

طراحی کنترل کننده پیش بین تابعی مرتبه کسری برای سامانه شناور مغناطیسی

نوشین بیگدلی*

دانشکده فنی و مهندسی
دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)

مهسا صنعتی زاده^۲

موسسه آموزش عالی کارون

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۱۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۱۱)

چکیده

سامانه شناور مغناطیسی در سال های اخیر به طور گسترده در صنایع مختلف مورد توجه قرار گرفته است. این سامانه به صورت حلقه باز به شدت غیرخطی و ناپایدار است؛ از این رو، مدل سازی و طراحی کنترل کننده برای چنین سامانه ای، مسئله ای چالشی محسوب می شود. در این مقاله با استفاده از مدل خطی شناور مغناطیسی کنترل کننده پیش بین تابعی مرتبه کسری برای آن طراحی شده است. ابتدا سامانه ناپایدار به دو سامانه پایدار تجزیه می شود، سپس با استفاده از سامانه های به دست آمده کنترل کننده پیش بین تابعی با تابع هزینه مرتبه کسری طراحی می شود. از آنجا که استفاده از حسابان مرتبه کسری باعث افزایش درجه آزادی در سامانه کنترلی می شود، طراحی این کنترل کننده سبب بهبود عملکرد سامانه حلقه بسته می گردد. همچنین بررسی پایداری مقاوم سامانه حلقه بسته با در نظر گرفتن به نامعینی و خطای مدل سازی با استفاده از قضیه بهره کوچک صورت می گیرد. نتایج شبیه سازی، عملکرد مناسب کنترل کننده در شرایط نامی و وجود نامعینی را نشان می دهد. با توجه به نتایج، با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی، بالا زدگی حذف شده و معیارهایی مانند زمان صعود و زمان نشست بیش از ۵۰٪ نسبت به کنترل کننده های یک درجه و دو درجه آزادی تناسبی- مشتقی- انتگرالی مرتبه صحیح و مرتبه کسری مطرح شده در مراجع، بهبود یافته است.

واژه های کلیدی: سامانه شناور مغناطیسی، سامانه ناپایدار، کنترل کننده پیش بین تابعی، کنترل کننده مرتبه کسری

The Design of Fractional-order Predictive Functional Controller for Magnetic Floating System

N. Bigdeli

M. Sanatizadeh

Faculty of Technical & Engineering
Imam Khomeini International University
(Received, 3/September/2019 ; Accepted, 1/January/2020)

ABSTRACT

Magnetic levitation systems (Maglev) are widely used in various industries. Open loop Maglev system is highly nonlinear and unstable. Therefore, designing a simple, but effective controller for such a system is a challenging problem. In this paper, a fractional order Predictive Functional Controller (FPFC) is proposed for control of Magnetic Levitation system based on its linearized unstable model. At first, the unstable plant is decomposed into two stable models. Then, using these two stable models and employing fractional order cost function, the PFC controller is designed. Because of more degrees of freedom and its flexibility of fractional order calculus, the proposed fractional PFC would improve the performance of closed loop system, noticeably. Robust stability of closed-loop system has been also studied considering the uncertainties and model mismatches via small gain theorem. Simulation results show good performance of the proposed controller in nominal and perturbed conditions. Based on provided simulations, via the proposed controller, overshoot has been omitted and performance indices have been improved more than 50% with respect to first and second order of freedom integer/fractional order PID controllers, designed for this system, in the literature.

Keywords Magnetic levitation system, Unstable system, Predictive functional controller, Fractional order controller.

*۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): n.bigdeli@eng.ikiu.ac.ir

۲- استادیار: m.sanatizadeh@karoon.ac.ir

۱- مقدمه

مطرح شد. در دهه‌های اخیر با پیشرفت پردازشگرها، این مبحث به تدریج مورد توجه علوم مهندسی از جمله مهندسی کنترل قرار گرفت و در این راستا پیشرفت‌هایی حاصل گردید. حسابان کسری به‌طور عمده در مدل‌سازی و توصیف فرآیندهای فیزیکی و کنترل سامانه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در سال‌های اخیر انواع کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری به جهت بهبود عملکرد و کنترل سامانه‌های مختلف ارائه شده و مورد بررسی قرار گرفته است.

کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری درجه آزادی و انعطاف بیشتری نسبت به انواع مرتبه صحیح دارند. ساین در سال ۲۰۱۷ کنترل‌کننده‌های یک درجه آزادی تناسبی- مشتقی- انتگرالی مرتبه کسری و دو درجه آزادی تناسبی- مشتقی- انتگرالی مرتبه کسری معرفی کرده است [۷]. در [۷] عملکرد سامانه با نوع مرتبه صحیح کنترل‌کننده مقایسه شده است. با توجه به نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده مرتبه کسری عملکرد بهتری نسبت به نوع مرتبه صحیح دارد. در [۸-۱۰] کنترل‌کننده مدلفزشی مقاوم برای سامانه شناور مغناطیسی ارائه شده است.

دلواری در سال ۲۰۱۷ کنترل‌کننده پسگام مدلفزشی تطبیقی مرتبه کسری جهت پایدارسازی و ردیابی مناسب شناور مغناطیسی ارائه کرده است [۱۱]. در این روش از حسابان کسری به جهت افزایش درجه آزادی و مقاومت بیشتر کنترل‌کننده استفاده شده است. از طرفی کنترل‌کننده‌های پیش‌بین^۵ که به دلیل سادگی و قابلیت پیاده‌سازی جزو کنترل‌کننده‌های پرکاربرد می‌باشند، در دهه‌های اخیر توجه بیشتری را به خود معطوف کرده‌اند. همچنین این دسته از کنترل‌کننده‌ها قابل استفاده برای طیف وسیعی از سامانه‌ها می‌باشند؛ که می‌توان به مواردی مانند: سامانه‌های با زمان تأخیر زیاد [۱۲-۱۳]، سامانه‌های ناکمینه‌فاز [۱۴-۱۷]، سامانه‌های چندمتغیره [۱۸-۱۹] و سامانه‌های ناپایدار [۲۰] اشاره کرد. یادگیری اصول کنترل‌کننده‌های پیش‌بین بسیار ساده می‌باشد؛ پارامترهای آن به سادگی تنظیم می‌شوند و بر مبنای پیش‌بینی سیگنال خروجی سامانه در

سامانه‌های شناور مغناطیسی که اساس ساخت قطارهای مغناطیسی می‌باشند، فناوری بدون تماسی هستند که به دلیل عدم وجود اصطکاک، نویز و لرزش‌های ناشی از تماس مکانیکی اجزا، موجب کاهش هزینه تعمیرات شده و بازده سامانه را بالا برده‌اند. این فناوری در زمینه‌های گوناگون دیگر از قبیل مهندسی پزشکی، هوا و فضا، مهندسی برق و ساخت سامانه‌های اندازه‌گیری کاربرد دارد [۱]. این سامانه به‌صورت حلقه‌باز به شدت ناپایدار است؛ از این‌رو، مدل‌سازی و طراحی کنترل‌کننده برای چنین سامانه‌ای مسئله چالشی محسوب می‌شود [۲]. با توجه به اهمیت این موضوع، تاکنون کنترل‌کننده‌های بسیاری جهت کنترل این سامانه طراحی و ارائه شده‌اند. کنترل‌کننده‌های تناسبی- مشتقی- انتگرالی^۱ یکی از پرکاربردترین کنترل‌کننده‌های صنعتی هستند که به دلیل سهولت طراحی و پیاده‌سازی مورد توجه قرار گرفته‌اند؛ اما در سامانه‌هایی که دارای باند مرده، تاخیر زیاد و عدم تطبیق مدل با سامانه هستند، قابلیت کمتری دارند. مهمترین مسئله در طراحی این نوع کنترل‌کننده‌ها، تنظیم پارامترها می‌باشد. عبدالهادی در سال ۲۰۰۸ از روش‌های فازی برای تنظیم پارامترهای این نوع کنترل‌کننده استفاده کرده است [۳].

لین در سال ۲۰۱۱ و مارجان در سال ۲۰۰۳ با استفاده از منطق فازی، کنترل‌کننده‌های تناسبی- مشتقی- انتگرالی را ارائه کرده‌اند [۴ و ۵]. در کنترل‌کننده با یک درجه آزادی به دلیل قرار گرفتن صفر تابع تبدیل حلقه بسته در جای نامناسب، بالازدگی زیادی در پاسخ پله مشاهده می‌شود. آقای گاش در سال ۲۰۱۴ کنترل‌کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی با دو درجه آزادی^۲ ارائه کرده است که در آن برخلاف کنترل‌کننده‌های کلاسیک یک درجه آزادی، با استفاده از یک مسیر پیشرو^۳ عملکرد مطلوب سامانه تضمین می‌شود [۶]. همچنین با انتخاب بهره مناسب مسیر پیشرو عملکرد مقاوم نیز بهبود می‌یابد.

مبحث حسابان کسری^۴ که به‌طور عمده بیانگر مشتق و انتگرال کسری است، حدود ۳۰۰ سال پیش برای اولین بار

¹ Proportional-Integral-Derivative (PID)

² Two Degree of Freedom (2DOF)

³ Feedforward

⁴ Fractional Calculus

⁵ Predictive Controller

آقای ژانگ و همکاران، در [۲۶] با استفاده از تقریب استالوپ^۳ سامانه مرتبه‌کسری با سامانه مرتبه‌صحیح تقریب زده و سپس، با استفاده از کنترل کننده پیش‌بین مرتبه‌کسری سامانه مورد نظر را کنترل نموده‌اند.

در این مقاله با استفاده از مدل خطی شناور مغناطیسی کنترل کننده پیش‌بین تابعی مرتبه‌کسری برای سامانه ناپایدار طراحی شده است. ابتدا سامانه ناپایدار به دو سامانه پایدار تجزیه می‌شود، سپس با استفاده از سامانه‌های به‌دست‌آمده، کنترل کننده پیش‌بین با تابع هزینه مرتبه‌کسری طراحی می‌شود. پایداری سامانه حلقه‌بسته با توجه به نامعینی موجود بین سامانه واقعی و مدل تقریبی بررسی می‌شود. بررسی پایداری مقاوم با استفاده از قضیه بهره‌کوچک^۴ صورت می‌گیرد.

۲- حسابان مرتبه‌کسری

ابزار حسابان کسری بعد از تکامل به طریق عمده با ارتقاء کیفیت مدل‌سازی و ارتقاء کارایی کنترل کننده‌ها باعث بهبود کارایی حلقه‌های کنترلی شده است. این ابزار با فراهم آوردن بستر وسیع‌تری برای مدل‌های دینامیکی به مدل‌سازی دقیق‌تر فرآیندها کمک شایانی نموده است. حسابان کسری بر اساس اپراتور aD_t^α می‌باشد که بیانگر مشتق و انتگرال کسری است. اپراتور مشتق-انتگرال کسری به صورت (۱) تعریف می‌شود.

$$aD_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha}, & \alpha \in \mathbb{R}^+ \\ 1 & \alpha = 1 \\ [a^\alpha (d\theta)^{-\alpha}] & \alpha \in \mathbb{R}^- \end{cases} \quad (1)$$

مشتق و انتگرال کسری دارای تعاریف مختلفی هستند که معروف‌ترین آنها تعاریف گرانوالد-لتنیکوف^۵، ریمان-لیویل^۶ و کاپوتو^۷ می‌باشند [۲۷]. در این مقاله از تعریف گرانوالد-لتنیکوف استفاده می‌شود که در ادامه معرفی می‌شود. مشتق مرتبه‌کسری با استفاده از تعریف گرانوالد-لتنیکوف به صورت (۲) می‌باشد:

فاصله‌ی هر زمان نمونه‌برداری می‌باشد. پیش‌بینی به‌طور صریح بر اساس مدل سامانه صورت می‌گیرد. کنترل پیش‌بین یک روش کنترل بهینه است، که با استفاده از قانون کنترل پیش‌بین، به نحوی که یک تابع هزینه معین شده کمینه شود، به‌دست می‌آید. سپس سیگنال کنترلی را محاسبه و به سامانه اعمال می‌کند تا خروجی سامانه در طول زمان معینی به مقدار سیگنال مرجع برسد [۲۱-۲۲]. تمرکز اصلی در طراحی کنترل کننده‌های پیش‌بین بر اساس سه روش کلی می‌باشد: پاسخ ضربه یا پاسخ پله، مدل تابع تبدیل و مدل فضای حالت. یکی از انواع کنترل کننده‌های پیش‌بین، کنترل کننده پیش‌بین تابعی^۱ می‌باشد، که در سال ۲۰۰۹ توسط آقای ریچلت معرفی شد. این کنترل کننده از مدل فضای حالت استفاده می‌کند و عموماً برای فرآیندهای سریع استفاده می‌شود. همچنین در برابر خطاهای مدل‌سازی و تغییرات پارامترها مقاوم است [۲۳].

در کنترل کننده پیش‌بین تابعی با در نظر گرفتن تابع هزینه و یک یا چند نقطه تطابق^۲، سیگنال کنترل به‌دست می‌آید. سیگنال کنترل به‌صورت ترکیب خطی از چندین تابع پایه است و به‌گونه‌ای محاسبه می‌شود که تابع هزینه کمینه شود. این کنترل کننده به دلیل سادگی در صنعت بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۳].

کنترل کننده پیش‌بین مرتبه‌کسری یکی از این موارد است، که به تازگی مورد توجه قرار گرفته است؛ به دلیل این‌که کار کنترلی اندکی در این زمینه انجام شده است همچنان مورد توجه است و نیاز به بررسی بیشتری دارد. تابع هزینه در این دسته از کنترل کننده‌های پیش‌بین به صورت مرتبه‌کسری تعریف می‌شود [۲۴].

در سال ۲۰۱۵، در [۲۵] با تعریف تابع هزینه مرتبه‌کسری برای کنترل کننده پیش‌بین تابعی، کنترل کننده‌های پیش‌بین مرتبه‌کسری ارائه شده است؛ سامانه مورد بررسی در مقاله [۲۵] پایدار و مرتبه‌کسری است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده پیش‌بین مرتبه‌کسری نسبت به کنترل کننده پیش‌بین مرتبه‌صحیح عملکرد بهتری دارد.

³ Oustaloup

⁴ Small-gain theorem

⁵ Grunwald-Letnikov

⁶ Riemann-Liouville

⁷ Cupoto

¹ Predictive Functional Control (PFC)

² Coincidence point

که $f(i, x) = k \frac{i^2}{x^2}$ می‌باشد. با استفاده از تبدیل لاپلاس رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta x}{\Delta x} = \frac{-k_i}{s^2 - k_x}, k_i = \frac{2g}{i_0}, k_x = \frac{2g}{x_0} \quad (۸)$$

با توجه به این که جریان سیم پیچ متناسب با ولتاژ سیم پیچ است و با در نظر گرفتن رابطه $i = k_1 u$ ، رابطه (۹) به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta x}{\Delta u} = \frac{-k_1 k_i}{s^2 - k_x} \quad (۹)$$

که در آن، k_1 ضریب ثابت تناسب و Δu افزایش ولتاژ کنترلی از نقطه تعادل است. با در نظر گرفتن ضریب ثابت k_2 برای حسگر مورد استفاده در سامانه شناور مغناطیسی، تابع تبدیل نهایی به دست می‌آید:

$$G_p(s) = \frac{\Delta x_v}{\Delta u} = \frac{-k_1 k_2 k_i}{s^2 - k_x} \quad (۱۰)$$

که در آن، x_v خروجی حسگر بر حسب ولت می‌باشد. براساس مقادیر داده شده در [۷] تابع تبدیل (۱۰) به صورت (۱۱) به دست می‌آید:

$$G_p(s) = \frac{-b}{s^2 - p^2} = \frac{-3518.85}{s^2 - 2180} = \frac{-3518.85}{(s - 46.69)(s + 46.69)} \quad (۱۱)$$

با توجه به تابع تبدیل (۱۱) قطب‌ها در ± 46.69 قرار دارند و به شدت ناپایدار می‌باشد.

۴- طراحی کنترل کننده پیش بین تابعی مرتبه کسری

در این قسمت به معرفی کنترل کننده مدل پیش بین مرتبه کسری پیشنهادی می‌پردازیم. با توجه به این که کنترل کننده پیش بین تابعی به صورت کلاسیک برای سامانه‌های پایدار طراحی می‌شود ابتدا سامانه را به قسمت‌های پایدار تجزیه می‌کنیم و سپس با استفاده از تابع هزینه مرتبه کسری قانون کنترلی را معرفی می‌کنیم.

$${}^G D_t^\alpha f(t) = \quad (۲)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^i \binom{\alpha}{i} f(t-ih)$$

که در آن، $0 < \alpha < 1$ مرتبه عملگر مشتق می‌باشد و $\binom{\alpha}{i}$

به صورت (۳) تعریف می‌شود:

$$\binom{\alpha}{i} = \frac{\alpha!}{i!(\alpha-i)!} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(i+1)\Gamma(\alpha-i+1)} \quad (۳)$$

که در آن، تابع $\Gamma(\cdot)$ به صورت (۴) بیان می‌گردد:

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt, x \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad (۴)$$

۳- مدل دینامیکی شناور مغناطیسی

سامانه شناور مغناطیسی که در این مقاله استفاده می‌شود شامل یک گوی معلق در هوا است که توسط سیم پیچ مغناطیسی نگه داشته می‌شود. با تغییر ولتاژ سیم پیچ، ارتفاع گوی نیز تغییر می‌کند. ساده ترین مدل غیر خطی سامانه شناور مغناطیسی به صورت (۵) می‌باشد که بر حسب x (موقعیت گوی) و i (جریان سیم پیچ) می‌باشد [۶]:

$$m\ddot{x} = mg - k \frac{i^2}{x^2} \quad (۵)$$

که در آن، m جرم گوی و g ثابت گرانش می‌باشد، همچنین k به متغیرهای سامانه بستگی دارد. با توجه به غیر خطی بودن سامانه (۵) به منظور طراحی کنترل کننده، سامانه (۵) در نقطه تعادل x_0, i_0 به صورت (۶) خطی سازی می‌شود. به این منظور با در نظر گرفتن $\ddot{x} = 0$ داریم:

$$k = \frac{mgx_0^2}{i_0^2} \quad (۶)$$

همچنین با در نظر گرفتن $\Delta x = x_0 + \Delta x, i = i_0 + \Delta i$ که در آن، $\Delta x, \Delta i$ انحراف کوچکی از نقطه تعادل می‌باشد، داریم:

$$\Delta \ddot{x} = -\left(\frac{\partial f(i, x)}{\partial i} \right) \Big|_{i_0, x_0} \Delta i + \left(\frac{\partial f(i, x)}{\partial i} \right) \Big|_{i_0, x_0} \Delta x \quad (۷)$$

$$\beta_i = \alpha_i - a_i^+, i = 1, \dots, r \quad (17)$$

با در نظر گرفتن شکل ۱ روابط (۱۸) و (۱۹) به‌دست می‌آید:

$$Y_m(z) = G_{m1}(z)U(z) + G_{m2}(z)Y_m(z) \quad (18)$$

$$G_{m1} = \frac{B(z)}{A^-(z)A(z)}, G_{m2} = \frac{\beta(z)}{A(z)} \quad (19)$$

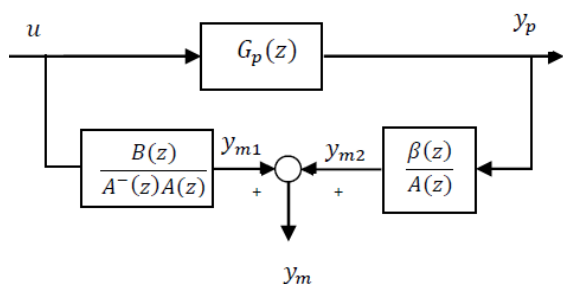
با در نظر گرفتن این فرض که خروجی سامانه $y_p(z)$ و خروجی مدل $y_m(z)$ برابر هستند، رابطه زیر را داریم [۲۸]:

$$Y_m(z) = G_{m1}(z)U(z) + G_{m2}(z)Y_p(z) \quad (20)$$

نمایش فضای حالت سامانه‌های G_{m1} و G_{m2} توسط معادلات (۲۱) و (۲۲) نشان داده می‌شود:

$$G_{m2} : \begin{cases} x_{m2}(k+1) = A_{m2} x_{m2}(k) + B_{m2}(k)u(k) \\ y_{m2}(k) = C_{m2} x_{m2}(k) \end{cases} \quad (21)$$

$$G_{m1} : \begin{cases} x_{m1}(k+1) = A_{m1} x_{m1}(k) + B_{m1}(k)y_p(k) \\ y_{m1}(k) = C_{m1} x_{m1}(k) \end{cases} \quad (22)$$



شکل (۲): بلوک دیاگرام پیش‌بینگر مدل تجزیه شده به سامانه‌های پایدار.

در شکل ۲ بلوک دیاگرام سامانه پیش‌بینی کننده را مشاهده می‌کنیم که در آن x_{m1} و x_{m2} حالت‌های مدل سامانه هستند [۲۸].

$$y_m(k+H) = y_{m1}(k+H) + y_{m2}(k+H) \quad (23)$$

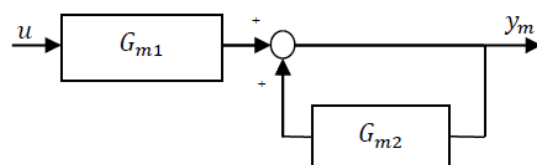
در این روش چند جمله‌ای مشخصه تابع تبدیل مورد نظر برای سامانه را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. سامانه G_p را در نظر می‌گیریم [۲۸]:

$$G_p(z) = \frac{B(z)}{A^-(z)A^+(z)} \quad (12)$$

که دارای r قطب ناپایدار و $n-r$ قطب پایدار می‌باشد. $A^-(z)$ مربوط به چندجمله‌ای با $n-r$ قطب پایدار و $A^+(z)$ مربوط به چندجمله‌ای با r قطب ناپایدار می‌باشد. عبارت $A^+(z)$ به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$A^+(z) = z^r + a_1^+ z^{r-1} + \dots + a_{r-1}^+ z + a_r^+ \quad (13)$$

قسمت ناپایدار سامانه را می‌توان به‌صورت اتصال یک سامانه پسخوردار و یک سامانه ساده نمایش داد؛ به‌صورتی که هر کدام از سامانه‌ها پایدار باشند.



شکل (۱): بلوک دیاگرام مدل تجزیه شده به سامانه‌های پایدار.

در شکل ۱ بلوک دیاگرام مدل تجزیه شده به سامانه‌های پایدار نمایش داده شده است که در آن G_{m1} و G_{m2} توابع تبدیل پایداری هستند که در ادامه به‌دست آورده می‌شوند:

$$\frac{1}{A^+} = \frac{1}{A} \times \frac{1}{1 - \frac{\beta(z)}{A(z)}} \quad (14)$$

که در آن، $A(z)$ یک چندجمله‌ای پایدار از درجه r می‌باشد و λ توسط طراح تعیین می‌شود:

$$A(z) = (z - \lambda)^r \quad (15)$$

قطب‌های چندجمله‌ای (۱۵) بر عملکرد سامانه تاثیر می‌گذارد و مخرج تابع تبدیل پسخور توسط چند جمله‌ای (۱۶) نشان داده می‌شود:

$$\beta(z) = \beta_1 z^{r-1} + \dots + \beta_{r-1} z + \beta_r \quad (16)$$

ضرایب چندجمله‌ای (۱۶) به‌صورت (۱۷) محاسبه می‌شود:

و I_1 ، I_2 ماتریس واحد با ابعاد مناسب می‌باشند. با در نظر گرفتن رابطه (۳۰) داریم:

$$\begin{bmatrix} y_m(k+1) \\ y_m(k+1) \\ \vdots \\ y_m(k+H) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{m1}A_{m1}^1 \\ C_{m1}A_{m1}^2 \\ \vdots \\ C_{m1}A_{m1}^H \end{bmatrix} x_{m1}(k) \dots$$

$$\dots + \begin{bmatrix} \Gamma_{1,1} \\ \Gamma_{1,2} \\ \vdots \\ \Gamma_{1,H} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} C_{m2}A_{m2}^1 \\ C_{m2}A_{m2}^2 \\ \vdots \\ C_{m2}A_{m2}^H \end{bmatrix} x_{m2}(k) \dots$$

$$\dots + \begin{bmatrix} \Gamma_{21,1} \\ \Gamma_{21,1} \\ \vdots \\ \Gamma_{21,H} \end{bmatrix} \omega(k) - \begin{bmatrix} \Gamma_{22,1} \\ \Gamma_{22,2} \\ \vdots \\ \Gamma_{22,H} \end{bmatrix} e(k) \quad (32)$$

$$\Rightarrow \underline{Y}_m = Mx_{m1}(k) + Nu(k) + Ox_{m2}(k) + P\omega(k) - Ve(k)$$

و با در نظر گرفتن تابع هزینه (۳۳):

$$J = e^T Q e \quad (33)$$

تابع هزینه مرتبه کسری به صورت (۳۴) تعریف می‌شود [۲۵]:

$$J_{FFC} = {}^\gamma I_{N_1}^{N_2} e^T Q e = \int_{N_1 T_s}^{N_2 T_s} D^{1-\gamma} ({}^\alpha e^T Q {}^\alpha e) dt \quad (34)$$

که در آن:

$$Q = \bar{Q}^2, \bar{\Lambda}(\gamma, T_s) = \text{blockdiag} \{ T_s^\gamma \varphi_{m-j} \bar{Q} \}$$

$$\varphi_{m-j} = w_j - w_{j-m}$$

$$w_k = \begin{cases} (-1)^k \binom{-\gamma}{k} & \text{for } k \geq 0 \\ 0 & \text{for } k \leq 0 \end{cases} \quad (35)$$

$$j = 0, 1, \dots, m$$

$$m = N_2 - N_1$$

که در آن γ مرتبه کسری مشتق برای تابع هزینه است. با در نظر گرفتن:

$$e(k) = \omega(k) - y_m(k) - d_k(k)$$

$$y_{m1}(k+H) = C_{m1}(A_{m1}^H x_{m1}(k) + \sum_{i=1}^H A_{m1}^{H-i} B_{m1} u(k+i-1)) \quad (24)$$

$$y_{m2}(k+H) = C_{m2}(A_{m2}^H x_{m2}(k) + \sum_{i=1}^H A_{m2}^{H-i} y_p(k+i-1)) \quad (25)$$

ایده اصلی کنترل کننده پیش‌بین تابعی توسط معادله (۲۶) توصیف می‌شود:

$$\omega(k+H) - y_m(k+H) = a_r^H e(k) \quad (26)$$

که در آن، ω سیگنال مرجع و $0 < a_r < 1$ ضریب میرایی نمایی است و H نقطه تطابق در کنترل کننده پیش‌بین تابعی است و $e(k)$ خطاست که از رابطه (۲۷) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} e(k) = \omega(k) - y_p(k) \\ d_k(k) = y_p(k) - y_m(k) \end{cases} \quad (27)$$

$$\Rightarrow e(k) = \omega(k) - y_m(k) - d_k(k)$$

با در نظر گرفتن مفروضات زیر:

$$\begin{cases} u(k) = u(k+1) = \dots = u(k+H-1) \\ \omega(k) = \omega(k+1) = \dots = \omega(k+H) \end{cases} \quad (28)$$

و این که y_m (خروجی مدل) تقریباً با y_p (خروجی سامانه) برابر است؛ داریم:

$$y_p(k+i) = w(k+i) - a_r^i e(k) \quad (29)$$

با جایگذاری روابط (۲۴) و (۲۵) در رابطه (۲۳) و استفاده از رابطه‌های (۲۶) تا (۲۹) رابطه (۳۰) به دست می‌آید:

$$y_m(k+H) = C_{m1} A_{m1}^H x_{m1}(k) + \Gamma_{1,H} u(k) + C_{m2} A_{m2}^H x_{m2}(k) + \Gamma_{21,H} w(k) - \Gamma_{22,H} e(k) \quad (30)$$

که در آن:

$$\begin{cases} \Gamma_{1,H} = C_{m1} (A_{m1}^H - I_1) (A_{m1} - I_1) B_{m1} \\ \Gamma_{21,H} = C_{m2} (A_{m2}^H - I_2) (A_{m2} - I_2) B_{m2} \\ \Gamma_{22,H} = C_{m2} (A_{m2}^H - a_r^H I_2) (A_{m2} - a_r I_2) B_{m2} a_r \end{cases} \quad (31)$$

با استفاده از روابط (۲۷) و (۲۲-۲۱) و استفاده از تبدیل Z رابطه (۳۹) به دست می‌آید:

$$\left\{ \begin{aligned} e(k) &= \omega(k) - y_p(k) \\ \Rightarrow \omega(k) &= e(k) + y_p(k) \\ x_{m1}(k+1) &= A_{m1}x_{m1}(k) + B_{m1}(k)u(k) \\ \Rightarrow x_{m1}(z) &= (zI - A_{m1})^{-1} B_{m1}(z)u(z) \\ x_{m2}(k+1) &= A_{m2}x_{m2}(k) + B_{m2}(k)y_p(k) \\ \Rightarrow x_{m2}(z) &= (zI - A_{m2})^{-1} B_{m2}(z)y_p(z) \end{aligned} \right. \quad (۳۹)$$

با جایگذاری رابطه (۳۹) در قانون کنترلی رابطه (۳۷) رابطه (۴۰) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} u(k) &= (M^*(zI - A_{m1})^{-1} B_{m1}(z)u(z) \\ &+ O^*(zI - A_{m2})^{-1} B_{m2}(z)y_p(z) + \\ &(P - I)^*(e(k) + y_p(k)) - V^*e(k) \\ &+ I^* \times (y_p(k)) \\ \Rightarrow u(k) &= (M^*(zI - A_{m1})^{-1} B_{m1}(z)u(z) \\ &+ O^*(zI - A_{m2})^{-1} B_{m2}(z)y_p(z) + \\ &(P)^*(y_p(k) - ((P - I)^* - V^*)e(k)) \end{aligned} \quad (۴۰)$$

رابطه (۴۰) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$u(k) = F^*u(z) + H^*y_p(z) + g^*e(k) \quad \text{که در آن:}$$

$$\left\{ \begin{aligned} g^* &= ((P - I)^* - V^*) \\ F^* &= M^*(zI - A_{m1})^{-1} B_{m1}(z) \\ H^* &= O^*(zI - A_{m2})^{-1} B_{m2}(z) + (P)^* \end{aligned} \right. \quad (۴۱)$$

بر اساس روابط (۳۷-۴۱) بلوک دیاگرام سامانه حلقه‌بسته در شکل ۳ نمایش داده شده است که در آن Δ_m نامعینی جمعی است و تابع تبدیل سامانه حلقه‌بسته از زیر به دست می‌آید:

$$\frac{y_p}{\omega} = \frac{g^* G_p(z)}{1 - F^*(z) + g^* G_p(z) - G_p(z)H^*(z)} \quad (۴۲)$$

و با کمینه کردن تابع هزینه (۳۵)، سیگنال کنترلی از رابطه (۳۶) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} u(k) &= -(N^T \bar{\Lambda} N)^{-1} N^T \bar{\Lambda} (Mx_{m1}(k) \\ &+ Ox_{m2}(k) + P\omega(k) - Ve(k) + I \times d_k \\ &- I \times \omega(k)) \\ \Rightarrow u(k) &= -(N^T \bar{\Lambda} N)^{-1} N^T \bar{\Lambda} (Mx_{m1}(k) \\ &+ Ox_{m2}(k) + P\omega(k) - Ve(k) + \\ &I \times (y_p(k) - y_m(k)) - I \times \omega(k)) \\ \Rightarrow u(k) &= -(N^T \bar{\Lambda} N)^{-1} N^T \bar{\Lambda} (Mx_{m1}(k) \\ &+ Ox_{m2}(k) + P\omega(k) - Ve(k) + \\ &I \times (y_p(k)) - (C_{m1}x_{m1}(k) + C_{m2}x_{m2}(k)) - I \times \omega(k)) \\ \Rightarrow u(k) &= -(N^T \bar{\Lambda} N)^{-1} N^T \bar{\Lambda} \times \\ &((M - I \times C_{m1})x_{m1}(k) \\ &+ (O - I \times C_{m2})x_{m2}(k) + (P - I)\omega(k) \\ &- Ve(k) + I \times (y_p(k))) \end{aligned} \quad (۳۶)$$

۵- بررسی پایداری مقاوم

مدلی که برای طراحی کنترل کننده استفاده می‌شود تقریبی از سامانه واقعی می‌باشد. بنابراین، عملکرد مقاوم سامانه حلقه‌بسته به نامعینی موجود بین سامانه واقعی و مدل تقریبی بستگی دارد. در این بخش به بررسی پایداری مقاوم با استفاده از قضیه بهره کوچک می‌پردازیم. به منظور بررسی پایداری مقاوم، ابتدا تابع تبدیل سامانه محاسبه می‌گردد. با استفاده از رابطه (۳۶) رابطه (۳۷) به دست می‌آید:

$$u(k) = (M^* x_{m1}(k) + O^* x_{m2}(k) + (P - I)^* \omega(k) - V^* e(k) + I^* \times (y_p(k))) \quad (۳۷)$$

که در آن:

$$\left\{ \begin{aligned} M^* &= (N^T \bar{\Lambda} N)^{-1} N^T \bar{\Lambda} (M - I \times C_{m1}) \\ O^* &= -(N^T \bar{\Lambda} N)^{-1} N^T \bar{\Lambda} (O - I \times C_{m2}) \\ (P - I)^* &= -(N^T \bar{\Lambda} N)^{-1} N^T \bar{\Lambda} (P - I) \\ V^* &= -(N^T \bar{\Lambda} N)^{-1} N^T \bar{\Lambda} V \\ I^* &= -(N^T \bar{\Lambda} N)^{-1} N^T \bar{\Lambda} I \end{aligned} \right. \quad (۳۸)$$

$$N_1 = 100, N_2 = 130, a_r = 0.8,$$

$$H = 130, \lambda = 0.999, \gamma = 0.25$$

با توجه به معادلات (۱۹-۱۲) عوامل G_{m1} و G_{m2} توسط معادله (۴۷) محاسبه می‌شوند:

$$G_{m1}(z) = \frac{-2.97 \times 10^{-5}(z+1)}{(z-0.999)(z-0.9939)}, \quad (47)$$

$$G_{m2}(z) = \frac{0.007}{(z-0.999)}$$

فرآیند شبیه‌سازی در دو بخش صورت گرفته است، که در بخش اول عملکرد کیفی کنترل‌کننده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و با کنترل‌کننده‌های معرفی شده در مقاله [۷] مقایسه می‌شود. در بخش دوم عملکرد مقاوم بررسی خواهد شد.

۶-۱- ارزیابی کیفی عملکرد

با در نظر گرفتن پارامترهای داده‌شده مربوط به کنترل‌کننده پیشنهادی، در شکل ۴ پاسخ پله سامانه حلقه‌بسته و همچنین سیگنال کنترل مربوط به آن مشاهده می‌شود. با توجه به پارامترهای پاسخ گذرا (بیشترین بالازدگی، زمان صعود، زمان نشست) در جدول ۱ مقایسه‌ای بین کنترل‌کننده معرفی شده و کنترل‌کننده مقاله [۷] صورت گرفته است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، پاسخ پله کنترل‌کننده ارائه‌شده بدون بالازدگی است در صورتی که تمامی کنترل‌کننده‌های مقاله [۷] دارای بالازدگی هستند.

با توجه به جدول ۱ کمترین زمان نشست مربوط به کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله می‌باشد. اگرچه کمترین زمان صعود مربوط به کنترل‌کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی مرتبه‌کسری یک درجه آزادی^۲ است، ولی زمان صعود کنترل‌کننده پیشنهادی نسبت به دیگر کنترل‌کننده‌ها مناسبتر است.

با توجه به توضیحات فوق عملکرد گذرای کنترل‌کننده پیشنهادی نسبت به دیگر کنترل‌کننده‌ها بهتر می‌باشد. در قسمت بعدی به بررسی اثر پارامترهای کنترل‌کننده بر خروجی سامانه حلقه‌بسته می‌پردازیم. در شکل ۵ اثر تغییر

نامعینی بین سامانه واقعی و مدل تقریبی توسط

نامعینی جمعی توصیف می‌شود:

$$G_p(z) = G(z) + \Delta_m \quad (43)$$

با توجه به شکل ۳ و با استفاده از نمایش $M - \Delta$ تابع

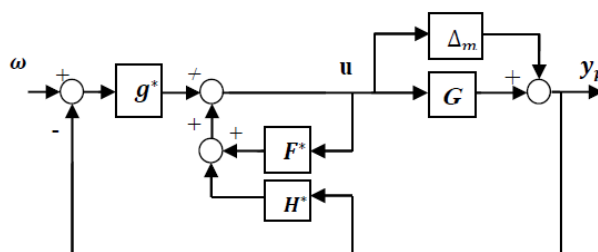
تبدیل (۴۴) به دست می‌آید:

$$M = \frac{-g^* + H^*(z)}{1 - F^*(z) + g^* G_p(z) - G_p(z)H^*(z)} \quad (44)$$

با استفاده از رابطه (۴۴) شرط پایداری مقاوم توسط

رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\|M(z)\Delta_m(z)\|_{\infty} < 1, \forall \omega \in (-\infty, \infty) \quad (45)$$



شکل (۳): بلوک دیاگرام سامانه کنترل حلقه‌بسته.

۶-۲ نتایج و شبیه‌سازی

در این بخش کنترل‌کننده پیش‌بین مرتبه‌کسری طراحی شده برای سامانه شناور مغناطیسی با مدل شناور مغناطیسی در نرم‌افزار متلب^۱ شبیه‌سازی شده است. نتایج به دست آمده در شبیه‌سازی بیانگر عملکرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله می‌باشد. نتایج کنترل‌کننده پیشنهادی با کنترل‌کننده [۷] مقایسه خواهد شد. با در نظر گرفتن تابع تبدیل در معادله (۱۱) و زمان نمونه‌برداری ۰/۰۰۰۱۳ ثانیه، تابع معادله (۴۶) به دست می‌آید:

$$G_{m1}(z) = \frac{-2.97 \times 10^{-5}(z+1)}{(z-0.999)(z-0.9939)}, \quad (46)$$

$$G_{m2}(z) = \frac{0.007}{(z-0.999)}$$

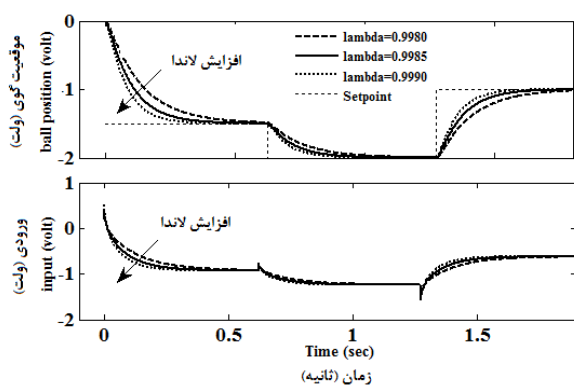
در این مقاله پارامترهای کنترل‌کننده به صورت زیر است:

² 1 DOF FOPID

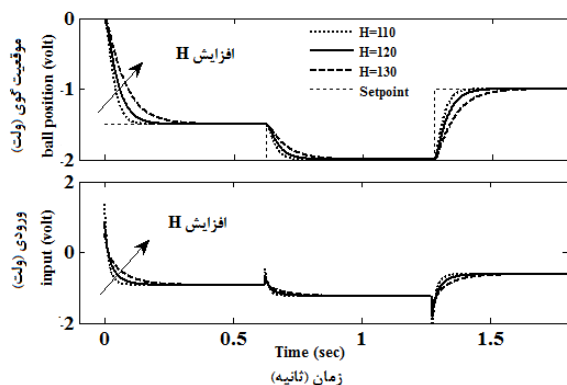
¹ Matlab Software

دیده می‌شود کنترل کننده اثر اغتشاش را به خوبی از بین برده است و توانسته سیگنال مرجع را دنبال کند. به منظور بررسی اثر نویز بر عملکرد سامانه، یک نویز اندازه‌گیری بامیانگین صفر و واریانس ۱ به سامانه اعمال شده است. در شکل ۸ مشاهده می‌شود که کنترل کننده در حضور نویز اندازه‌گیری توانسته سیگنال مرجع را دنبال کند.

در این قسمت پایداری مقاوم بررسی می‌شود. به این منظور در تابع تبدیل معادله (۱۱)، خطای بهره ۵٪ و خطای ثابت زمانی ۱۰٪ در نظر گرفته می‌شود. با توجه به رابطه (۴۳) نامعینی جمعی توسط معادله (۴۸) توصیف می‌شود.



شکل (۵): بررسی حساسیت سامانه حلقه‌بسته برای مقادیر متفاوت λ .



شکل (۶): بررسی حساسیت سامانه حلقه‌بسته برای مقادیر متفاوت H .

$$\Delta_m = G_p(s) - G(s) = \frac{1.6}{(0.02s-1)(0.02s+)} - \frac{1.52}{(0.018s-1)(0.018+1)} \quad (48)$$

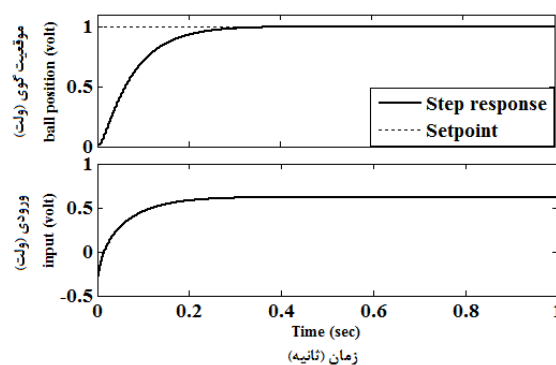
پارامتر λ بررسی می‌شود. در شکل پاسخ سامانه حلقه بسته و سیگنال کنترل مربوط برای مقادیر متفاوت λ مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود سرعت پاسخ سامانه حلقه‌بسته با افزایش λ ، افزایش می‌یابد. با توجه به سیگنال کنترل با افزایش λ سرعت افزایش می‌یابد. پاسخ خروجی هموار و بدون نوسان یا بالازدگی است.

در شکل ۶ اثر تغییر پارامتر H بررسی می‌شود. در شکل ۶ پاسخ سامانه حلقه‌بسته و سیگنال کنترل مربوط برای مقادیر متفاوت H مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود سرعت پاسخ سامانه حلقه‌بسته با افزایش H ، کاهش می‌یابد. با توجه به سیگنال کنترل با افزایش H سرعت کاهش می‌یابد. پاسخ خروجی هموار و بدون نوسان یا بالازدگی است.

جدول (۱): مشخصات زمانی پاسخ کنترل کننده‌های

مختلف برای سامانه شناور مغناطیسی.

کنترل کننده	بیشترین بالازدگی٪	زمان صعود	زمان نشست
1-DOF IOPID	۵۷/۰۳	۰/۳	۲/۳۸
1-DOF FOPID	۳۰/۶۶	۰/۰۵	۱/۵۴
2-DOF IOPID	۱/۸۶	۱/۲۱	۳/۰۶
2-DOF FOPID	۲/۴	۰/۳	۰/۸۵
Proposed FPFC	۰	۰/۱۵	۰/۲۸



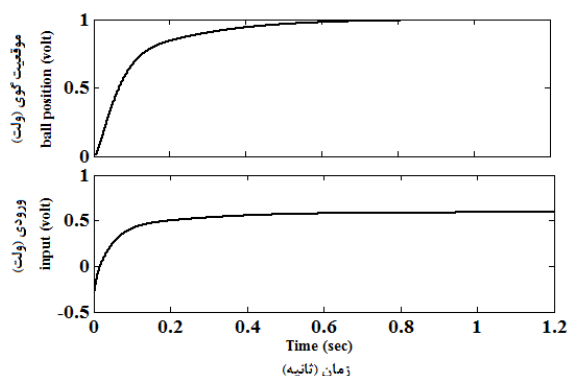
شکل (۴): پاسخ پله برای سامانه حلقه‌بسته.

۲-۶- ارزیابی عملکرد مقاوم

با توجه به [۷] کنترل کننده معرفی شده در مقاله سیگنال مربعی با میانگین $-1/5V$ را به‌عنوان سیگنال مرجع در نظر می‌گیریم. سیگنال پالسی با دامنه $0/1V$ و زمان تناوب $10s$ به‌صورت اغتشاش به خروجی سامانه وارد می‌شود. در شکل ۷ نتایج شبیه‌سازی مشاهده می‌شود. همان‌طور که

شکل (۹) پاسخ پله سامانه حلقه بسته با وجود خطای

بهره ۵٪ و خطای ثابت زمانی ۱۰٪-



شکل (۱۰): پاسخ پله سامانه حلقه بسته با وجود خطای بهره

۵٪+ و خطای ثابت زمانی ۱۰٪+

با در نظر گرفتن معادله (۱۱)، خطای بهره ۵٪+ و خطای ثابت زمانی ۱۰٪+ و با توجه به رابطه (۴۳) شرط پایداری در معادله (۵۰) بررسی می شود.

$$\begin{cases} \|\Delta_m(z)\|_{\infty} = 0.08 \\ \|M(z)\|_{\infty} = 10.6 \end{cases} \rightarrow \|M(z)\Delta_m(z)\|_{\infty} = 0.85 < 1 \quad (50)$$

در شکل ۱۰ پاسخ پله برای سامانه با خطای بهره ۵٪+ و خطای ثابت زمانی ۱۰٪+ مشاهده می شود.

جدول (۲): اثر مرتبه کسری بر پایداری با وجود خطای

بهره ۵٪- و خطای ثابت زمانی ۱۰٪-

	مرتبه‌ی کسری γ		
	۰/۱۵	۰/۲	۰/۲۵
$\ \Delta_m(z)\ _{\infty}$	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸
$\ M(z)\ _{\infty}$	۷/۵۲	۹/۲۸	۱۰/۶
$\ M(z)\Delta_m(z)\ _{\infty}$	۰/۶	۰/۷۴	۰/۸۵

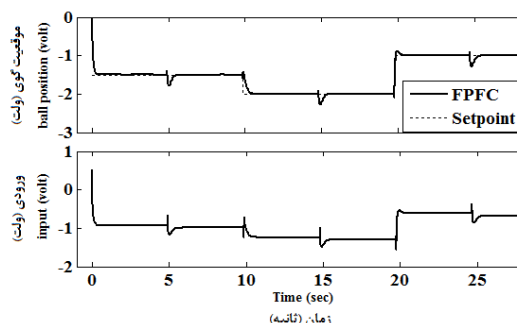
اضافه کردن حسابان کسری به کنترل کننده انعطاف پذیری و درجه آزادی بیشتری به سامانه می دهد. با در نظر گرفتن خطای بهره ۵٪- و خطای ثابت زمانی ۱۰٪-، برابر با ۰/۰۸ به دست می آید. به منظور بررسی اثر مقدار مرتبه کسری بر پایداری مقاوم، مقدار $\|M(z)\|_{\infty}$ به ازای مقادیر مختلف مرتبه کسری

که با توجه به رابطه (۴۸) و (۴۲) رابطه (۴۹) به دست

می آید.

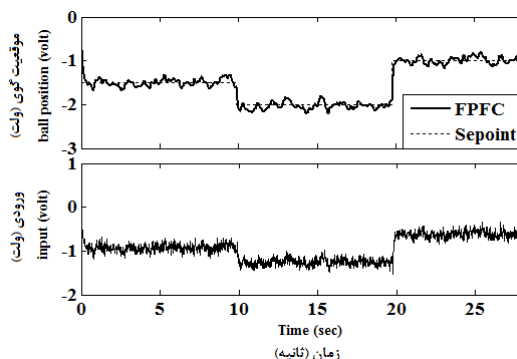
$$\begin{cases} \|\Delta_m(z)\|_{\infty} = 0.08 \\ \|M(z)\|_{\infty} = 10.6 \end{cases} \rightarrow \|M(z)\Delta_m(z)\|_{\infty} = 0.85 < 1 \quad (49)$$

با توجه به رابطه (۴۹) و (۴۵) شرط پایداری برآورده می شود. در شکل ۹ پاسخ پله برای سامانه با خطای بهره ۵٪- و خطای ثابت زمانی ۱۰٪- مشاهده می شود. همان طور که دیده می شود در پاسخ پله کمی بالازدگی ایجاد می شود.



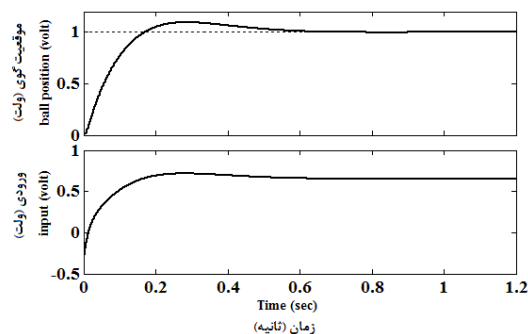
شکل (۷): پاسخ سامانه شناور مغناطیسی با اعمال

کنترل کننده مرتبه کسری و اغتشاش خروجی.



شکل (۸): پاسخ سامانه شناور مغناطیسی با اعمال

کنترل کننده مرتبه کسری تحت نویز خارجی.



تناسبی - مشتقی - انتگرالی مرتبه‌کسری با دو درجه آزادی ۵۰٪ بهبود یافته است.

زمان نشست روش پیشنهادی نسبت به کنترل کننده تناسبی - مشتقی - انتگرالی با یک درجه آزادی ۸۸٪ بهبود یافته، نسبت به کنترل کننده تناسبی - مشتقی - انتگرالی مرتبه‌کسری با یک درجه آزادی ۸۱٪ بهبود یافته، نسبت به کنترل کننده تناسبی - مشتقی - انتگرالی با دو درجه آزادی ۹۰٪ بهبود یافته، نسبت به کنترل کننده تناسبی - مشتقی - انتگرالی مرتبه‌کسری با دو درجه آزادی ۶۷٪ بهبود یافته است.

با اضافه شدن تابع هزینه‌ی مرتبه‌کسری به کنترل کننده مرتبه‌صحیح درجه آزادی کنترل کننده افزایش می‌یابد. همچنین کاهش مرتبه کسری موجب بهبود پایداری مقاوم می‌شود. به منظور بررسی عملکرد مقاوم کنترل کننده پیشنهادی، اغتشاش به سامانه اضافه شده که در هر ۵ ثانیه به سامانه اعمال می‌شود. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، مدت زمان ۱/۲ ثانیه طول می‌کشد تا کنترل کننده پیشنهادی اثر اغتشاش را از بین ببرد.

۸- مراجع

1. Yaghoubi, H. "The most important maglev applications", Journal of Engineering, Vol. 2013, pp. 1-19, 2013.
2. Qin, Y., Peng, H., Ruan, W., Wu, J., and Gao, J. "A modeling and control approach to magnetic levitation system based on state-dependent ARX model", J. Process Contr., Vol. 24, No. 1, pp. 93-112, 2014.
3. Abdel-Hady, F., Abuelenin, S. "Design and simulation of a fuzzy-supervised PID controller for a magnetic levitation system", Stud. Inform. Control, Vol. 17, No. 3, pp. 315-328, 2008.
4. Lin, CM., Lin, MH., and Chen, CW. "SoPC-based adaptive PID control system design for magnetic levitation system", IEEE Sys. J., Vol. 5, No. 2, pp. 278-87, 2011.
5. Marjan, G., Tovornik, B. "Modelling and control of the magnetic suspension system", ISA T., Vol. 42, No. 1, pp. 89-100, 2003.
6. Ghosh, A., Rakesh Krishnan, T., Tejaswy, P., Mandal, A., Pradhan, J. K., and Ranasingh, S. "Design and implementation of a 2-DOF PID compensation for magnetic levitation systems", ISA T., Vol. 53, No. 4, pp. 1216-1222, 2014.

به دست آورده شده است. مقدار $\|M(z)\Delta_m(z)\|_\infty$ به عنوان معیاری از پایداری مقاوم در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن خطای بهره ۵٪ و خطای ثابت زمانی ۱۰٪ با توجه به جدول ۲ با کاهش مرتبه کسری مقدار $\|M(z)\|_\infty$ کاهش می‌یابد. هرچه مقدار $\|M(z)\|_\infty$ کاهش یابد معیار پایداری عدد کوچکتری به دست می‌آید و پایداری مقاوم بهبود می‌یابد.

۷- نتیجه‌گیری

فناوری شناورهای مغناطیسی، یک فناوری پرکاربرد در صنایع مختلف می‌باشد. این سامانه به صورت حلقه‌باز به شدت ناپایدار است؛ از این رو، مدل‌سازی و طراحی کنترل کننده برای چنین سامانه‌ای مسئله چالشی محسوب می‌شود در مقاله حاضر با استفاده از کنترل پیش‌بین و بهره‌گیری از حسابان مرتبه‌کسری یک روش برای پایدارسازی سامانه شناور مغناطیسی ارائه شده است. استفاده از کنترل پیش‌بین مرتبه‌کسری، نوآوری روش ارائه شده است. بسیاری از کنترل کننده‌های ارائه شده برای کنترل سامانه‌های ناپایدار شامل انواع کنترل کننده‌های تناسبی - مشتقی - انتگرالی است. در طراحی کنترل کننده‌ها برای سامانه‌های ناپایدار، کنترل کننده‌های پیش‌بین به ندرت مورد توجه قرار گرفته‌اند زیرا مبنای بیشتر این دسته از کنترل کننده‌ها پایدار بودن سامانه تحت کنترل است. با توجه به مزایای کنترل کننده‌های پیش‌بین نسبت به کنترل کننده‌های تناسبی - مشتقی - انتگرالی با ارائه الگوریتم مناسب و بهره‌گیری از حسابان کسری، روش پیشنهادی ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی کنترل کننده پیشنهادی با کنترل کننده‌های مرسوم در [۷] مقایسه شده است.

در مقایسه صورت گرفته، معیارهای پاسخ پله در نظر گرفته شده است. ابتدا درصد بالازدگی مورد بررسی قرار گرفته است. پاسخ پله روش پیشنهادی بالازدگی ندارد در صورتی همه روش‌های مورد مقایسه دارای درصد بالازدگی هستند. معیار بعدی زمان صعود است. زمان صعود روش پیشنهادی نسبت به کنترل کننده تناسبی - مشتقی - انتگرالی با یک درجه آزادی ۵۰٪ بهبود یافته، نسبت به کنترل کننده تناسبی - مشتقی - انتگرالی با دو درجه آزادی ۸۷٪ بهبود یافته، نسبت به کنترل کننده

18. Wiese, A. P., Blom, M. J., Manzie, C., Brear, M. J., and Kitchener, A. "Model reduction and MIMO model predictive control of gas turbine systems", *Control Eng. Pract.*, Vol. 45, pp.194–206, 2015.
19. He, N., Shi, D., Forbes, M., Backström, J., and Chen, T. "Robust tuning for machine-directional predictive control of MIMO paper-making processes", *Control Eng. Pract.*, Vol. 55, pp.1–12, 2016.
20. Martins, M., Odloak, D. "A robustly stabilizing model predictive control strategy of stable and unstable processes", *Automatica*, Vol. 67, pp. 132–143, 2016.
21. Camacho, E. F., Bordons, C. "Model Predictive Control", Springer Verlag Ltd., New York, 1999.
22. Montazeri-Gh, M., Jafari, A., Rasti Jahromi, A. "Design and Implementation of Model Predictive Controller for Turbofan Engine Fuel Control", *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 55, No. 1, Pages 1-12, 2018(in Persian).
23. Richalet, J., O'Donovan, D. "Predictive Functional Control", Springer Verlag Ltd., London, 2009.
24. Romero, M., deMadrid, A.P., and Vinagre, B.M. "Arbitrary real-order cost functions for signals and systems", *Signal Process.*, Vol. 91, pp. 372–378, 2011.
25. Bigdeli, N. "The design of a non-nominal state space fractional-order predictive functional controller for fractional systems of arbitrary order", *J. Process Contr.*, Vol. 29, pp. 45-56, 2015.
26. Zhang, R., Zou, Q., Cao, Zh., and Gao, F., "Design of fractional order modeling based extended non-minimal state space MPC for temperature in an industrial electric heating Furnace", *J. Process Contr.*, Vol. 56, pp. 13–22, 2017.
27. Monje, C. A., Chen, Y. Q., Vinagre, B. M., Xue, D., and Feliu, V. "fractional order systems and control- fundamental and applications", in: *Advanced industrial control series*, Springer Verlag Ltd., London, 2010.
28. Skrjang, I. "Model predictive functional control for process with unstable poles", *Asian J. Control*, Vol. 10, No.4, pp.1-7, 2008.
7. Swain, S. K., Sain, D., Mishra, S. K., and Ghosh, S. "Real Time Implementation of Fractional Order PID Controllers for a Magnetic Levitation Plant", *Int. J. Electron.*, Vol. 78, pp. 141-156, 2017.
8. Lin, FJ., Chen, SY., and Shyu, KK. "Robust dynamic sliding-mode control using adaptive RENN for magnetic levitation system", *IEEE T. Neur. Network.*, Vol. 20, No. 6, pp. 938–5, 2009.
9. Gutierrez, HM., Ro, PI. "Magnetic servo levitation by sliding-mode control of nonaffine systems with algebraic input invertibility", *IEEE T. Ind. Electron.*, Vol. 52, No. 5, pp. 1449–1455, 2005.
10. Shieh. HJ., Siao, JH., and Liu. YC. "A robust optimal sliding mode control approach for magnetic levitation systems", *Asian J. Control*, Vol. 12, No. 4, pp. 480–487, 2010.
11. Delavari, H., Heydarinejad, H. "Adaptive fractional order Backstepping sliding mode controller design for a magnetic levitation system", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 195-187, 2017 (in Persian).
12. Tufa, L. D., Ka, C. Z. "Effect of Model Plant Mismatch on MPC Performance and Mismatch Threshold Determination", *Procedia Engineering*, Vol. 148, pp. 1008–1014, 2006.
13. Liu, A., Yu, L., and Zhang, W. "Switched model predictive control for networked control systems with time delays and packet disordering", *South Africa*. August 24-29, 2014, Proceedings of the 19th World Congress, the International Federation of Automatic Control Cape Town.
14. Zhang, Z., Hu, L. "Performance assessment for the water level control system in steam generator of the nuclear power plant", *Ann. Nucl. Energy*, Vol. 45, pp. 94–105, 2012.
15. Sarhadi, P., Salahshoor, K., and Khaki-Sedigh, A. "Robustness analysis and tuning of generalized predictive control using frequency domain approaches", *Appl. Math. Model*, Vol. 36, No.12, pp. 6167–6185, 2012.
16. Vu, K. M. "A Model Predictive Controller for Inverse Response Control Systems", *IFAC Papers OnLine* 48-8, pp. 562–567, 2015.
17. Oliveira, J.B., Boaventura-Cunha, J., Moura Oliveira, P.B., and Freire, H. "A swarm intelligence-based tuning method for the sliding mode generalized predictive control", *ISA T.*, Vol. 53, No. 5, pp.1501-1515, 2014.