

# بررسی حساسیت توزیع تنش گرمایی برای یک پیل سوختی اکسید جامد صفحه‌ای

عمادالدین فحص<sup>۱</sup>      مجید قاسمی<sup>۲\*</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۳/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۱۹)

## چکیده

تبدیل انرژی شیمیایی به انرژی الکتریسیته به واسطه دستگاه الکترو-شیمیایی پیل سوختی انجام می‌گیرد. به وسیله دمای عملیاتی بالای پیل سوختی اکسید جامد (بین  $700^{\circ}\text{C}$  و  $1000^{\circ}\text{C}$ )، تنش گرمایی به وجود آمده که عامل اصلی شروع و انتشار ترک است. این پدیده ممکن است باعث نشت گاز، ناپایداری ساختار و توقف عملیات SOFC قبل از عمر مفید آن باشد. هدف این پژوهش ارائه روشی برای پیش‌بینی شروع ترک‌ها در یک SOFC صفحه‌ای متخلخل ناهمسانگرد است. دما و توزیع تنش محاسبه می‌شود. در این روش از ضریب شدت تنش و انتگرال جی مواد برای پیش‌بینی شروع ترک در داخل آند و کاتد متخلخل استفاده شده است. نتایج تحقیق نشان داد که بالاترین تنش گرمایی در گوشه‌های بالای کاتد و در گوشه‌های پایین آند رخ می‌دهد. به علاوه، ضخامت الکتروکاتد در سمت چپ، به میزان ۱/۵٪ افزایش می‌یابد. در نهایت، شروع ترک در سمت چپ بین گوشه‌های بالایی و پایینی کاتد رخ می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** پیل سوختی اکسید جامد، دینامیک سیالات محاسباتی، المان‌های محدود، تنش گرمایی، ضریب شدت تنش، شروع ترک

## Analysis of Thermal Stress Distribution Sensitivity in a Planar Solid Oxide Fuel Cell

I. E. Fahs

M. Ghassemi\*

Mechanical Engineering Department

K. N. Toosi University of Technology

(Received: 09/June/2019 ; Accepted: 10/December/2019)

## ABSTRACT

A fuel cell is an electro-chemical tool capable of converting chemical energy into electrical energy. The high operating temperature of the solid oxide fuel cell (SOFC), (between  $700^{\circ}\text{C}$  to  $1000^{\circ}\text{C}$ ), causes thermal stress which is the origin of crack initiation and propagation. Thermal stress causes gas escape, structure variability and SOFC operation cessation before its lifetime. The purpose of the current paper is to present a method that predicts the thermal stress distribution and forecasts the beginning of fissure or crack occurrences in an anisotropic porous electrode of the planar SOFC. The governing coupled non-linear differential equations of heat transfer, fluid flow, mass transfer, mass continuity, and momentum are solved numerically. A code based on computational fluid dynamics (CFD), computational structural mechanics and finite element method (FEM) is developed and utilized. The results show that the highest thermal stress occurs at the lower corners of anode and the upper corners of cathode. The cathode's thickness at the left side increases by 1.5% and the concentrated temperature and thus the fissure occurs between the top and bottom left corners of the cathode.

**Keywords:** Solid oxide fuel cell, Computational fluid dynamic, Finite element, Thermal stress, Stress intensity factor, Crack initiation

۱- دانشجوی دکتری: imadfahs@email.kntu.ac.ir

۲- استاد(نویسنده پاسخگو): ghassemi@kntu.ac.ir

## ۱- مقدمه

سوختی اکسید جامد میکرو لوله‌ای را مطالعه نمودند. در این پژوهش، تنش‌های پسماند القا شده در آند-الکترولیت-کاتد لایه‌های پیل سوختی به هم جوش خورده و اثر گرادیان دمای فضایی روی توزیع تنش در مجموعه SOFC را بررسی شد. پیانکو همچنین، تجزیه پیل‌های سوختی اکسید جامد دمای واسط پشتیبانی شده با آند را تحت حالات شکست مختلف را با همکارانش تحلیل نمود. مدل آن‌ها جریان سیال، حرارت و انتقال جرم را به صورت مجزا حل نمود. با این وجود این مدل تجزیه گرمایی و شروع ترک را پوشش نمی‌داد [۱۷].

زی و همکران، نشان می‌دهند که لبه پیل بیشتر در معرض ترک خوردگی است. ترک لبه و ترک وسط در رابط‌های الکتروند-الکترولیت معرفی می‌شوند، به منظور بررسی انتشار ترک در طی فرایند خنک‌کننده در پیل سوختی کنگره‌ای، ترک‌ها به آرامی منتشر می‌شوند. پیل سوختی موج دار کمتر به شروع ترک نسبت به پیل سوختی صفحه‌ای بدون موج تمایل دارد [۱۸].

زی و همکران، خصوصیات ماده لایه سطحی، و تنش‌های حرارتی شامل تنش پرشی و تنش نارمال بین الکترودها و الکترولیت را بررسی کردند. آن‌ها برای شبیه‌سازی تنش حرارتی از مدل المان محدود استفاده کرده و نتیجه عددی را با نتیجه تئوری مقایسه کردند. آن‌ها تاثیر ضخامت لایه سطحی در توزیع تنش‌های حرارتی را مطالعه کردند [۱۹].

وانغ و همکران، مشخصات دما با توجه به نقاط دمایی اندازه‌گیری شده در استاک پیل سوختی را بررسی نمودند. هنگامی که پیل سوختی استاک از دما اتاق تا  $800^{\circ}\text{C}$  گرم می‌شود، به وضوح می‌توان دید که بیشترین تنش در گوشه قطعات ظاهری می‌شوند. تاثیر غلظت تنش مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که ضریب حرارتی نقش مهمی در توزیع تنش حرارتی دارد [۲۰].

هدف از این مطالعه ارایه یک روش برای پیش بینی شروع یک ترک در محیط متخلخل غیر همسانگرد پیل سوختی صفحه‌ای است. معادلات حاکم غیرخطی جفت شده به صورت عددی برای انتقال حرارت، جریان سیال، انتقال جرم پیوستگی و تکانه حل شده‌اند. یک کد عددی مبتنی بر روش بر روش اجزای محدود نگارش و توسعه

یکی از امیدوارکننده‌ترین فناوری‌های انرژی جدید از نظر کارایی انرژی بالا، استفاده از پیل‌های سوختی است که با محیط‌زیست سازگار و دارای تنوع سوختی می‌باشد [۱]. پیل‌های سوختی، از دستگاه‌های الکتروشیمیایی اند که انرژی شیمیایی یک سوخت را مستقیماً به انرژی الکتریکی و گرمایی تبدیل می‌کنند. پیل سوختی اکسید جامد<sup>۱</sup> (SOFCs) که یکی از انواع مختلف پیل‌های سوختی است، به علت دامنه دمایی عملیاتی بالا ( $700^{\circ}\text{C} - 1000^{\circ}\text{C}$ ) و همچنین کارایی و انعطاف‌پذیری سوخت مورد توجه قرار گرفته است [۲-۳]. با این وجود، استفاده از این پیل‌ها هنوز با چالش‌های بسیاری از قبیل کاهش هزینه و افزایش عمر عملیاتی مواجه است که به پیش‌بینی و پیشگیری از تنش‌های گرمایی داخلی نیاز دارند [۴].

تنش حرارتی به وسیله هر تغییری در دما ایجاد می‌شوند. با توجه به گرما و تغییر دما، این تنش‌ها می‌تواند منجر به شکست یا تغییر شکل پلاستیک شود. تغییرات دما، انبساط یا انقباض حرارتی و تغییرات ناگهانی حرارتی عوامل تاثیرگذار بر تنش حرارتی هستند. تنش حرارتی به ضریب انبساط، که از یک ماده به ماده دیگر متفاوت است وابستگی زیادی دارد [۵-۶].

در طول دو دهه گذشته، استفاده از SOFC و مقاله‌های تحقیقاتی، آزمایشگاهی و عددی در این باره به‌طور قابل توجهی افزایش داشته است [۷-۱۳]. امروزه اکثر محققان روی تنش گرمایی درون SOFC تمرکز دارند [۱۴-۱۷] و می‌توان به هو و کوسینسکی اشاره نمود که مدل‌سازی عددی پیل‌های سوختی اکسید جامد صفحه‌ای را مطالعه قرار دادند. هم‌چنین می‌توان به کار سلیک و همکران اشاره داشت که تحلیل گرمایی و تنش دو بُعدی در فصل مشترک آند و الکترولیت یک پیل سوختی اکسید جامد را بررسی نمودند.

تحلیل تنش پسماند یک پیل سوختی اکسید جامد میکرو-لوله‌ای توسط کونگ و همکران را مطالعه شد و در این پژوهش به‌طور وسیع به تنش گرمایی SOFC در آزمایش‌ها و مدل عددی پرداخته شد [۱۶]. پیانکو و همکران مدل‌سازی تنش‌های گرمایی در یک مجموعه پیل

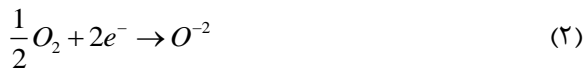
<sup>۱</sup> SOFCs (Solid Oxide Fuel Cell)

رفتار سیال مانند یک گاز ایده‌آل و جریان به صورت پایا، دوبعدی، تراکم‌پذیر و آرام در نظر گرفته شده است. همچنین فرض می‌گردد تمامی خواص سیال با دما تغییر کند، الکترولیت غیرقابل نفوذ باشد و الکترودها به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که از واکنش‌های (۱) و (۲) و (۳) تبعیت نمایند.

اکسایش آندی برای هیدروژن، کاهش کاتدی برای اکسیژن و واکنش کلی به ترتیب مطابق با معادلات (۱) و (۲) و (۳) می‌باشند

جدول (۲): پارامترهای هندسی SOFC.

عرض کانال (mm)	۶۰
ارتفاع کانال (mm)	۰/۳۵
ضخامت آند (mm)	۰/۲۵
عرض آند (mm)	۶۰
ضخامت کاتد (mm)	۰/۰۶
عرض کاتد (mm)	۶۰
ضخامت الکترولیت (mm)	۰/۰۱
عرض الکترولیت (mm)	۶۰



### ۲-۱- بقای جرم و تکانه

معادله پیوستگی در الک<sup>۱</sup> ترود متخلخل به صورت زیر است [۲۱]:

$$\nabla \cdot (\rho u) = \sum_j R_j \quad (4)$$

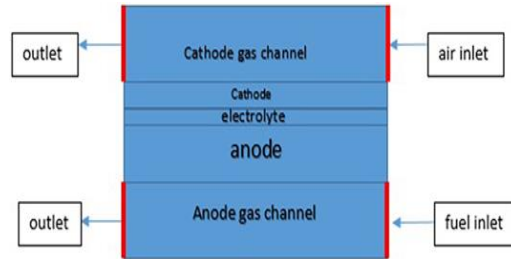
معادله تکانه برای جریان ساکن و تراکم‌ناپذیر در الکترودهای متخلخل بدون نیروی حجمی به وسیله قانون داریسی بیان می‌شود [۲۲].

$$\rho u \cdot \nabla u = \nabla \cdot (-pI + \frac{\mu}{\varepsilon} (\nabla u + (\nabla u)^T)) - \frac{2\mu}{3} (\nabla \cdot u)I + \rho g - (\frac{\mu}{k})u \quad (5)$$

یافته است. این کد معادلات دارسی و ناویر - استوکس را برای اندرکنش حرارت و جریان و برای محاسبه توزیع دما و تنش حل می‌کند. علاوه بر آن، از ضریب شدت تنش و انتگرال J برای پیش‌بینی آغاز کرد درون محیط متخلخل آند و کاتود بهره می‌برد.

### ۲- تعریف مسئله

تصویر شماتیک مسئله در شکل ۱ نشان داده شده است. همان طور که در شکل ۱ مشخص است، پیل شامل ۵ لایه آند، کاتد، الکترولیت، کانال هوا و کانال سوخت است. جداول ۱ و ۲ به ترتیب خواص ماده و پارامترهای هندسی این مدل را نشان می‌دهند.



شکل (۱): پیل سوختی اکسید جامد [۲۰].

جدول (۱): خواص ماده SOFC.

	آند	الکترولیت	کاتد
مواد	Ni-YSZ	YSZ	LSM
چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	۶۸۷۰	۶۵۷۰	۵۹۰۰
مدول الاستیک (GPa)	۵۷	۲۱۵/۱۸۵	۳۵
نسبت پواسون	۰/۲۸	۰/۳۱۲	۰/۳۶
استحکام تسلیم کششی (MPa)	۱۱۵	۳۳۲/۲۵۶	۱۵۵
استحکام تسلیم فشاری (MPa)	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰
مساحت ویژه سطح (m <sup>-۱</sup> )	۱۰ <sup>۹</sup>	-	۱۰ <sup>۹</sup>
ضریب انبساط حرارتی (K <sup>-۱</sup> )	۱۲/۲*۱۰ <sup>-۷</sup>	۱۰/۳*۱۰ <sup>-۷</sup>	۱۱/۷*۱۰ <sup>-۷</sup>
نفوذپذیری (m <sup>۲</sup> )	۱۰ <sup>-۱۲</sup>	-	۱۰ <sup>-۱۲</sup>
هدایت الکترونیکی مؤثر (S/m)	۱۳۱۹۵	-	۸۰/۱۰۱
هدایت یونی مؤثر (S/m)	۰/۵۱۳۶۴	-	۰/۵۱۳۶۴
ضریب شدت تنش (MPa × m <sup>۰.۵</sup> )	۱/۶	۱/۷۹	۱/۲۴

<sup>1</sup> DGM: Dusty Gas Model

<sup>2</sup> D<sub>ik</sub>: Diffusion coefficient in Fick's Law

<sup>3</sup> D<sub>KN</sub>: Knudsen diffusivities

(DGM) به کار گرفته می‌شود. نفوذ DGM مؤثر ضریب

( $D_{DGM,ik}^{eff}$ ) به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۳]:

$$D_{DGM,ik}^{eff} = \frac{\left(\frac{\varepsilon}{\tau}\right)(D_{ik} \cdot D_{KN,ik})}{(D_{ik} + D_{KN,ik})} \quad (11)$$

که در آن،  $D_{KN,ik}$  نفوذپذیری‌های نادسن است و بر اساس تئوری جریان مولکولی آزاد محاسبه می‌شود [۱۵]:

$$D_{KN,ik}^{eff} = \frac{4}{3r_e \sqrt{\frac{R_u T (M_i + M_k)}{\pi M_j \cdot M_k}}} \quad (12)$$

$r_e$  شعاع مؤثر منفذ و  $R_u$  ثابت جهانی گازها است. همان‌طور که قبلاً بیان شد، لایه الکترولیت نفوذناپذیر است و هیچ‌کدام از گونه‌ها نمی‌توانند نفوذ کنند.

### ۳-۲- بقای انرژی

معادله انرژی برای جریان لایه‌ای، پایا، تراکم‌ناپذیر و سرعت پایین به صورت زیر است [۲۴]:

$$\nabla \cdot (\rho C_p u T - K \nabla T) = Q \quad (13)$$

که در آن،  $\rho$  چگالی،  $C_p$  ظرفیت حرارتی در فشار ثابت و  $Q$  منبع حرارتی است که به علت مقاومت انتقال الکترونیکی یون در هر یک از سه لایه به وجود آمده است و به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$Q = \frac{j_{io}^2}{\sigma_{io}} \quad (14)$$

$j_{jo}$  و  $\sigma_{io}$  به ترتیب چگالی جریان یونی و رسانایی هستند [۱۷]؛ که در آن  $\phi_e$  پتانسیل الکترونیکی و  $\phi_i$  پتانسیل یونی،  $V_{oc}$  ولتاژ مدار باز است که از معادله نرنست محاسبه می‌شود [۸]:

$$V_{OC} = 1.317 - 2.769 \times 10^{-4} T + R_u T / 2F \ln \left( \frac{P_{H_2} \cdot P_{O_2}^{1/2}}{P_{H_2O} \cdot P_{ref}^{1/2}} \right) \quad (15)$$

که در آن،  $P_{ref}$  فشار کل و  $F$  ثابت فارادی است.

که در آن،  $u$  سرعت جریان،  $k$  نفوذپذیری،  $\mu$  ویسکوزیته ترمودینامیکی و  $P$  فشار مطلق است. انتقال تکانه در کانال هوا و سوخت به وسیله معادله ناور- استوکس نشان داده می‌شود.

$$\rho(u \cdot \nabla)u = \nabla \cdot [-pI + \mu(\nabla u + (\nabla u)^T)] + F \quad (6)$$

### ۲-۲- بقای گونه

برای یک گونه، معادله گونه به وسیله رابطه (۷) تعیین می‌شود [۲۲]:

$$\nabla \cdot j_i + \rho(u \cdot \nabla)\omega_i = R_i \quad (7)$$

که در آن،  $j_i$  بردار شار جرم نسبی،  $\omega_i$  کسر جرمی  $i$  امین گونه و  $R_i$  عبارت منبع است که شامل رسوب جرم یا ساخت جرم  $i$  امین گونه می‌شود،  $\nabla \cdot j_i$  عبارت نفوذ و دارای واحد  $mol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$  است،  $\rho(u \cdot \nabla)\omega_i$  انتقال حرارت به روش جابجایی و  $\rho$  نماد چگالی است. با استفاده از معادلات ماکسول- استفان برای سیستم‌های چند جزئی، بردار شار جرم نسبی می‌تواند به صورت زیر نوشته شود [۱۵]:

$$j_i = -\rho w_i \sum_k D_{ik} d_k \quad (8)$$

نیروی محرک برای نفوذ گونه‌ها در یک مخلوط گاز ایده‌آل  $d_k$  و  $D_{ik}$  نفوذپذیری چند جزئی مصنوعی<sup>۱</sup> است که به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲۳]:

$$D_{ik} = 1.883 \times 10^{-2} T^{1.5} \frac{\left(\frac{1}{M_i} + \frac{1}{M_k}\right)^{1/2}}{p \sigma_{ik}^2 \Omega_D} \quad (9)$$

که در آن،  $\sigma$  طول مشخصه است و برحسب آنتگسترم بیان می‌شود،  $\Omega_D$  انتگرال برخورد-نفوذ و  $M$  وزن مولکولی است. برای در نظر گرفتن مقاومت انتقال جرم در الکترودهای متخلخل، نفوذپذیری‌های مصنوعی چند جزئی به وسیله معادله زیر تصحیح می‌شود [۲۳]:

$$D_{ik}^{eff} = \left(\frac{\varepsilon}{\tau}\right) D_{ik} \quad (10)$$

و در آن،  $\tau$  پیچ‌خوردگی محیط‌های متخلخل است. برای در نظر گرفتن نفوذ نادسن در منافذ کوچک، مدل گاز داستی

#### ۴-۲- تنش گرمایی

در این پژوهش، شناسایی شروع ترک به وسیله تنش گرمایی انجام می‌گردد. در ابتدا کرنش گرمایی  $\alpha(T - T_{ref})$  محاسبه گشته و سپس تنش گرمایی  $\sigma_{ii}$  به وسیله کرنش  $\epsilon_{ii}$  تعیین شده که به صورت زیر تعریف می‌شود: [۲۵]

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}) + \alpha(T - T_{ref}) \quad (۱۶)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}) + \alpha(T - T_{ref}) \quad (۱۷)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2G}\sigma_{xy} \quad (۱۸)$$

که در آن،  $\epsilon_{xx} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy})$  کرنش مکانیکی،  $\alpha$  ضریب انبساط گرمایی،  $T$  دما  $T_{ref}$  دمای مرجع کرنش،  $E$  نسبت یانگ و  $\nu$  نسبت پواسون است. مدول برشی  $G$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (۱۹)$$

با بازنویسی معادلات (۲۵) و (۲۶) تنش به ترتیب در جهت  $x$  و  $y$  به صورت زیر خواهد بود:

$$\sigma_{xx} = 2G[\epsilon_{xx} + \frac{\nu}{1-2\nu}(-\frac{1+\nu}{\nu}\alpha(T - T_{ref}))] \quad (۲۰)$$

$$\sigma_{yy} = 2G[\epsilon_{yy} + \frac{\nu}{1-2\nu}(-\frac{1+\nu}{\nu}\alpha(T - T_{ref}))] \quad (۲۱)$$

$$\sigma_{xy} = 2G\epsilon_{xy} \quad (۲۲)$$

#### ۵-۲- معادله کرنش - جابجایی

معادلات کرنش - جابجایی که همچنین معادلات سینماتیک یا تغییر شکل‌های بسیار کوچک نام دارند و به صورت زیر می‌باشد [۲۶]:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (۲۳)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (۲۴)$$

$$2\epsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (۲۵)$$

که در آن،  $u$  و  $v$  تغییر مکان است.

#### ۶-۲- بقای تکانه برای مکانیک جامدات

معادله حرکت به صورت زیر است [۲۶]:

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho\ddot{u}_i \quad (۲۶)$$

با در نظر گرفتن نیروی حجمی  $X_i$  و شتاب ذرات داخل ماده  $\ddot{u}_i$  برابر صفر، معادله حرکت به صورت زیر در می‌آید:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (۲۷)$$

یا

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (۲۸)$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0 \quad (۲۹)$$

و

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} \quad (۳۰)$$

#### ۷-۲- معادله ناویر

معادلات ناویر که معادلات تغییر نیز مکان نامیده می‌شوند، با افزودن ترمو-الاستیسیته به ترتیب در جهت  $x$  و  $y$  بیان می‌شوند [۲۵]:

$$(\lambda + \mu)\frac{\partial e}{\partial x} + \mu\nabla^2 u - (3\lambda + 2\mu)\alpha\frac{\partial T}{\partial x} + X = 0 \quad (۳۱)$$

$$(\lambda + \mu)\frac{\partial e}{\partial y} + \mu\nabla^2 v - (3\lambda + 2\mu)\alpha\frac{\partial T}{\partial y} + Y = 0 \quad (۳۲)$$

که در آن،  $e$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (۳۳)$$

نیروهای حجمی  $x$  و  $y$  برابر با صفر هستند.  $\lambda$  و  $\mu$  ثابت‌های الاستیک لیم و به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (۳۴)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (۳۵)$$

$\sigma_{ij}$  مؤلفه‌های تنش،  $\varepsilon_{ij}$  مؤلفه‌های کرنش و  $n_i$  مؤلفه‌های بردار نرمال را نشان می‌دهند. برای یک مورد تنش صفحه‌ای و یک ماده الاستیک خطی، رابطه انتگرال جی با ضریب شدت تنش به صورت زیر است:

$$j = \frac{K_I^2}{E} \quad (42)$$

که در آن،  $E$  مدول یانگ است.

### ۳- شرایط مرزی

- سوخت و اکسیداسیون به صورت گازهای ایده‌آل و خواص فیزیکی مخلوط گازها مطابق با قانون مخلوط گاز ایده‌آل فرض می‌شوند.
- نفوذ گرمایی نادیده گرفته می‌شود.
- حرارت اهمی به علت انتقال الکترون نادیده گرفته شده است، زیرا رسانایی الکترونیکی در الکترودها بالاتر از رسانایی یونی است.
- فرض شده تمام گازها به صورت گازهای ایده‌آل رفتار کنند.
- برای مدل‌سازی انتقال جرم در الکترودهای متخلخل از معادله داریسی استفاده شده است.
- از ترم نفوذ همرفتی نفوذ در الکترودها (متخلخل) صرف‌نظر می‌شوند.
- الکتروولیت جامد در برابر انتقال الکترون عایق شده است.
- اثر کوپلینگ بین معادلات گرمایی و مکانیکی نادیده گرفته شده است.

### ۳-۱- شرایط مرزی ورودی

$$V = 0$$

$$U = U_{in} \quad (43)$$

$$T = T_0$$

$$W_j = \text{specified} \quad (44)$$

$W_j$  نسبت جرمی جزئی است. شرایط مرزی بدون لغزش در تمام مرزهای الکتروولیت به علت  $U = 0$  معتبر است.

با جایگزینی معادلات (۴۰) و (۴۱) در معادلات (۳۷) و (۳۸)، معادلات تغییر مکان برحسب مدول یانگ به ترتیب به صورت زیر به دست می‌آیند [۲۶]:

$$\frac{E}{2(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{E}{2(1-\nu)} \nabla^2 u - \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (36)$$

$$\frac{E}{2(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{E}{2(1-\nu)} \nabla^2 v - \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (37)$$

که در آن،  $\nabla^2$  عملگر لاپلاس است.

### ۲-۸- معادله انرژی

معادله انرژی برای الکترودهای متخلخل به صورت زیر است [26]:

$$K \nabla^2 T + \frac{Q}{K} + (3\lambda + 2\mu) T_0 \dot{\varepsilon} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (38)$$

که در آن،  $\dot{\varepsilon}$  عبارت کوپلینگ بین دما و تنش،  $\alpha$  ضریب انبساط گرمایی خطی و  $T_0$  دمای مرجع است.

### ۲-۹- ضریب شدت تنش

شروع ترک به علت تجمع تنش حاصل از دما و عدم انطباق خواص فیزیکی لایه سلول رخ می‌دهد. هنگامی که عدم انطباق بین سفتی لایه سلول بالا است، مقدار ضریب شدت تنش مساوی با چقرمگی شکستگی بحرانی است. افزایش نفوذپذیری و رسانندگی گرمایی جامد هر دو منجر به شروع ترک می‌شوند. انتگرال - جی یک انتگرال خطی دو بُعدی در امتداد کانتور پادساعتگرد است که نوک ترک را احاطه می‌کند. انتگرال - جی به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۲]:

$$j = \int_{\Gamma} W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \partial s = \int_{\Gamma} (W n_x - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x}) \partial s \quad (39)$$

که در آن،  $W$  چگالی انرژی کرنش است

$$W = \frac{1}{2} (\sigma_x \cdot \varepsilon_x + \sigma_y \cdot \varepsilon_y + \sigma_{xy} \cdot 2\varepsilon_{xy}) \quad (40)$$

و  $T$  بردار کشش است و به صورت زیر تعریف می‌شود

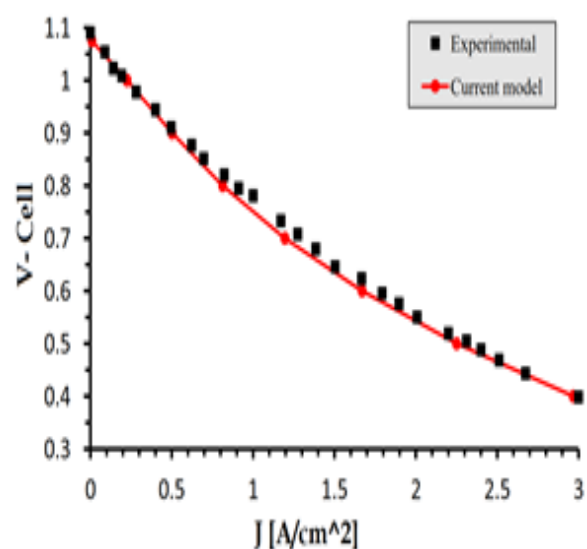
$$T = [\sigma_x n_x + \sigma_{xy} + \sigma_{xy} n_x + \sigma_y n_y] \quad (41)$$

### ۲-۳- شرایط مرزی خروجی

- ۱- انتقال حرارت رسانش در مقایسه با انتقال حرارت به روش جابجایی را می‌تواند نادیده گرفت.
- ۲- فشار خروجی مساوی با فشار کل فرض شده است.
- ۳- فرض می‌شود که انتقال به روش جابجایی، در مدل انتقال جرم غالب باشد.
- ۴- مرزهای خارجی الکترولیت عایق‌اند.
- ۵- جریان در خروجی‌ها بر صفحه عمود می‌باشد (جریان خروجی).

### ۴- نتایج و بحث

به‌منظور اثبات نتایج، مدل کنونی اصلاح و با داده‌های آزمایشگاهی راجر مقایسه شد [۲۷]. شکل ۲ مقایسه بین مطالعه آزمایشگاهی و مطالعه حاضر را نشان می‌دهد. پارامترهای این پژوهش از مطالعات حسین [۲۸]، قاسمی [۱۲] و شائو [۲۹-۳۰] استخراج شد. (دیگر پارامترهای ورودی در جدول ۳ نشان داده شده است). مقایسه انجام شده در شکل ۲ بین پژوهش حاضر و مطالعه راجرز دارای خطای میانگین مربعات حدود ۱ درصد است.



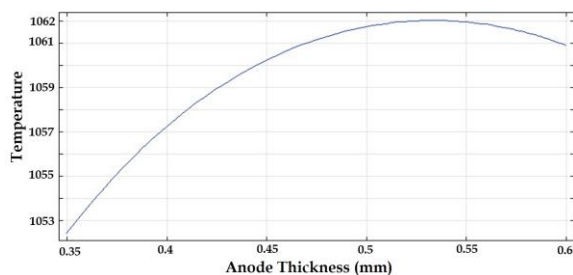
شکل (۲): دقت مدل حاضر در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط راجرز.

### جدول (۳): پارامترهای ورودی.

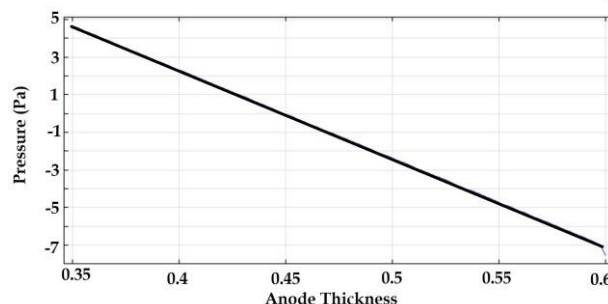
واحد	مقدار	نماد	توضیحات
$^{\circ}\text{C}$	۸۰۰	$T$	دمای کارکرد
$\text{Pa}$	۱۰۱۳۳۵	$P_0$	فشار
$\text{S / m}$	۰/۶۴	$\sigma$	رسانایی الکترولیت
$\text{S / m}$	۱/۵۷ ۷۱۴۲۸	$\sigma$	رسانایی آند
$\text{S / m}$	۵۳۷۶/۳۴	$\sigma$	رسانش در کاتد
$\text{m / s}$	۰/۴	$V_{in(fuel)}$	سرعت ورودی کانال سوخت
$\text{m / s}$	۰/۸	$V_{in(air)}$	سرعت ورودی کانال هوا
-	۰/۳۷۵	$\varepsilon$	میزان تخلخل در الکترودهای متخلخل
-	۴/۵	$\tau$	خمیدگی در الکترودهای متخلخل
$\text{W / m.k}$	۶/۲۳	$k_a$	رسانش حرارتی آند
$\text{W / m.k}$	۱۰	$k_c$	رسانش حرارتی کاتد
$\text{W / m.k}$	۲/۷	$k_e$	رسانش حرارتی الکترولیت
$\text{J / kg.k}$	۵۹۵	$C_{p,a}$	گرمای ویژه آند
$\text{J / kg.k}$	۵۷۳	$C_{p,a}$	گرمای ویژه کاتد
$\text{J / kg.k}$	۶۰۶	$C_{p,a}$	گرمای ویژه الکترولیت

### ۲-۴- روال حل عددی

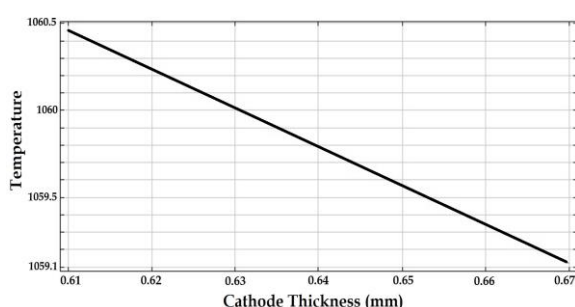
- کد توزیع دما را با شرایط زیر بدست آورده است:
- ابتدا کد توزیع جریان را حل می‌کند.
  - سپس معادله غیر خطی تکانه در آند و کاتد را حل می‌نماید.
  - پس از آن، غلظت اجزا را با معادله استفان-ماکسول در آند و کاتد محاسبه می‌کند.
  - در نهایت، معادله انرژی برای محیط متخلخل کاتد و آند و الکترولیت حل می‌کند.
- توزیع دمای به‌دست‌آمده برای حل معادلات کرنش و تعیین توزیع تنش حرارتی استفاده می‌شود. کد جابجایی را برای مکان‌یابی شروع ترک با استفاده از ضریب شدت تنش و انتگرال  $J$  حساب می‌کند.



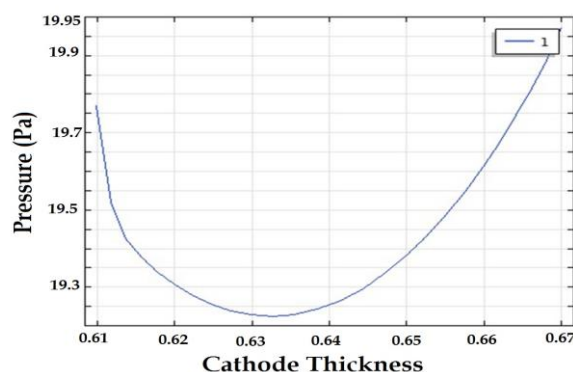
شکل (۵): توزیع دما (°C) در آند.



شکل (۳): فشار در آند.

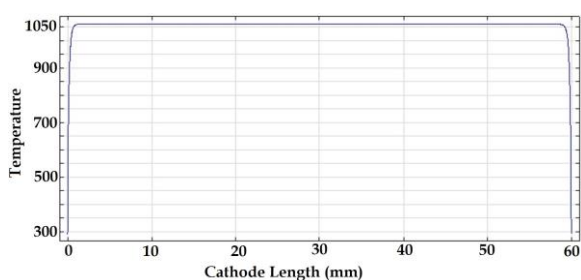


شکل (۶): توزیع دما (°C) در کاتد.

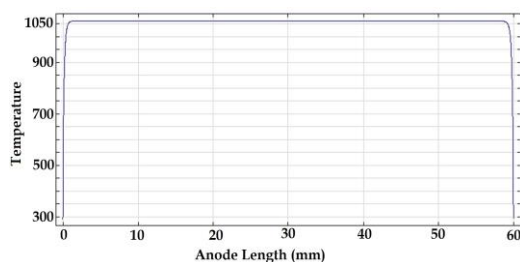


شکل (۴): فشار در کاتد.

معادلات (۴) و (۵) که باعث افزایش دما در خروجی کانال‌های هوا و سوخت می‌شوند. افزایش دما باعث افزایش تنش‌های گرمایی در این مکان‌ها می‌شود. کاهش تند در دما به علت مقدار اضافی حرارت مصرف شده به وسیله واکنش بسیار گرماگیر در خروجی آند و کاتد است.



شکل (۷): دما (°C) کاتد.



شکل (۸): دما (°C) آند.

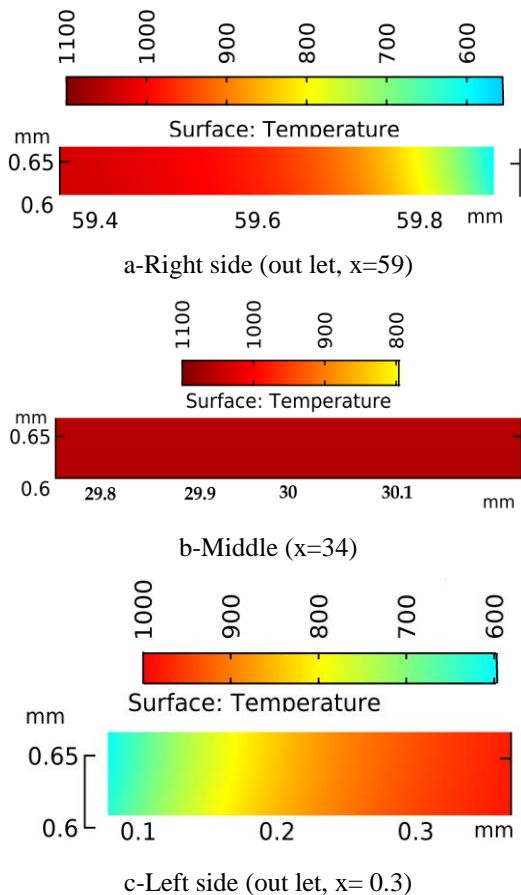
در شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب توزیع فشار در آند و کاتد را نشان می‌دهند. بیشینه فشار در آند در  $y = 0.35$  mm اتفاق می‌افتد و مقدار آن حدود ۵ Pa است و هرچه به الکترود نزدیک‌تر می‌شود  $y = 0.6$  mm از مقدار آن کاهش می‌یابد. با این وجود، بیشینه فشار در کاتد به حدود ۲۰ Pa می‌رسد و در  $y = 0.67$  رخ می‌دهد. کمینه فشار در آند ( $y = 0.45$  mm) تقریباً صفر است در حالی که برای کاتد ( $y = 0.63$ ) حدود ۱۹ Pa است.

در شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب توزیع دما در وسط الکترودهای آند و کاتد در  $x = 30$  نشان داده شده است. در وسط آند ( $y = 0.35$  mm) دما به حدود  $1062$  °C می‌رسد و هنگامی که به الکترولیت نزدیک‌تر می‌شود شروع به کاهش می‌کند. با این وجود، در مرز الکترولیت ( $y = 61$  mm) بیشینه دما حدود  $1060$  °C است و هنگامی که به کانال هوا می‌رسد کاهش می‌یابد.

شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب توزیع دما را در آند نزدیک به الکترولیت ( $y = 0.58$  mm) و کاتد نزدیک به الکترولیت ( $y = 0.61$  mm) را نشان می‌دهند. افزایش تند در توزیع دما به علت واکنش‌های الکتروشیمیایی گرماده است



شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب توزیع دما در الکتروود آند و کاتد را نشان می‌دهند. دوباره در وسط الکتروودها دما بیشینه است و با دور شدن از این ناحیه دما افزایش می‌یابد.

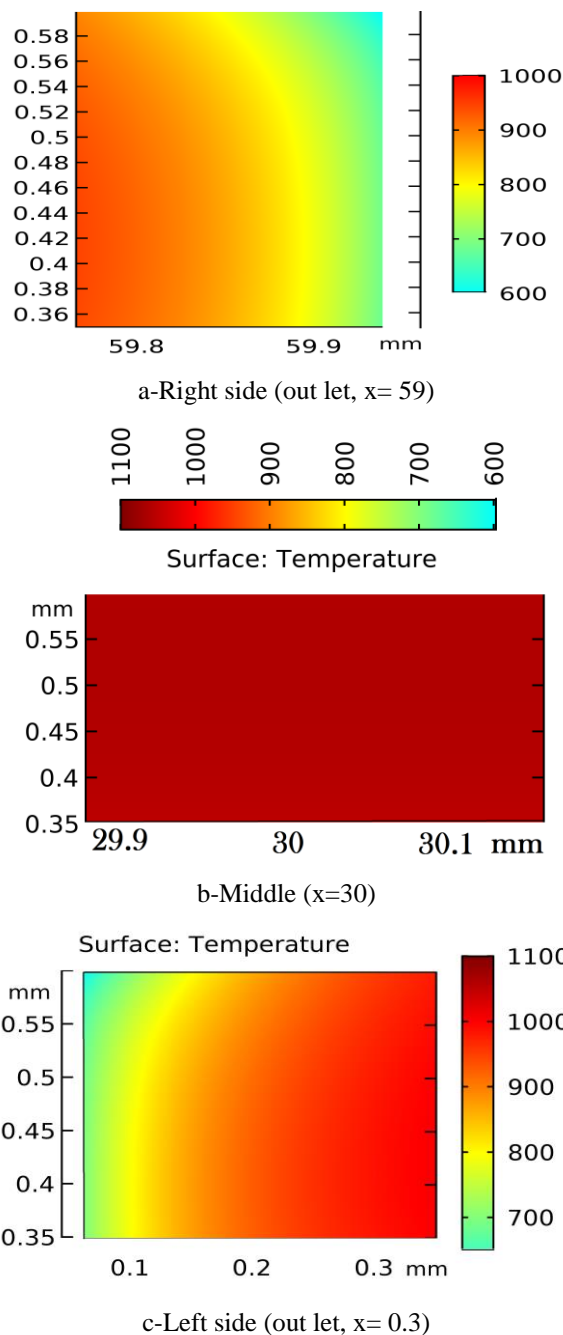


شکل (۱۰): دما ( $^{\circ}\text{C}$ ) در الکتروود کاتد (a) در گوشه راست (b) در وسط (c) در گوشه چپ.

شکل ۱۱ توزیع دما در کل SOFC را نشان می‌دهد. با توجه به شکل نتایج زیر مشاهده می‌شوند:

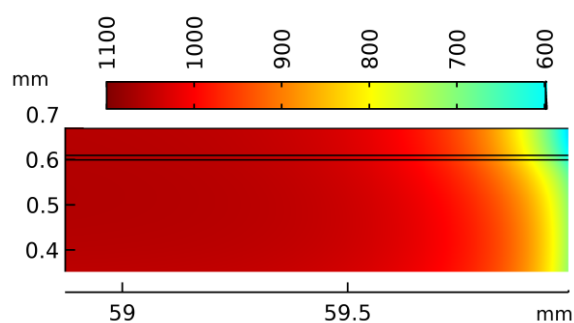
- توزیع دما تحت تأثیر تغییر شکل و واکنش‌های الکتروشیمیایی است.
- در کانال گاز آند، دما از  $500^{\circ}\text{C}$  به  $1100^{\circ}\text{C}$  تغییر می‌کند. بیشینه دما در وسط کانال سوخت و نزدیک الکتروود آند است که با دور شدن از این ناحیه دما کاهش می‌یابد.
- در الکتروود آند، بیشینه دما در وسط است و با دور شدن از این ناحیه دما کاهش می‌یابد.

شکل‌های ۹ تا ۱۱ به ترتیب توزیع دما در کانال سوخت، آند، کاتد، کانال هوا و کل پیل سوختی را نشان می‌دهند. همان‌طور که در شکل‌ها مشخص است، دما از  $500^{\circ}\text{C}$  تا  $1100^{\circ}\text{C}$  تغییر می‌کند.

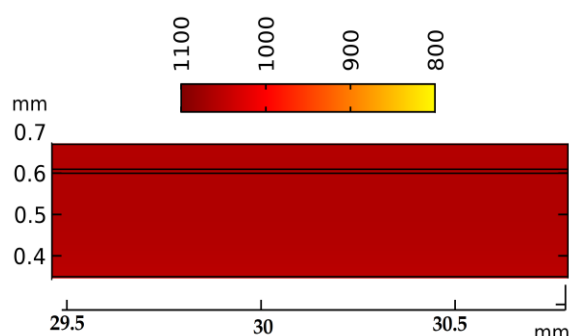


شکل (۹): دما ( $^{\circ}\text{C}$ ) در الکتروود آند (a) در گوشه راست (b) در وسط (c) در گوشه چپ.

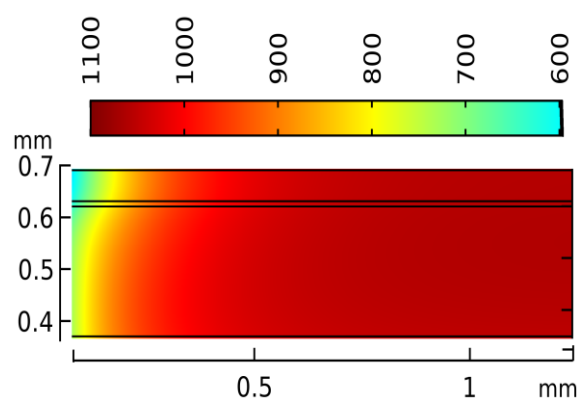
بیشینه دما در وسط کانال نزدیک الکتروود آند است و با دور شدن از این ناحیه دما کاهش می‌یابد.



a-Right side (out let, x= 59)



b-Middle side (out let, x= 34)



c-Left side (out let, x= 0.3)

شکل (۱۱): دما ( $^{\circ}\text{C}$ ) در کل SOFC (a) در گوشه راست (b) در وسط (c) در گوشه چپ.

شکل ۱۲ توزیع تنش گرمایی آند را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص است، بالاترین تنش گرمایی در گوشه راست و چپ دیواره پایینی و جایی که با کانال سوخت در تماس است رخ می‌دهد. از آنجایی که بالاترین توزیع دما در این مکان اتفاق می‌افتد و انتظار می‌رود دما از مقدار آستانه نشان داده شده به وسیله مواد آند SOFC فراتر رود، شکست مکانیکی آند رخ می‌دهد.

یک تعادل حرارتی بین واکنش‌های الکتروشیمیایی گرماگیر و گرماده وجود دارد و یک دمای بالاتر در لایه فعال نزدیک الکترولیت ظاهر می‌شود.

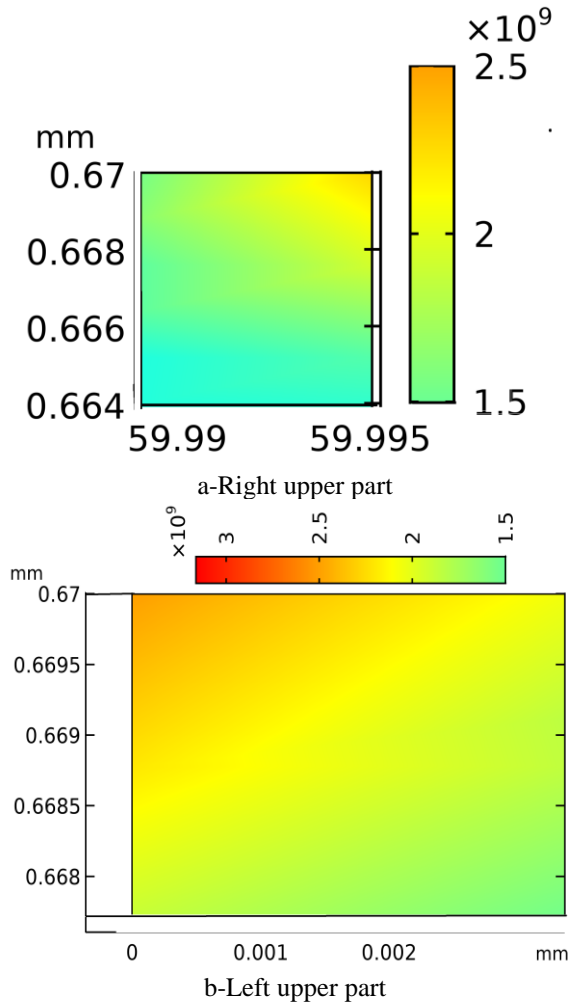
می‌توان مشاهده کرد که به علت واکنش‌های الکتروشیمیایی گرماده، دما به سرعت بین هوای ورودی مستقر در گوشه بالا سمت راست و خروجی هوای مستقر در گوشه پایین سمت چپ افزایش می‌یابد.

در این شکل حرارت تولید شده به وسیله واکنش‌های الکتروشیمیایی مشاهده می‌شود و به وسیله رسانش و جابجایی به سمت کانال‌های جریان گازها نفوذ می‌کند.

هنگامی که دما افزایش یابد، نرخ واکنش الکتروشیمیایی در محل‌های واکنش افزایش یافته و رسانایی‌های الکترونیک و یونی الکترون و ذرات رسانای یون نیز افزوده می‌گردد. در نتیجه این امر، تأثیر مهمی روی افت پتانسیل سلول کل به حداقل می‌رسد و در نتیجه عملکرد سلول افزایش می‌یابد. جایی که تحت شرایط عملیاتی SOFC معمول، افزایش دما منجر به کاهش در اضافه ولتاژ فعال‌سازی می‌شود، از آنجایی که دما، چگالی جریان تبادل را افزایش می‌دهد.

در الکترودهای متخلخل، گرادیان غلظت مولی  $\text{H}_2$  و  $\text{O}_2$  در کانال سوخت و هوا بزرگتر است، زیرا نفوذ در الکترودهای متخلخل نسبت به کانال‌های سوخت و هوا دشوارتر است. به علاوه، در کانال‌های سوخت و هوا انتقال حرارت به روش جابجایی در مقایسه با الکترودهای متخلخل بسیار بزرگتر است، جایی که نفوذ غالب می‌شود. در نهایت، در دماهای بالاتر نفوذپذیری گونه‌ها افزایش می‌یابد که منجر به مقادیر کمتر اضافه ولتاژهای غلظت می‌شود. زیرا گونه‌ها راحت‌تر می‌توانند در لایه نفوذ متخلخل نفوذ کنند. دماهای عملیاتی بالاتر همچنین منجر به ولتاژهای برگشت‌پذیر پایین‌تر می‌شوند، همان‌طور که به وسیله معادله (۱۵) انتظار می‌رود و همچنین منجر به مقادیر چگالی جریان محدودکننده بالاتر می‌شوند.

بالاترین توزیع دما در این مکان رخ می‌دهد، انتظار می‌رود دما از مقادیر آستانه نشان داده شده به وسیله مواد کاتد SOFC فراتر رود. پس شکست مکانیکی سلول رخ می‌دهد.

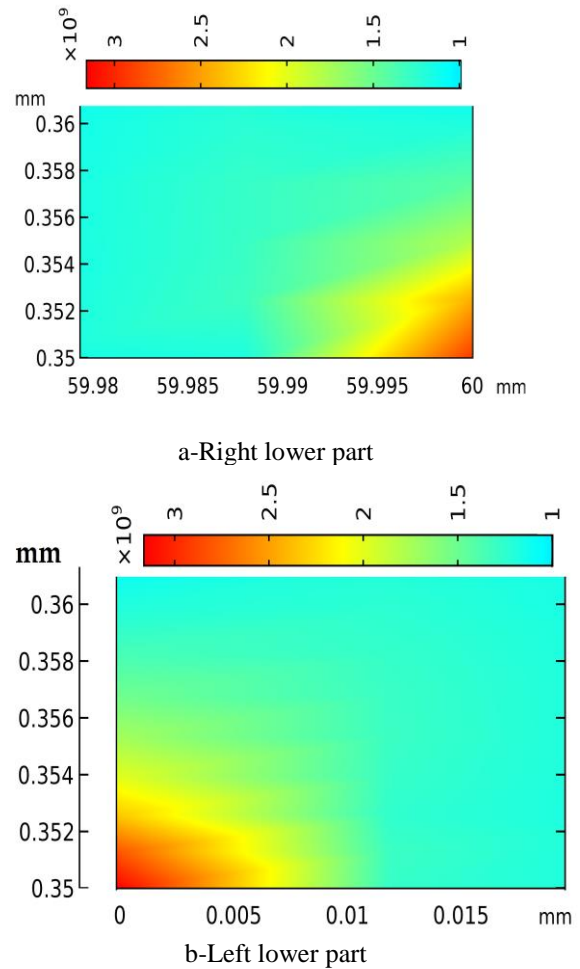


شکل (۱۳): تنش گرمایی کاتد (Pa) (a)

در گوشه راست (b) در گوشه چپ.

- فشار در نیمساز عمودی کاتد بسیار بالاتر از فشار در آند است.
- توزیع تنش در گوشه‌های بالایی کاتد با تنش بسیار بیشتری در گوشه چپ نسبت به گوشه راست شناسایی شد.
- توزیع تغییر مکان در کاتد در ورودی و خروجی از گوشه پایین تا گوشه بالا بیشینه است.
- ضریب شدت تنش کاتد نسبت به ضریب شدت تنش در آند بسیار کمتر است.

شکل ۱۳ توزیع تنش گرمایی الکترود کاتد را نشان می‌دهد. همان‌طور که نشان داده شده است، بالاترین تنش گرمایی مربوط به گوشه‌های راست و چپ دیواره بالایی و جایی است با کانال هوا در تماس است. از آنجایی که



شکل (۱۴): تنش گرمایی آند (Pa) (a) در گوشه

راست (b) در گوشه چپ.

##### ۵- نتیجه‌گیری

مطالعه حاضر پیش‌بینی ترک در SOFC را ارائه می‌دهد. سوخت مورد استفاده هیدروژن و دمای عملیاتی بین  $800^{\circ}\text{C}$  تا  $1000^{\circ}\text{C}$  است. SOFC در ولتاژ پیوسته  $0.8\text{ V}$  کار می‌کند. نتایج به‌دست‌آمده به شرح زیر است:

- توزیع دما در وسط ناحیه تماس بین کاتد و الکترولیت تا مرکز الکترود کاتد متمرکز است.

- Hendriksen P.V, "Investigation of the bonding strength and bonding mechanisms of SOFCs interconnector–electrode interfaces", *Material Letters*, Vol. 162, pp. 250–253, 2016.
10. Xu, M., Li, T., Yang, M., Anderson, M., "Solid oxide fuel cell interconnect design optimization considering the thermal Stresses", *Science Bulletin*, Vol. 61, Iss.17, pp. 1333-1344, 2016.
  11. Fleischhauer, F., Terner, M., Bermejo, R., Danzer, R., Mai, A., Graule, T., and Kuebler, J., "Fracture toughness and strength distribution at room temperature of zirconia tapes used for electrolyte supported solid oxide fuel cells". *Journal of Power Sources*, Vol. 275, pp. 217–226, 2015.
  12. Kamvar, M., Ghasemi, M., Rezaei, M., "Effect of catalyst layer configuration on single chamber solid oxide fuel cell performance", *Applied Thermal Engineering*, Vol.100, pp. 98-104, 2016.
  13. Pianko-Oprych, P., Zinko, T., Jaworski, Z., "A Numerical Investigation of the Thermal Stresses of a Planar Solid Oxide Fuel Cell", *Materials*, Vol. 9, Iss. 10, pp. 814-831, 2016.
  14. Celik, S., Ibrahimoglu, B., DMat, M., Kaplan, Y., and Veziroglu, T.N, "Micro level two dimensional stress and thermal analysis anode/electrolyte interface of a solid oxide fuel cell", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 40, Iss.24, pp.7895–7902, 2015.
  15. Luo, Y., Jiang, W., Zhang, Q., Zhang, W.Y., and Hao, M., "Effects of anode porosity on thermal stress and failure probability of planar solid oxide fuel cell with bonded compliant seal", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 41, Iss. 18, pp. 7464–7474, 2016.
  16. Kong, W., Zhang, W., Zhang, S., Zhang, Q., and Su, S., "Residual stress analysis of a micro-tubular solid oxide fuel cell", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol.41, Iss. 36, pp. 16173–16180, 2016.
  17. Fan, P., Li, G., Zeng, Y., and Zhang, X., "Numerical study on thermal stresses of a planar solid oxide fuel cell", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 77, pp. 1–10, 2014.
  18. Xie, J., Hao, W., Wang, F., "Crack propagation of planar and corrugated solid oxide fuel cells during cooling process", *international journal of energy research*, Vol. 43, Iss. 7, pp 1-8, 2019.
  19. Xie, J., Hao, W., Wang, F., "the analysis of interfacial thermal stresses of solid oxide fuel cell applied for submarine power", *international*

- این پیش‌بینی بر اساس دما، فشار و تنش گرمایی است.
- ترک عمر سلول را به میزان ۵۰٪ کاهش می‌دهد؛ بنابراین، عمر مورد انتظار حدود ۲۵۰۰ ساعت تا ۳۰۰۰ ساعت است.

#### ۶- مراجع

1. Hoogers, G. "Fuel Cell Technology Handbook", CRC Press, Boca Raton, USA, 2003.
2. Hibino, T., Hashimoto, A., Yano, M., Yoshida, S.I., and Sano, M. "High Performance Anodes for SOFCs Operating in Methane-Air Mixture at Reduced Temperatures", *journal of electrochemistry society*, Vol. 149, pp. 133-136, 2002
3. Zhu, H., Kee, R.J., Janardhanan, V.M., Deutschmann, O., and Goodwin, D.G., "Modeling Elementary Heterogeneous Chemistry and Electrochemistry in Solid-Oxide Fuel Cells", *Journal of electrochemistry society*, Vol. 152, pp. 2427-2440, 2005.
4. Rahimi-Esbo, M., Alizadeh e., Rahgoshay S.M., Khorshidian M., Saadat S.H.M., "Improving Performance and Decreasing of Cooling System Volume in Low Temperature PEM Fuel Cell Using Nanofluid", *AEROSPACE MECHANICS JOURNAL*, vol 15, iss 2, pp 1-16, 2019. (In Persian)
5. Golmakani, M.E., Rahimi, e., " Nonlinear Thermo-Elastic Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite Cylindrical Panel", *AEROSPACE MECHANICS JOURNAL*, vol 14, iss 1, pp 97-111, 2018. (In Persian).
6. Vafaesezat, A., Tavoosi, S.M., "Optimization of Copper Mirrors Polishing Parameters by Chemical-Mechanical Method", *AEROSPACE MECHANICS JOURNAL*, vol 15, iss 3, pp 119-126, 2019. (in Persian).
7. Greco, F., Frandsen, H.L., Nakajo, A., Madsen, M.F., Van herle, J., "Modelling the impact of creep on the probability of failure of a solid oxide fuel cell stack", *Journal of the European Ceramic Society*, Vol. 34, 2695–2704, 2014.
8. M. Peksen, "Numerical thermomechanical modelling of solid oxide fuel cells", *Progress in Energy and Combustion Science*, volume 48, pp. 1-20, 2015.
9. Boccaccini, D. N., Sevecek, O., Frandsen, H.L., Dlouhy, I., Molin, S., Cannio, M., Hjelm, J. and

26. Hetnarski, R. B., Eslami, M. R., "Thermal stress: Advanced in Theory", springer publication, New York, USA, 2008.
27. Rogers, W. A. , Gemmen, R. S. , Johnson, C. , Prinkey, M. and Shahnam, M. ., "Validation and Application of a CFD-Based Model for Solid Oxide Fuel Cells and Stacks", ASME 2003 1st International Conference on Fuel Cell Science, New York, USA, 2003
28. Hussain, M.M., Li, X.,and Dincer, I., "Mathematical modeling of planar solid oxide fuel cells", Journal of Power Sources, Vol. 161, Iss. 2, pp. 1012-1022, 2006.
29. Shao, Q., Bouhala, L., Fiorelli, D., Fahs, M., Younes, A., Núñez, P., Belouettar, S., and Makradi,A., " Influence of fluid flow and heat transfer on crack propagation in SOFC multi-layered like material with anisotropic porous layers", International Journal of solids and structures, Vol. 97, 189-198, 2016.
30. Shao, Q., Fernández-González, R., Ruiz-Morales, J.C., Bouhala, L., Fiorelli, D., Younes, A., Núñez, P., Belouettar, S., and , Makradi,A. "An advanced numerical model for energy conversion and crack growth predictions in Solid Oxide Fuel Cell units", International Journal of Hydrogen Energy, Vol. 40, Iss. 46, pp. 16509 – 16520, 2015.
- journal of energy research, Vol. 42, Iss 5, pp 2010-2020, 2018.
20. Wang, C., Yang, J.J., Huang, W., Zhang, T., Yan, D., Pu, J., Chi, B., Li, J., "Numerical simulation and analysis of thermal stress distributions for a planar solid oxide fuel cell stack with external manifold structure", International journal of hydrogen Energy, Vol. 45, Iss. 45, pp 20900-20910, 2018
21. Bove, R. and Ubertini, S., "Modeling Solid Oxide Fuel Cells Methods, Procedures and Techniques, Fuel Cell and Hydrogen Energy, springer", New York, USA, 2008.
22. Singh, P. and Bansal, P., "Advances in Solid Oxide Fuel Cells IV", John Wiley, New York, USA, 2008.
23. Ho, T. X., Kosinski, P., Hoffmann, A.C., and Vik, A., "Effects of heat sources on the performance of a planar solid oxide fuel cell", International Journal of Hydrogen Energy, Vol.35. Iss.9, pp. 4276-4284, 2010.
24. Nehter, P., "Theoretical analysis of High Fuel Utilization Solid Oxide Fuel Cell", Nova Science publications, New York, USA, 2008.
25. Boley, B.A. and Weiner, J. H., "Theory of thermal stresses", Dover publication, New York, USA, 1997.

