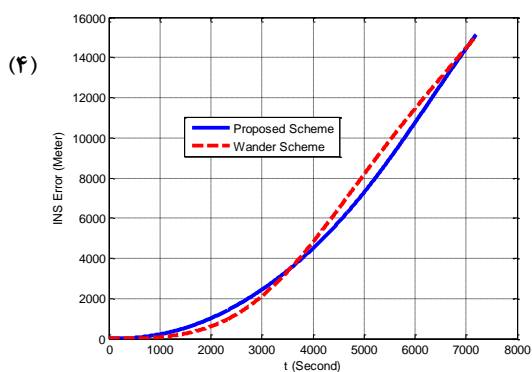
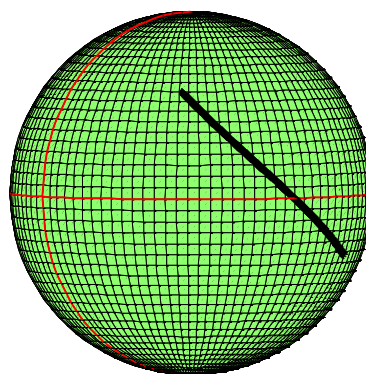
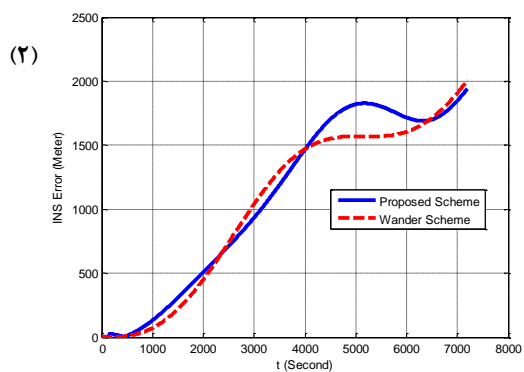
(۱): بدون خطا، (۲): با انحراف کانال اول، (۳): با انحراف کانال سوم، (۴): با انحراف کانال‌های اول و سوم.



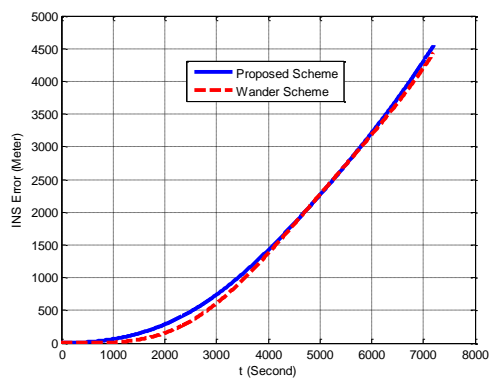
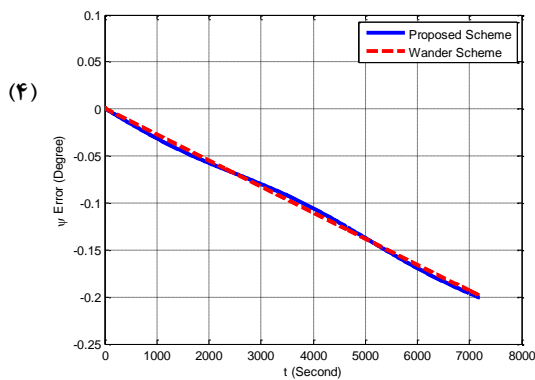
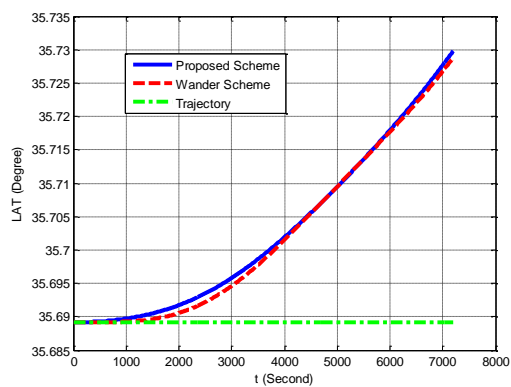
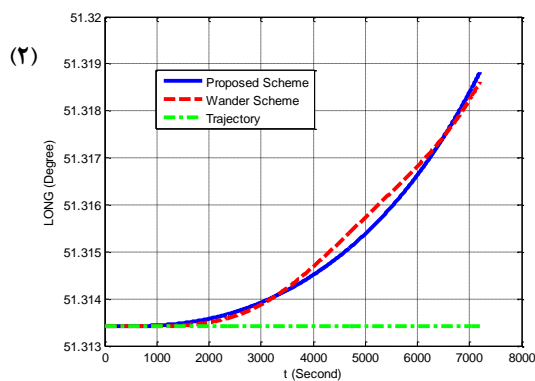
شکل (۷): خطای ناوبری طرح ارائه شده در مقایسه با طرح سمت-رها، تغییر زیاد در عرض جغرافیایی، (۱): مسیر حرکت، (۲): با انحراف کانال اول، (۳): با انحراف کانال سوم، (۴): با انحراف کانال‌های اول و سوم.

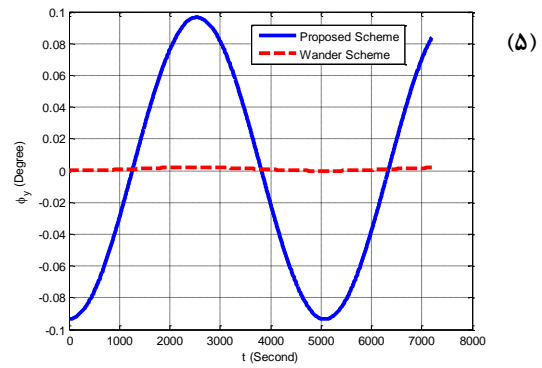
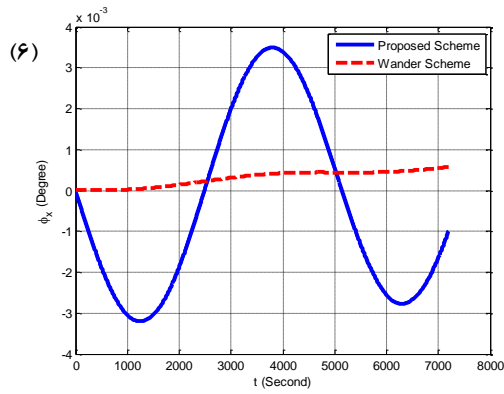


شکل (۸): خطای ناوبری طرح ارائه شده در مقایسه با طرح سمت-رها، تغییر زیاد در طول جغرافیایی، (۱): مسیر حرکت، (۲): با انحراف کانال اول، (۳): با انحراف کانال سوم، (۴): با انحراف کانال‌های اول و سوم.



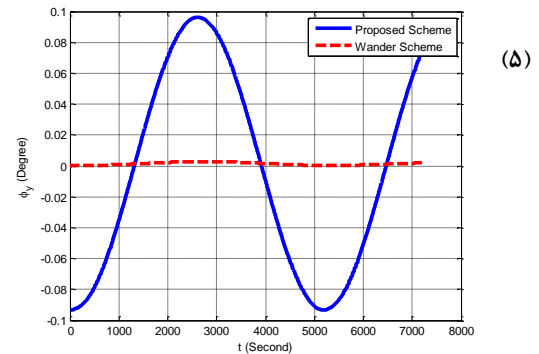
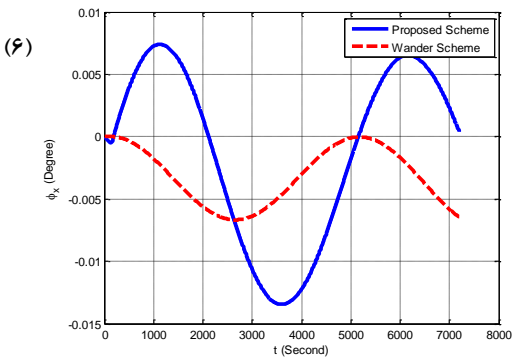
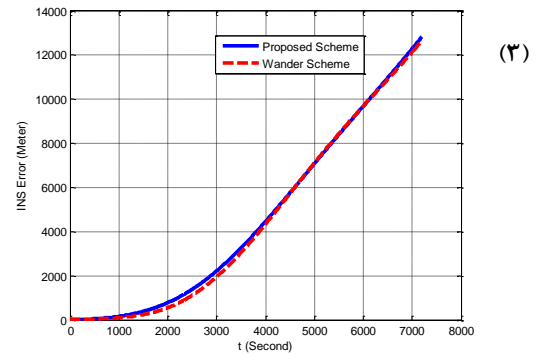
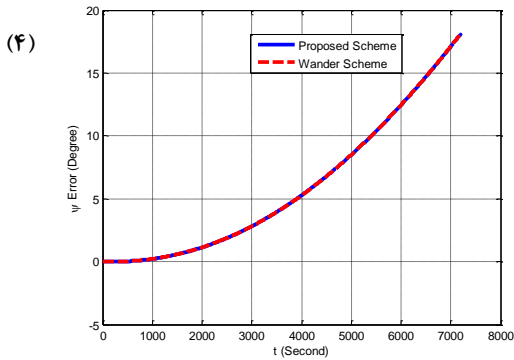
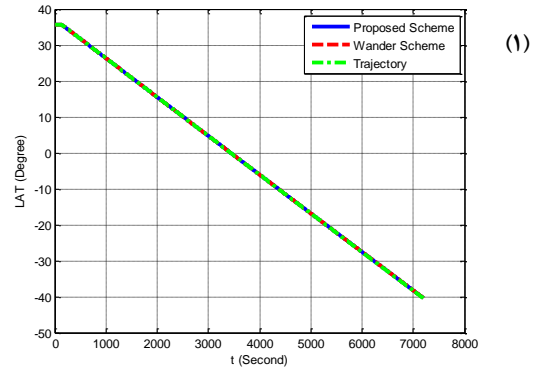
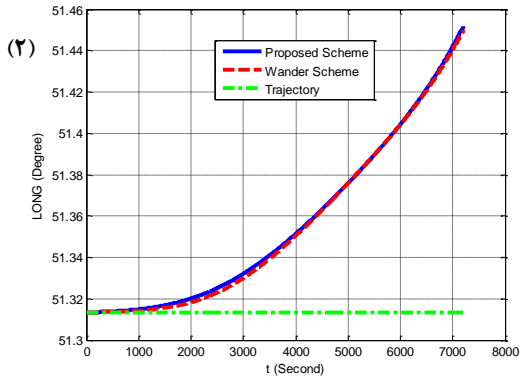
شکل (۹): خطای ناوبری طرح ارائه شده در مقایسه با طرح سمت-رها، تغییر زیاد در عرض و طول جغرافیایی، (۱): مسیر حرکت، (۲): با انحراف کانال اول، (۳): با انحراف کانال سوم، (۴): با انحراف کانال‌های اول و سوم.





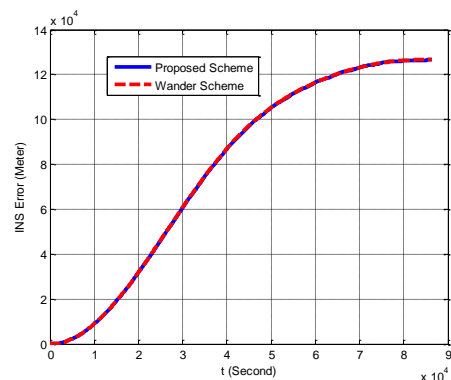
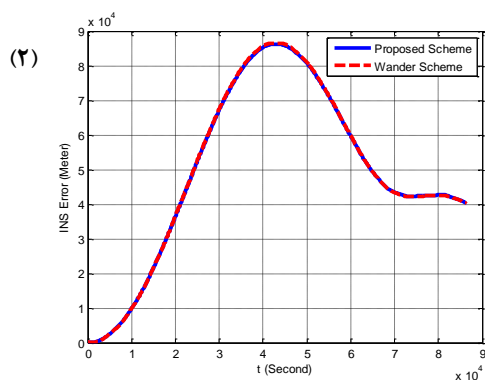
شکل (۱۰): نتایج ناوبری در مدت زمان کوتاه، حالت سکون،

(۱) : عرض جغرافیایی، (۲) : طول جغرافیایی، (۳) : خطای ناوبری، (۴) : خطای سمت، (۵) : φ_y ، (۶) : φ_x .

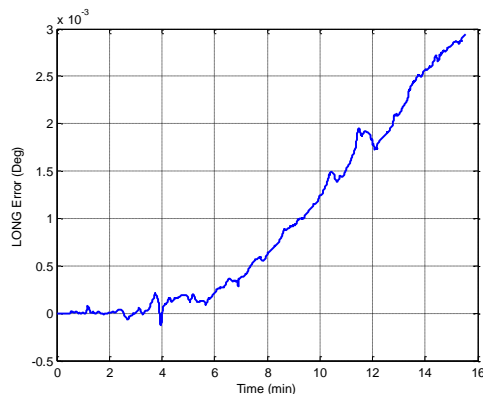
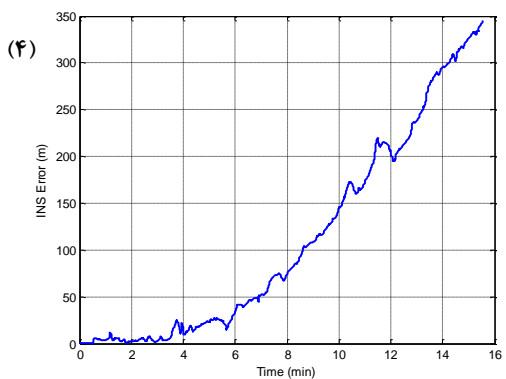
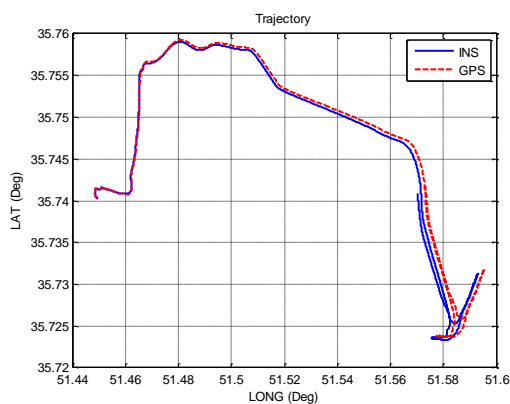
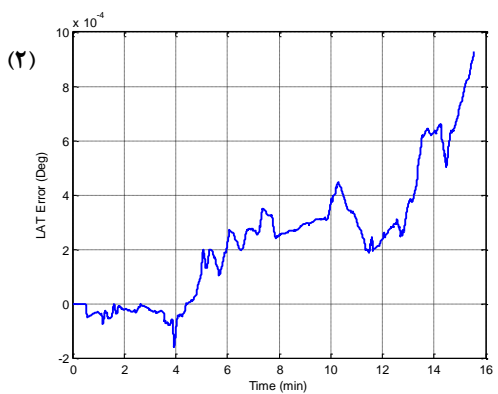


شکل (۱۱): نتایج ناوبری در مدت زمان کوتاه، تغییر زیاد در عرض جغرافیایی،

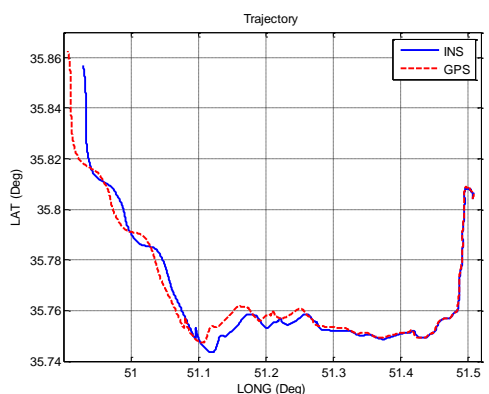
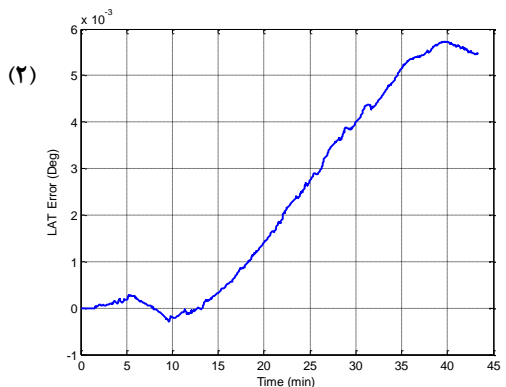
(۱) : عرض جغرافیایی، (۲) : طول جغرافیایی، (۳) : خطای ناوبری، (۴) : خطای سمت، (۵) : φ_y ، (۶) : φ_x .

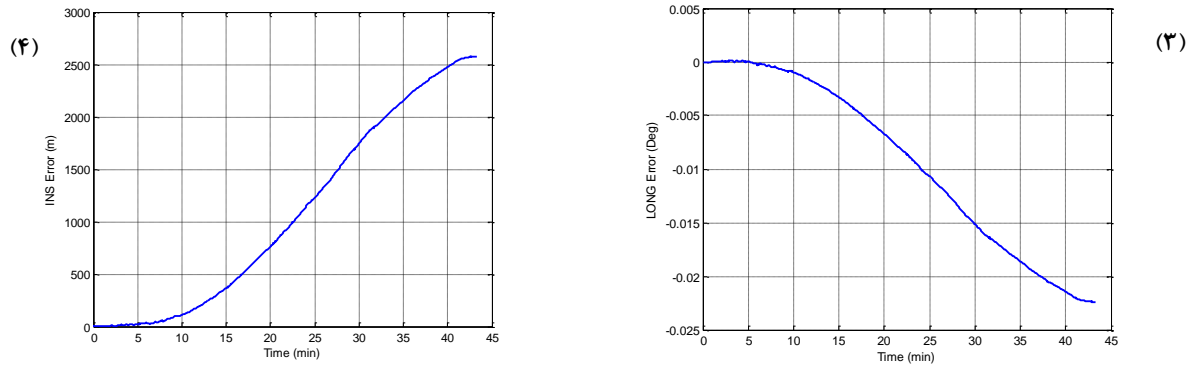


شکل (۱۲): خطای ناوبری در مدت زمان طولانی،
(۱) : حالت سکون، (۲): حالت تغییر زیاد در عرض جغرافیایی.

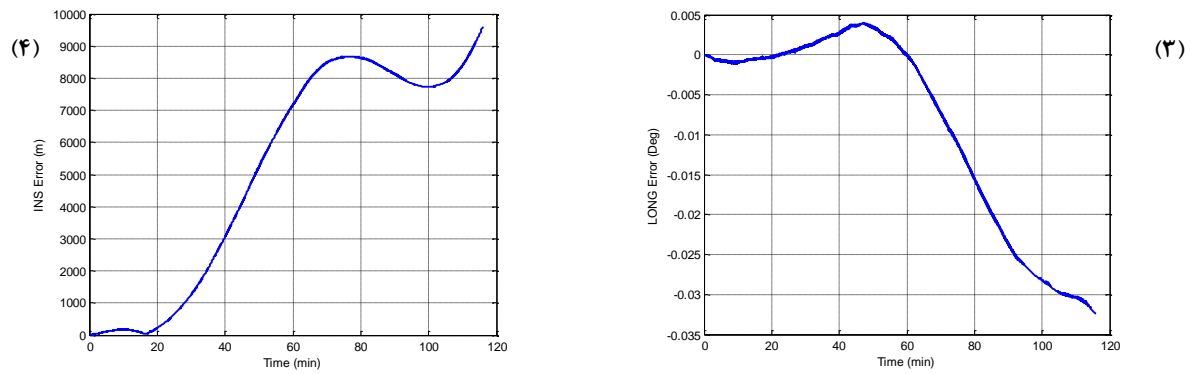
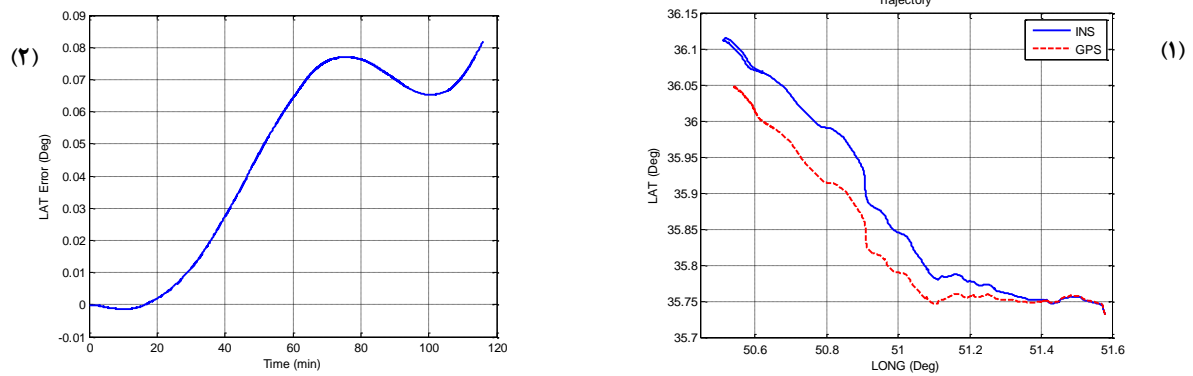


شکل (۱۳): خطای ناوبری طرح ارائه شده در آزمون جاده، تغییر کم در طول و عرض جغرافیایی،
(۱): مسیر حرکت، (۲): خطای عرض جغرافیایی، (۳): خطای طول جغرافیایی، (۴): خطای ناوبری.

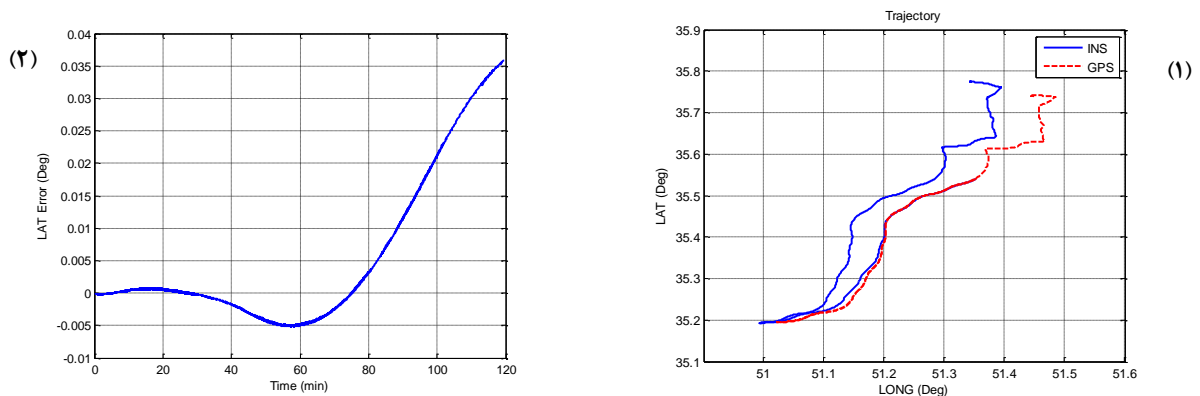


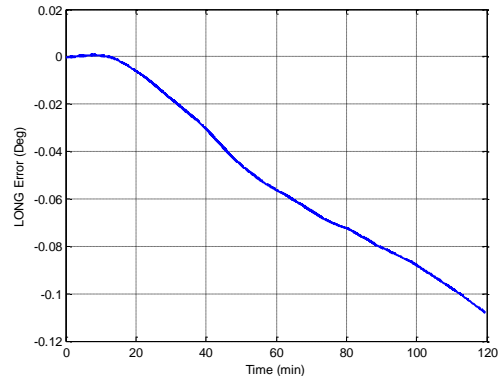
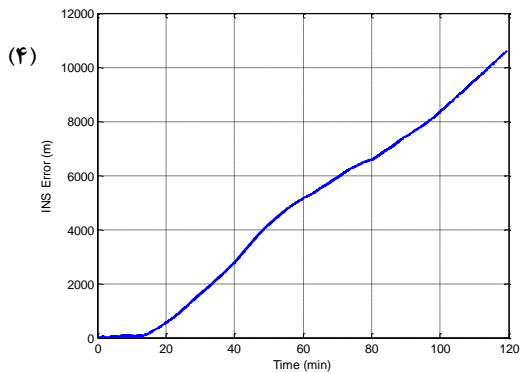


شکل (۱۴): خطای ناوبری طرح ارائه شده در آزمون جاده، تغییر طول جغرافیایی بیشتر از عرض جغرافیایی، (۱): مسیر حرکت، (۲): خطای عرض جغرافیایی، (۳): خطای طول جغرافیایی، (۴): خطای ناوبری.



شکل (۱۵): خطای ناوبری طرح ارائه شده در آزمون جاده، تغییر بیشتر در طول و عرض جغرافیایی، (۱): مسیر حرکت، (۲): خطای عرض جغرافیایی، (۳): خطای طول جغرافیایی، (۴): خطای ناوبری.





شکل (۱۶): خطای ناوبری طرح ارائه شده در آزمون جاده، تغییر عرض جغرافیایی بیشتر از طول جغرافیایی، (۱): مسیر حرکت، (۲): خطای عرض جغرافیایی، (۳): خطای طول جغرافیایی، (۴): خطای ناوبری.

می‌توان این خطاها را در الگوریتم ناوبری جبران کرد اما این خطاها ماهیتی تصادفی دارند و نمی‌توان آنها را جبران کرد. اما می‌توان میزان تاثیر هر یک از آنها را با تحلیل و یا تجزیه و تحلیل‌های عددی بررسی کرد. در بخش ۵-۱، نتایج برخی از تجزیه و تحلیل‌های عددی به ازای انحراف ثابت ژيروسکوپ‌های کانال اول و سوم ارائه شد. در این بخش به عنوان نمونه رابطه خطای ناوبری به ازای انحراف ثابت ژيروسکوپ کانال سوم ارائه می‌شود. برای یافتن خطای ناوبری به ازای این پارامتر (b_{g3}) ، به جای r در رابطه (۱۶)، b_{g3} قرار داده می‌شود. با مشتق‌گیری از دو عبارت سوم و چهارم رابطه (۱۶) و جاگذاری دو عبارت اول و دوم رابطه (۱۶) در آنها، رابطه (۲۵) به دست می‌آید. با صرف نظر کردن از عبارات کوچک در حالت سکون و برای مدت زمان کوتاه و تعریف $k_{sh} = \frac{GM}{R^3}$ ، رابطه (۲۶) به دست می‌آید. در حالت سکون و مدت زمان کوتاه می‌توان از تخمین رابطه (۲۷) برای پارامترهای ω_x و ω_y استفاده کرد و در نهایت خطای ناوبری مطابق رابطه (۲۸) از حل رابطه (۱۷) به دست می‌آید. همان‌طور که مشاهده می‌شود این رابطه مطابق با شبیه‌سازی انجام شده در بخش ۵-۱ بوده و با توان دو نسبت به زمان افزایش می‌یابد. برای یافتن تاثیر منابع دیگر خطا می‌توان این تجزیه و تحلیل را به ازای پارامترهای دیگر انجام داد.

۵-۳- تاثیر منابع خطا در عملکرد الگوریتم ارائه شده

لازم به ذکر است که الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت بر اساس قضیه کوریولیس (مطابق روابط (۹) و (۱۱)) و انتخاب ورودی‌های اعمال شونده به ژيروسکوپ‌ها (مطابق رابطه (۱۲)) ارائه شده و هیچ فرض ساده‌کننده‌ای برای به دست آوردن رابطه (۱۶) به کار گرفته نشده است. این الگوریتم مستقل از مسیر حرکت و مانورهای وسیله بوده و محدودیتی در فرضیات و روابط ارائه شده برای آن مشاهده نمی‌شود. اما در عمل منابع خطا و محدودیت‌هایی وجود داشته که سبب می‌شوند محاسبات ناوبری دچار خطا شود. این منابع خطا و این محدودیت‌ها در هر سامانه ناوبری و با هر الگوریتم ناوبری موجود است. از مهمترین منابع خطا می‌توان به انحراف و مقیاس ژيروسکوپ‌ها، بایاس و مقیاس شتاب‌سنج‌ها، عدم تعامد شتاب‌سنج‌ها و شتاب‌سنج‌های نظیر در ساختار صفحه‌پایدار و خطا در ترازسازی اولیه صفحه اشاره کرد. همچنین از مهمترین محدودیت‌ها می‌توان به دقت اندازه‌گیری ارتفاع و وسیله (پارامتر z در روابط)، محدودیت‌ها، دقت‌ها و غیرخطی‌گری‌های حسگرهای اندازه‌گیری و مدارات الکترونیکی در مانورهای پیچیده دینامیکی و شرایط مختلف دمایی اشاره کرد. اگر منبع و میزان خطاها مشخص باشد،

$$\ddot{\phi}_y = -b_{g3} \phi_x - \frac{z_0}{R_G} (\dot{\omega}_y - \dot{q}) = -b_{g3} \phi_x - \frac{z_0}{R_G} \left(-b_{g3} \omega_x - \frac{R_G}{z_0} q^2 \phi_y - \frac{R_G}{z_0} pq \phi_x + \frac{f_1}{z_0} + \frac{g_1}{z_0} - \frac{f_1}{z_0} \right) \quad (25)$$

$$\ddot{\phi}_x = b_{g3} \phi_y - \frac{z_0}{R_G} (\dot{\omega}_x - \dot{p}) = b_{g3} \phi_y - \frac{z_0}{R_G} \left(b_{g3} \omega_y - \frac{R_G}{z_0} p^2 \phi_x - \frac{R_G}{z_0} pq \phi_y - \frac{f_2}{z_0} - \frac{g_2}{z_0} + \frac{f_2}{z_0} \right)$$

$$\ddot{\phi}_y = -b_{g3} \phi_x + \frac{z_0}{R_G} b_{g3} \omega_x + q^2 \phi_y + pq \phi_x - \frac{g_1}{R_G} \cong \frac{z_0}{R_G} b_{g3} \omega_x - \frac{g_1}{R_G} = -k_{sh} \phi_y + k_{g3} \omega_x$$

$$\ddot{\phi}_x = b_{g3} \phi_y - \frac{z_0}{R_G} b_{g3} \omega_y + p^2 \phi_x + pq \phi_y + \frac{g_2}{R_G} \cong -\frac{z_0}{R_G} b_{g3} \omega_y + \frac{g_2}{R_G} = -k_{sh} \phi_x - k_{g3} \omega_y \quad (26)$$

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_x \cong -k_{sh}\varphi_x - k_{g3}\omega_y \cong -k_{sh}\varphi_x & \begin{cases} \omega_y \cong -\omega_e \cos(\varphi_{i0}) \sin(\psi_0 - \omega_e \sin(\varphi_{i0})t) \\ \omega_x \cong \omega_e \cos(\varphi_{i0}) \cos(\psi_0 - \omega_e \sin(\varphi_{i0})t) \end{cases} \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \psi &\cong \psi_0 + (b_{g3} - \omega_e \sin(\varphi_{i0}))t \\ \sin(\psi) &\cong \sin(\psi_0 - \omega_e \sin(\varphi_{i0})t) + b_{g3}t, \cos(\psi) \cong \cos(\psi_0 - \omega_e \sin(\varphi_{i0})t) \end{aligned}$$

$$\dot{\varphi} \cong \omega_x \sin(\psi) + \omega_y \cos(\psi) \Rightarrow \Delta\dot{\varphi} \cong \omega_e \cos(\varphi_{i0}) b_{g3}t \Rightarrow \Delta\varphi \cong \frac{\omega_e \cos(\varphi_{i0}) b_{g3}t^2}{2} \quad (28)$$

$$\dot{\lambda} \cong -\omega_e + \frac{\omega_x \cos(\psi)}{\cos(\varphi_i)} - \frac{\omega_y \sin(\psi)}{\cos(\varphi_i)} \Rightarrow \Delta\dot{\lambda} \cong \omega_e^2 \sin(\varphi_{i0}) b_{g3}t^2 \Rightarrow \Delta\lambda \cong \frac{\omega_e^2 \sin(\varphi_{i0}) b_{g3}t^3}{3}$$

$$Error \cong \frac{\omega_e \cos(\varphi_{i0}) b_{g3}t^2}{2}$$

۶- نتیجه گیری

در این مقاله الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت سامانه اینرسی صفحه پایدار با معرفی دستگاه‌های مرجع مناسب طراحی شد. برای دستیابی به شرایط اولیه الگوریتم ناوبری، مدل ساده‌ای برای سامانه صفحه پایدار ارائه شده و نحوه‌ی همراستاسازی سامانه تشریح شد. همان‌طور که مشاهده شد الگوریتم ناوبری سامانه صفحه پایدار، چیزی جز حل معادلات دیفرانسیلی حرکت با شرایط اولیه‌ی مشخص نبود. حل این معادلات در دستگاه مرجع معرفی شده، سبب شد که اولاً دید فیزیکی مسئله ساده شود، ثانیاً فرامین داده شده به ژيروسکوپ‌ها مستقل از موقعیت وسیله به دست آید که این خود مزیت بسیار مهمی در پیاده‌سازی کنترل‌کننده صفحه به شمار می‌آید. عوامل مختلفی سبب می‌شوند که شرایط اولیه معادلات از حالت ایده‌آل خود خارج شود و تخمین دقیق این شرایط اولیه سهم بزرگی در دقت الگوریتم ناوبری دارد. همچنین در نوشتن معادلات حرکت فرض‌هایی در نظر گرفته شد که خارج شدن از این فرضیات خود سبب خطا در الگوریتم ناوبری می‌شود.

در راستای ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری طراحی شده در حضور انحراف ثابت ژيروسکوپ در کانال‌های اول و سوم، عملکرد این الگوریتم در چهار سناریوی مختلف با عملکرد الگوریتم ناوبری سمت-رها مقایسه شده و نتایج آن تشریح شد. همچنین عملکرد الگوریتم ناوبری در آزمون‌های عملی مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته و نتایج این آزمون‌ها ارائه گردید. نتایج آزمون‌های عملی بیانگر عملکرد خوب و قابل اعتماد الگوریتم ناوبری ارائه شده در سناریوهای مختلف حرکتی است.

۷- مراجع

1. Jekeli, C., "Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications", New York, Walter de Gruyter, 2001.
2. Izmailov, E. A., "Modern tendencies in development of inertial sensors and aircraft systems", Trudy FGUP NPTs AP, Sistemy i Pribory Upravleniya, No. 1, pp. 30-43, 2010.
3. Kuznetsov, A. G., Portnov, B. I., Izmailov, E. A., "Two Classes of Aircraft Strapdown Inertial Navigation Systems on Laser Gyros: Development and Test Results", Gyroscopy and Navigation, Vol. 5, No. 4, pp. 187-194, 2014.
4. Zhang DR, Bin YE, Dang J., "Flight test performance error analysis of the platform inertial navigation system", Flight Dynamics, Vol. 29, No. 1, pp. 74-77, 2011.
5. George, R., Pitman, JR., "Inertial Guidance, New York", John Wiley & Sons, 1962.
6. Britting, K.R., "Inertial Navigation Systems Analysis", New York, John Wiley & Sons, 1971.
7. Britting, K. R., "Analysis of Space Stabilized Inertial Navigation Systems", M.I.T. Experimental Astronomy Laboratory, RE-35, 1968.
8. Britting, K. R., "Error Analysis of Strapdown and Local Level Inertial Systems Which Compute in Geographic Coordinates", M.I.T. Measurement Systems Laboratory, RE-52, 1969.
9. Broxmeyer, C., "Inertial Navigation Systems", New York, McGraw-Hill, 1964.
10. Wiryadinata, R., Wahyunggoro, O., Widada, W., Sunarno, M., Santoso, I. "Modification of strapdown inertial navigation system algorithm for rocket flight test", Journal of Theoretical and Applied Information

- J., "A novel calibration method research of the scale factor for the all-optical atomic spin inertial measurement device", *J. Opt. Soc. Korea*, Vol. 19, No.4, pp. 415–420, 2015.
23. Jiang, L., Quan, W., Li, R., Duan, L., Fan, W., Wang, Z., Liu, F., Xing, L., Fang, J., "Suppression of the cross-talk effect in a dual-axis K-Rb-21Ne comagnetometer", *Phys. Rev. A*, Vol. 95, No. 6, 2017.
 24. Qingzhong, C., Gongliu, Y., Wei, Q., Ningfang, S., Yongqiang, Tu., Yiliang, L., "Error Analysis of the K-Rb-21Ne Comagnetometer Space-Stable Inertial Navigation System", *Sensors*, Vol. 18, No. 2, 2018.
 25. Gao, Z., "Error Propagation Property of Inertial Navigation System. In *Inertial Navigation System Technology*", Beijing, China: Tsinghua University Press, 2012.
 26. Wu, Q., Han, F., "New optimal approach to space-stable inertial navigation system", In *Proceedings of the 2011 10th International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI)*, Chengdu, China, August 2011, pp. 296–299.
 27. Kim, M.S., Yu, S.B., Lee, W.S., "Development of a high-precision calibration method for inertial measurement unit", *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, Vol. 15, No. 3, pp. 567–575, 2016.
 28. Yuan, B.L., Liao, D., Han, S.L., "Error compensation of an optical gyro INS by multi-axis rotation", *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 23, No. 2, 2012.
 29. Song, N.F., Cai, Q.Z., Yang, G.L., Yin, H.L., "Analysis and calibration of the mounting errors between inertial measurement unit and turntable in dual-axis rotational inertial navigation system", *Meas. Sci. Technol.* Vol. 24, No. 11, 2013.
 30. Nie, Q., Gao, X.Y., Liu, Z., "Research on accuracy improvement of INS with continuous rotation", In *Proceedings of the IEEE International Conference on Information and Automation*, Zhuhai, China, June 2009, pp. 849–853.
 31. Gao, Y.B., Guan, L.W., Wang, T.J., Kuang, H., "Position accuracy analysis for single-axis rotary FSINS", *Chin. J. Sci. Instrum.*, Vol. 35, pp. 794–800, 2014.
 32. Liu, F., Wang, W., Wang, L., Feng, P.D., "Error analyses and calibration methods with accelerometers for optical angle encoder in rotational inertial navigation systems", *Appl. Opt.*, Vol. 52, No. 32, pp. 7724–7731, 2013.
 33. Ren, Q., Wang, B., Deng, Z.H., Fu, M.Y., "A Technology", Vol. 72, No. 2, pp. 273–279, 2015.
 11. Zhenhuan, W., Xijun, C., Qingshuang, Z., "Comparison of strapdown inertial navigation algorithm based on rotation vector and dual quaternion", *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 26, No. 2, pp. 442–448, 2013.
 12. Maria de Fátima Alves Nunes Bento, "Development and Validation of an IMU/GPS/Galileo Integration Navigation System for UAV", PhD Thesis, University of Munich, Munich, Germany, 2013.
 13. MacKenzie, D., "Inventing Accuracy: A Historical Sociology of Nuclear Missile Guidance", Massachusetts Institute of Technology, 1993.
 14. Britting, K. R., "PACE II space-stabilized inertial navigation system", M.I.T. Instrumentation Lab., Vol. 1, No. 4, 1968.
 15. Wang, B., Ren, Q., Deng, Z.H., Fu, M.Y., "A self-calibration method for nonorthogonal angles between gimbals of rotational inertial navigation system", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 62, No.4, pp. 2353–2362, 2015.
 16. Gao, W., Zhang, Y., Wang, J.G., "Research on initial alignment and self-calibration of rotary strapdown inertial navigation systems", *Sensors*, Vol. 15, No. 2, pp. 3154–3171, 2015.
 17. Fang, J., Qin, J., "Advances in atomic gyroscopes: A view from inertial navigation applications", *Sensors*, Vol. 12, No. 5, pp. 6331–6346, 2012.
 18. Wang, H.G., Williams, T.C., "Strategic inertial navigation systems-High-accuracy inertially stabilized platforms for hostile environments", *IEEE Control Syst.*, Vol. 28, No.1, pp. 65–85, 2008.
 19. Quan, W., Lv, L., Liu, B., "Modeling and optimizing of the random atomic spin gyroscope drift based on the atomic spin gyroscope", *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 85, No. 11, 2014.
 20. Duan, L., Quan, W., Jiang, L., Fan, W., Ding, M., Hu, Z., Fang, J., "Common-mode noise reduction in an atomic spin gyroscope using optical differential detection", *Appl. Opt.*, Vol. 56, No. 27, pp. 7734–7740, 2017.
 21. Zou, S., Zhang, H., Chen, X., "Modeling and filter algorithm analysis of all-optical atomic spin gyroscope's random drift", In *Proceedings of the 2015 IEEE Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace)*, Benevento, Italy, June 2015, pp. 207–219.
 22. Zou, S., Zhang, H., Chen, X., Chen, Y., Fang,

پیوست الف:

برای اثبات قضیه ۱ از متغیرهای میانی، مطابق رابطه (۱۳) استفاده می‌شود. با جاگذاری این متغیرها در روابط (۹) و (۱۱) روابط (۲۹) و (۳۱) به دست می‌آیند. در نتیجه رابطه (۳۲) برای ω_x و ω_y حاصل می‌شود.

حال از متغیرهای میانی دیگری مطابق رابطه (۱۴) استفاده کرده و مقادیر g_1 و g_2 نیز با فرض کروی بودن زمین به صورت رابطه (۳۰) بیان می‌شوند ([۵]). با این تعریف رابطه (۱۶) از روی روابط (۹) و (۳۲) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \omega_y z + \omega_x \dot{z} \\ \dot{v} &= -\omega_x z - \omega_y \dot{z} \end{aligned} \quad (29)$$

$$g_1 = \frac{GM}{R_G^3} \frac{R_G}{z} \varphi_y \frac{1}{\left(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + \left(\frac{z}{R_G}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (30)$$

$$g_2 = \frac{GM}{R_G^3} \frac{R_G}{z} \varphi_x \frac{1}{\left(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + \left(\frac{z}{R_G}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\begin{aligned} \omega_y z + \omega_x \dot{z} &= -r z \omega_x - q(\dot{z} - qx + py) + \\ &+ g_1 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} -\omega_x z - \omega_y \dot{z} &= -r z \omega_y + p(\dot{z} - qx + py) \\ &+ f_2 + g_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_y &= -\frac{(\omega_y + q)\dot{z}}{z} - r \omega_x + q^2 \frac{x}{z} - qp \frac{y}{z} + \\ &\frac{f_1}{z} + \frac{g_1}{z} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \omega_x &= -\frac{(\omega_x + p)\dot{z}}{z} + r \omega_y - p^2 \frac{y}{z} + qp \frac{x}{z} - \\ &\frac{f_2}{z} - \frac{g_2}{z} \end{aligned}$$

پیوست ب:

با توجه به این که در فاز ناوبری مولفه‌ی سوم سرعت دورانی اعمالی به صفحه صفر است، پارامتر r در معادلات متحد با صفر قرار داده می‌شود. به این ترتیب رابطه (۱۶) با فرض $z = R_G$ به صورت رابطه (۳۳) ساده‌سازی می‌شود. با تلفیق چهار معادله رابطه (۳۳)، رابطه (۳۴) به دست می‌آید و با توجه به این که در فاز ناوبری سرعت‌های دورانی p و q مطابق رابطه (۱۲) به صفحه اعمال می‌شوند، رابطه (۳۵) به دست می‌آید. عبارت‌های رابطه (۳۵) ظاهری تداخلی

multi-position self-calibration method for dual-axis rotational inertial navigation system”, *Sens. Actuators A Phys.*, Vol. 219, No. 3, pp. 24–31, 2014.

34. Zhang, Q., Wang, L., Liu, Z., Feng, P., “An Accurate Calibration Method Based on Velocity in a Rotational Inertial Navigation System”, *Sensors*, Vol. 15, pp. 18443–18458, 2015.
35. Hao, Y., Gong, J., Gao, W., and Li, L., “Research on the dynamic error of strapdown inertial navigation system”, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA '08)*, 2008, pp. 814–819.
36. Gomez-Estern, F., and Gordillo, F., “Error analysis in strapdown INS for aircraft assembly lines”, in *Proceedings of the 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV '08)*, 2008, pp. 184–189.
37. Gao, W., Cao, B., Ben, Y., and Xu, B., “Analysis of gyro’s slope drift affecting inertial navigation system error”, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA '09)*, 2009, pp. 3757–3762.
38. Musoff, H., and Murphy, J. H., “Study of strapdown navigation attitude algorithms”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 2, pp. 287–290, 1995.
39. Wang, J., Gu, H., “Compensation algorithm of device error for rate strapdown inertial navigation system”, in *Proceedings of the 1st International Conference on Intelligent Networks and Intelligent Systems (ICINIS '08)*, 2008, pp. 667–670.
40. Qiao, Y.-H., Liu, Y., Su, B.-K., and Zeng, M., “Test method for error model coefficients of pendulous integrating gyro accelerometer on centrifuge”, *Journal of Astronautics*, Vol. 28, No. 4, pp. 854–931, 2007.
41. Huang, C., Yi, G., Zen, Q., “Accuracy Evaluation Method of Stable Platform Inertial Navigation System Based on Quantum Neural Network”, *NeuroQuantology*, Vol. 16, No. 6, pp. 613–618, 2018.
42. Grewal, M. S., Henderson, V. D., Miyasako, R. S., “Application of Kalman Filtering to the Calibration and Alignment of Inertial Navigation Systems”, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 36, No. 1, 1991.
43. Karsaz, A., Khaloozadeh, H., “Error analysis of a specific fire control system”, *Journal of Control*, Vol. 1, No. 1, pp. 55–68, 1385. (in Persian)

$$\dot{\varphi}_x = -(\omega_x - p)$$

$$-\ddot{\varphi}_y + \dot{q} = -q^2\varphi_y - qp\varphi_x + \frac{f_1}{z} + \frac{GM}{z^3}\varphi_y \frac{1}{(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \quad (34)$$

$$-\ddot{\varphi}_x + \dot{p} = -p^2\varphi_x - pq\varphi_y - \frac{f_2}{z} + \frac{GM}{z^3}\varphi_x \frac{1}{(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_y &= q^2\varphi_y + qp\varphi_x - \frac{GM}{z^3}\varphi_y \frac{1}{(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \\ \ddot{\varphi}_x &= p^2\varphi_x + pq\varphi_y - \frac{GM}{z^3}\varphi_x \frac{1}{(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (35)$$

دارند ولی با فرضیات آمده در قضیه ۲، این رابطه ساده شده و رابطه (۱۵) به دست می آید.

پیوست ج:

برای سیگنال های ω_x و ω_y ، رابطه (۳۶) ارائه شده است. این رابطه با فرض $\dot{R} = 0$ به دست آمده که این فرض در حال حرکت در شرایطی که ارتفاع ثابت است با تقریب خوبی برقرار است. در انتهای فاز همراستاسازی که سامانه ساکن است، این رابطه دقیقاً برقرار است. همچنین با فرض $R = z$ ، رابطه (۳۷) به دست می آید.

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_y &= -q^2\varphi_y - qp\varphi_x + \frac{f_1}{z} + \frac{GM}{z^3}\varphi_y \frac{1}{(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \\ \dot{\omega}_x &= -p^2\varphi_x - pq\varphi_y - \frac{f_2}{z} + \frac{GM}{z^3}\varphi_x \frac{1}{(\varphi_y^2 + \varphi_x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\dot{\varphi}_y = -(\omega_y - q)$$

$$\begin{aligned} \omega_x = -\frac{v}{z}, \quad \omega_y = \frac{u}{z} \quad {}^m\mathbf{r}_{MB} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{bmatrix} \quad {}^m\boldsymbol{\omega}_{im} = \begin{bmatrix} p_m \\ q_m \\ r_m \end{bmatrix} \\ {}^m\mathbf{V}_B = {}^m\mathbf{D}_i\mathbf{r}_{MB} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_m \\ q_m \\ r_m \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rq_m \\ -Rp_m \\ \dot{R} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (36)$$

$${}^s\mathbf{V}_B = {}^s\mathbf{C} {}^m\mathbf{V}_B \Rightarrow \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\varphi_y \\ 0 & 1 & \varphi_x \\ \varphi_y & -\varphi_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Rq_m \\ -Rp_m \\ \dot{R} \end{bmatrix} \xrightarrow{\dot{R}=0} \begin{cases} u = Rq_m \\ v = -Rp_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_x = \frac{Rp_m}{z} \\ \omega_y = \frac{Rq_m}{z} \end{cases} \xrightarrow{R=z} \begin{cases} \omega_x = p_m \\ \omega_y = q_m \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ r_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_m \\ q_m \\ r_m \end{bmatrix} = {}^m\boldsymbol{\omega}_{im} = {}^m\mathbf{C} {}^{m_N}\boldsymbol{\omega}_{im_N} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\psi & S\psi & 0 \\ -S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\omega_e + \dot{\lambda})\cos(\varphi_i) \\ \dot{\varphi}_i \\ (\omega_e + \dot{\lambda})\sin(\varphi_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\xrightarrow{\dot{\lambda}, \dot{\varphi}=0} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ r_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +(\omega_e)\cos(\varphi_i)\cos(\psi) \\ -(\omega_e)\cos(\varphi_i)\sin(\psi) \\ \omega_e \sin(\varphi_i) + \dot{\psi} \end{bmatrix}$$