

علمی- پژوهشی

تحلیل پایداری استاتیکی و دینامیکی لوله‌های حامل جریان سیال با شرایط مرزی مختلف

عبدالرضا اسکریان^{۱*} میلاد زاهدی^۲

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه ولیعصر (عج) رفسنجان، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۲۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۰۷)

چکیده

در این مقاله، پایداری لوله‌های حامل جریان سیال تحت شرایط مرزی مختلف بررسی شده است. لوله مورد بررسی با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی مدل و اثرات جریان سیال که شامل نیروهای اینرسی، کریولیس و گریز از مرکز است، به صورت یک بار گسترده عرضی در امتداد طولی لوله لحاظ گردیده است. به منظور دستیابی به طیف گسترده‌ای از شرایط مرزی مختلف و بررسی اثر آن بر دینامیک مساله، ابتدا و انتهای لوله توسط دو فنر کششی و دو فنر خمشی خطی مقید شده است. معادله حاکم با استفاده از اصل همپلتون تعمیم یافته استخراج و به کمک روش جداسازی متغیرها و روش گلرکین به صورت ماتریسی بیان شده است. سپس، با استفاده از روش استاندارد تجزیه و تحلیل مقدار ویژه به تحلیل پایداری سیستم مورد بررسی پرداخته شده و اثر پارامترهایی همچون سرعت و جرم سیال، گرانش و انواع شرایط مرزی بر نوع و مرز ناپایداری لوله حامل جریان مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج قابل توجهی به دست آمده است.

واژه‌های کلیدی: لوله حامل جریان سیال، پایداری، فلاتر، دایورژنس، شرایط مرزی

Static and Dynamic Stability Analysis of Pipes Conveying Fluid with Different Boundary Conditions

A.R. Askarian

M. Zahedi

Mechanical Engineering Department

Vali-e-Asr University of Rafsanjan

(Received, 13/November/2019; Accepted, 27/May/2020)

ABSTRACT

In this paper, stability analysis of pipes conveying fluid is considered. The pipe structure is modelled using the Euler-Bernoulli beam theory and the fluid flow effect is taken into account as a distributed load along the pipe length which contains the inertia, Coriolis and centrifugal forces. In order to achieve different boundary conditions, both ends of the pipe are constrained with two lateral and two bending linear springs. The governing equation of the system is developed using the extended Hamilton's principle and expressed in the matrix form by applying the method of separation of variables and the Galerkin technique. Then, via the standard eigenvalue analysis method the stability analysis of the system is done and effects of some parameters such as mass flow, gravity and the type of pipes' boundary condition on the type of instability and the stability margin of the pipe conveying fluids are considered and some conclusions are drawn.

Keywords: Pipes Conveying Flow, Stability, Flutter, Divergence, Boundary Conditions

*۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): Askarian@vru.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: romi.milad@gmail.com

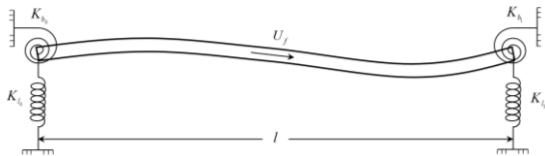
۱- مقدمه

لوله‌های حامل جریان در بسیاری از صنایع از قبیل صنایع هوافضا، نفت و گاز، خودروسازی و هسته ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. در بیشتر این صنایع طراحی‌ها بر اساس کمینه وزن سازه و حداقل هزینه در ساخت انجام می‌شود. دستیابی به چنین اهدافی در کنار عملکرد مناسب سازه، زمینه را برای انجام تحقیقاتی گسترده و از زوایای مختلف برای محققین فراهم کرده است. تعیین پاسخ دینامیکی و تحلیل پایداری چنین سیستم‌هایی از جمله موارد بسیار مهمی هستند که در طراحی بیشتر سازه‌های مهندسی و لوله‌های حامل جریان سیال مد نظر قرار می‌گیرد. با توجه به گستردگی موضوع و وجود منابع علمی گسترده، مرور پیشینه تحقیقات به گونه‌ای انجام شده است که با اهداف و روش‌های مورد نظر در این تحقیق همخوانی بیشتری داشته باشد.

لوله‌های حامل جریان سیال را می‌توان با استفاده از مدل‌های تیر و پوسته مورد ارزیابی قرار داد. با توجه به طول بلند لوله‌ها در مقایسه با قطر آنها، مدل تیر توجه محققین بسیاری را به خود جلب کرده است که در این زمینه مقالات متعددی منتشر شده است. به عنوان مثال، در سال ۱۹۸۰ نوآ و هاپکینز [۱] به تحلیل پایداری لوله‌های حامل جریان سیال ضربان دار پرداختند. آنها انتهای آزاد لوله یکسر گیردار را با استفاده از یکسری فنر کششی و خمشی مقید کرده بودند. همچنین، با اختصاص دادن مقدار مشخصی برای ضریب سختی فنرهای انتهایی، ناپایداری لوله را بررسی کردند. در سال ۱۹۹۷ جین [۲] به تحلیل پایداری و ارتعاشات لوله قائم ویسکوالاستیک حامل جریان سیال پرداخت که قسمتی از طول لوله توسط دو فنر خطی و غیرخطی مقید شده بود. الیشاکوف و ایمپولونیا [۳] در سال ۲۰۰۱ به بررسی تاثیر بستر الاستیک بر افزایش سرعت ناپایداری فلاتر لوله‌های حامل جریان سیال پرداختند که تنها قسمت‌هایی از لوله بر روی بستر قرار داشت. آنها در مدل‌سازی خود بستر را با استفاده از مدل وینکلر شبیه‌سازی نموده و در ادامه به بررسی سرعت ناپایداری لوله حامل جریان پرداختند. دوآرد و لانگری [۴] در سال ۲۰۰۲ به بررسی ناپایداری لوله‌های یکسر گیردار حامل جریان سیال بر روی بستر الاستیک پرداختند. آنها با استفاده از

تئوری تیر تیموشنکو معادلات حاکم را استخراج و با استفاده از روش گلرکین حل نمودند. ریو و همکاران [۵] در سال ۲۰۰۴ پایداری و ارتعاشات یک لوله افقی قرار گرفته بر روی یک بستر الاستیک را مورد بررسی قرار دادند. آنها معادله حاکم را با استفاده از اصل همیلتون استخراج نموده و از روش المان محدود برای حل آنها استفاده کردند. چلاپپلا و سیم‌ها [۶] در سال ۲۰۰۷ به بررسی پایداری لوله‌های حامل جریان سیالی پرداختند که بر روی بستر الاستیک قرار داشت. آنها به کمک یکسری فنر خطی و یک پارامتر اضافی که معرف اثرات برشی بستر است، بستر را مدل کردند. همچنین، با استفاده از سری فوریه و روش گلرکین به حل معادله حاکم پرداختند و نواحی ناپایداری سیستم را برای سه لوله با شرایط مرزی دو سر مفصل، مفصل-گیردار و دو سر گیردار استخراج نمودند. مین و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۲ به تحلیل فرکانس طبیعی یک لوله دو سر مفصل حامل جریان سیال پرداختند. بدین منظور، معادله دینامیکی لوله حامل سیال با استفاده از اصل همیلتون و بر اساس تئوری تیر اوپلر-برنولی استخراج و با استفاده از روش جداسازی متغیرها و روش گلرکین حل گردید. وانگ و دای [۸] در سال ۲۰۱۲ به بررسی ارتعاشات و ناپایداری لوله‌های حامل جریان سیالی پرداختند که سیال در انتها و از طریق دو نازل متقارن از لوله خارج می‌شد. در این مطالعه، با توجه به تقارن نازل‌های انتهایی تنها نیروی برآیند محوری پیرو فشاری به سازه وارد می‌شد. چن و فن [۹] به تحلیل پایداری لوله حامل جریانی پرداختند که بر روی آن جرم‌های متمرکزی قرار داشت و قسمتی از طول لوله توسط دو فنر کششی و خمشی مقید شده بود. آنها با استفاده از تئوری تیر تیموشنکو و اصل همیلتون، معادلات حاکم را استخراج کرده و به بررسی اثرات هر یک از پارامترهای هندسی سیستم بر مرز ناپایداری آن پرداختند. عبدالغنی و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۱۵ به بررسی پایداری و پاسخ دینامیکی تیرهای غیریکنواخت پرداختند. آنها از یک تیر تحت بار متحرک، که با تیر اوپلر-برنولی مدل شده بود، استفاده کردند. همچنین، با استفاده از اصل همیلتون، معادلات حاکم را استخراج و برای حل آن از روش گلرکین استفاده نمودند. در سال ۲۰۱۴ خیری و همکاران [۱۱] دینامیک یک لوله حامل جریان سیال تراکم‌پذیر را مورد بررسی قرار دادند که در انتهای خود توسط دو فنر

سیال و سرعت جریان سیال است. لوله مورد بررسی در ابتدا و انتها توسط یکسری فنر کششی و خمشی مقید شده است که K_{l_1} و K_{l_0} به ترتیب بیانگر سختی فنر کششی قرار گرفته در ابتدا و انتهای لوله و K_{b_1} و K_{b_0} به ترتیب نشان دهنده سختی فنر خمشی قرار گرفته در ابتدا و انتهای آن است.



شکل (۱): شماتیک لوله حامل جریان سیال مورد بررسی.

برای به دست آوردن معادلات حرکت از اصل همیلتون تعمیم یافته استفاده می‌شود که به صورت زیر قابل بیان است:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W_{n.c}) dt = 0, \quad (1)$$

که در آن، T و V به ترتیب انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل و $W_{n.c}$ کار نیروهای ناپایستار لوله است. وردش انرژی جنبشی لوله برابر است با:

$$\delta T = -\int_0^l m_p \ddot{w} \delta w dx, \quad (2)$$

همچنین، وردش انرژی پتانسیل کرنشی لوله حامل جریان به صورت زیر قابل بیان است:

$$\delta V_g = \int_0^l EI w'' \delta w'' dx, \quad (3)$$

یکی از نیروهای محوری وارد شده به لوله، نیروی گرانش است که در امتداد محور x به آن وارد می‌شود. نیروی گرانش نیرویی گسترده و با توزیع یکنواخت است که وردش پتانسیل حاصل از آن برابر است با:

$$\delta V_g = (m_p + m_f) g \int_0^l (l-x) w' \delta w' dx. \quad (4)$$

وردش کار نیروهای ناپایستار خارجی اعمال شده به سیستم را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\delta W_{n.c} = \delta W_{n.c}^{boundary} + \delta W_{n.c}^{fluid}, \quad (5)$$

که در آن، $\delta W_{n.c}^{boundary}$ وردش کار نیروهای فنرهای کششی و خمشی مقید کننده ابتدا و انتهای لوله، $\delta W_{n.c}^{fluid}$ وردش کار نیروی گسترده عرضی وارد شده از طرف سیال به لوله است.

وردش کار نیروهای فنرهای مقید کننده لوله بیان شده است:

$$\delta W_{n.c}^b = -K_{l_0} w \delta w \Big|_{x=0} - K_{l_1} w \delta w \Big|_{x=l} - K_{b_0} w' \delta w' \Big|_{x=0} - K_{b_1} w' \delta w' \Big|_{x=l}. \quad (6)$$

کششی و خمشی مقید شده بود. آن‌ها با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی و اصل همیلتون توسعه یافته معادلات حاکم را استخراج و با کمک روش گلرکین حل نمودند. همچنین، در سال ۲۰۱۵ خیری و پایدوسیس [۱۲] به بررسی دینامیکی و پایداری یک سیلندر منعطف قرار گرفته در جریان محوری با شرط مرزی یکسر مفصل پرداختند. آن‌ها معادلات حاکم را از روش همیلتون توسعه یافته استخراج، و با استفاده از روش گلرین آن‌ها را حل نمودند. محمد و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۱۶ به تحلیل پایداری یک لوله حامل جریان سیال لزج با لزجت خطی پرداختند. آن‌ها با استفاده از روش المان محدود اثر یک فنر کششی را بر پایداری لوله حامل جریان بررسی نمودند.

همان‌طور که مشاهده می‌شود در عمده تحقیقات انجام شده، پایداری و رفتار دینامیکی لوله‌های حامل جریان سیال برای یک نوع شرط مرزی مورد بررسی قرار گرفته است. از طرفی، ایجاد شرایط مرزی تئوری در واقعیت اغلب کاری دشوار و همراه با عدم دقت کافی می‌باشد. لذا، در پژوهش حاضر به بررسی اثرات طیف وسیعی از شرایط مرزی بر نوع و مرز ناپایداری لوله‌های حامل جریان سیال و همچنین نحوه تغییر نوع ناپایداری از فلاتر به دایوژنس و برعکس پرداخته شده است. بدین منظور، با استفاده از اصل همیلتون تعمیم یافته معادله ارتعاشی حاکم بر یک لوله حامل جریان سیال به دست آمده است که در ابتدا و انتها توسط فنرهای کششی و خمشی مقید شده است. در ادامه، به کمک روش جداسازی متغیرهای و روش گلرکین شکل ماتریسی معادلات حاکم به دست آمده است. با استفاده از روش استاندارد تجزیه و تحلیل مقدار ویژه به تحلیل پایداری چنین سیستمی پرداخته شده و اثر پارامترهایی همچون فنرهای کششی عرضی و خمشی تعبیه شده در ابتدا و انتهای لوله و همچنین پارامترهای جرم و نیروی گرانش بر نوع و مرز ناپایداری آن مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم

در شکل ۱، شماتیک لوله مورد بررسی نشان داده شده است که در آن، l ، EI و m_p به ترتیب طول، سختی خمشی و جرم واحد طول لوله و m_f و U_f به ترتیب جرم واحد طول

$$\cos \beta_n l \cosh \beta_n l - 1 = 0. \quad (13)$$

با جایگذاری رابطه (۱۱) در معادله حاکم استخراج شده (رابطه ۹)، شکل ماتریسی معادلات حاکم به صورت زیر قابل بیان است:

$$\mathbf{M}\ddot{\eta} + \mathbf{C}\dot{\eta} + \mathbf{K}\eta = \mathbf{0}, \quad (14)$$

که در آن، \mathbf{M} ، \mathbf{C} و \mathbf{K} هر یک به ترتیب ماتریس جرم، میرایی و سختی سیستم مورد بررسی هستند که درایه‌های تشکیل دهنده آنها برابرند با:

$$\mathbf{M}_{ij} = \int_0^l \bar{W}_i \bar{W}_j d\xi, \quad (15)$$

$$\mathbf{C}_{ij} = 2\sqrt{\beta} u_f \int_0^l \bar{W}_i' \bar{W}_j' d\xi, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{ij} = & \int_0^l \bar{W}_i^4 \bar{W}_j^4 d\xi + u_f^2 \int_0^l \bar{W}_i'' \bar{W}_j'' d\xi \\ & + \gamma \int_0^l (1-\xi) \bar{W}_i' \bar{W}_j' d\xi + k_{l_0} \bar{W}_i \bar{W}_j \Big|_{\xi=0} \\ & + k_{l_1} \bar{W}_i \bar{W}_j \Big|_{\xi=1} + k_{h_0} \bar{W}_i' \bar{W}_j' \Big|_{\xi=0} \\ & + k_{h_1} \bar{W}_i' \bar{W}_j' \Big|_{\xi=1}. \end{aligned} \quad (17)$$

ناپایداری لوله‌های حامل جریان سیال را می‌توان با استفاده از تجزیه و تحلیل استاندارد مقدار ویژه مورد بررسی قرار داد. بدین منظور، با استفاده از معادله کمکی $\dot{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{Z}} \mathbf{q}$ ، معادله (۱۴) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \bar{\mathbf{Z}} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \bar{\mathbf{Z}} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

که در آن، $\lambda = \sigma + i\omega$ مقادیر ویژه ماتریس \mathbf{A} هستند. ناپایداری زمانی رخ می‌دهد که حداقل قسمت حقیقی یکی از مقادیر ویژه، σ ، مثبت شود.

۴- اعتبارسنجی

معادلات استخراج شده در محیط برنامه نویسی متلب به صورت یک کد کامپیوتری نوشته شده و به دفعات برای پارامترهای مختلف فیزیکی و هندسی اجرا شده است. با بررسی نتایج حاصل از کد متلب و مقایسه آن با نتایج مرجع می‌توان از صحت معادلات استخراج شده اطمینان حاصل کرد. اکنون می‌توان با اختصاص مقادیر مختلف به هر یک از فیرهای کششی و عرضی قرار گرفته در ابتدا و انتهای لوله، نوع و سرعت ناپایداری یک لوله حامل جریان سیال را با شرایط مرزی مختلف به دست آورد.

همچنین، وردش کار نیروی عرضی وارده از طرف سیال به لوله که شامل سه ترم نیروی اینرسی، کریولیس و گریز از مرکز است، برابر است با:

$$\delta W_{n.c}^{fluid} = -\int_0^l m_f (\ddot{w} + 2U_f \dot{w}' + U_f^2 w'') \delta w dx. \quad (7)$$

با جایگذاری روابط (۲)، (۳)، (۴) و (۷) در رابطه (۱)، شکل انتگرالی معادله حاکم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \int_0^l m_p \ddot{w} \delta w dx + \int_0^l EI w'' \delta w'' dx + (m_p + m_f) g \int_0^l (l-x) w' \delta w' dx \\ & + \int_0^l m_f (\ddot{w} + 2U_f \dot{w}' + U_f^2 w'') \delta w dx + K_{l_0} w \delta w \Big|_{x=0} + K_{l_1} w \delta w \Big|_{x=l} \\ & + K_{h_0} w' \delta w' \Big|_{x=0} + K_{h_1} w' \delta w' \Big|_{x=l} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

به منظور عمومیت بخشیدن به معادله حاکم استخراج شده و نتایجی که در ادامه به دست خواهد آمد، از پارامترهای بی بعد زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} \xi = \frac{x}{l}, \quad \beta = \frac{m_f}{m_p + m_f}, \quad u_f = U_f \sqrt{\frac{m_f l^2}{EI}}, \\ k_{l_0} = \frac{K_{l_0} l^3}{EI}, \quad k_{h_0} = \frac{K_{h_0} l}{EI}, \quad \tau = \frac{t}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{(m_p + m_f)}}, \\ k_{l_1} = \frac{K_{l_1} l^3}{EI}, \quad k_{h_1} = \frac{K_{h_1} l}{EI}, \quad \gamma = \frac{m_p + m_f}{EI} g l^3. \end{aligned} \quad (10)$$

۳- روش حل

جهت حل معادلات استخراج شده، از روش گلرکین استفاده شده است. روش گلرکین یکی از پرکاربردترین روش‌های باقیمانده وزنی است که حل مسأله مقدار ویژه به صورت یک سری N جمله‌ای از توابعی در نظر گرفته می‌شود که هر یک از آن توابع بایستی تمامی شرایط مرزی هندسی مسأله حاکم را ارضا کنند:

$$\hat{w}(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^N \bar{W}_i(\xi) \eta_i(\tau), \quad (11)$$

که در آن، \bar{W}_i توابع شکل و η_i مختصه‌های تعمیم یافته متناظر هستند. در کار حاضر از شکل موده‌های یک تیر دو سر آزاد استفاده شده است که برابرند با:

$$\begin{aligned} \bar{W}_n(\xi) = & (\cos \beta_n \xi + \cosh \beta_n \xi) \\ & + \frac{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l}{\sin \beta_n l - \sinh \beta_n l} (\sin \beta_n \xi + \sinh \beta_n \xi), \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن، β_n ها ریشه‌های معادله زیر هستند:

گرایش گزارش شده است که با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۵] همخوانی خوبی دارد.

جدول (۲): تحلیل سرعت ناپایداری یک لوله یکسرگیردار برای مقدار پارامتر جرم $\beta = 0.145$.

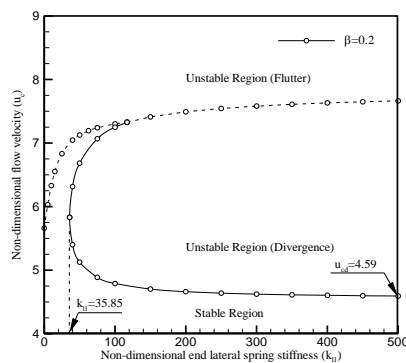
درصد خطا (%)	سرعت ناپایداری مرجع [۱۵]	سرعت ناپایداری (u_{cr})	γ
۰/۹	۵/۰۹	۵/۱۴	۰
۰/۶	۵/۳۹۲	۵/۴۲۳	۵
۰/۴	۵/۶۷۴	۵/۶۹۸	۱۰
۰/۳	۵/۹۵۲	۵/۹۷۲	۱۵
۰/۱۶	۶/۲۳	۶/۲۴	۲۰

۵- نتایج

در این بخش به بررسی اثر هر یک از پارامترهای هندسی لوله حامل جریان سیال از جمله سختی فنرهای کششی و خمشی مقید کننده لوله، پارامتر جرم سیال، پارامتر بی بعد گرایش که بر نوع و مرز ناپایداری سیستم اثر می‌گذارد پرداخته شده است.

۵-۱- اثر شرایط مرزی بر مرز ناپایداری

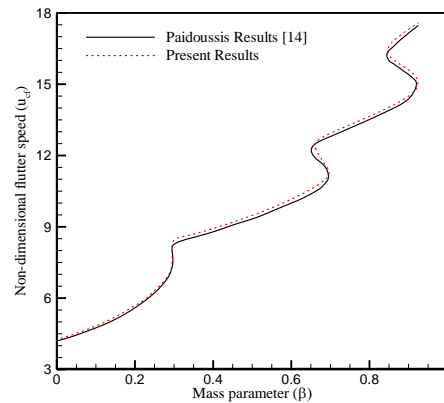
به منظور تعیین مرز و نوع ناپایداری لوله حامل جریان سیال، کد حاضر برای یک لوله حامل جریان یکسر گیردار (اختصاص مقدار بی‌نهایت برای هر یک از فنرهای کششی و خمشی ابتدایی) که در انتهای آن یک فنر عرضی وجود دارد، مورد ارزیابی قرار گرفته است. با افزایش ضریب سختی فنر عرضی انتهای لوله، لوله یکسر گیردار به یک لوله با شرایط مرزی جدید گیردار-مفصل تبدیل می‌شود. شکل ۳ مرز ناپایداری چنین سیستمی را برای مقدار پارامتر جرم سیال $\beta = 0.2$ نشان می‌دهد.



شکل (۳): تغییرات سرعت بحرانی بی‌بعد بر حسب سختی

بی‌بعد فنر کششی انتهایی برای یک لوله یکسرگیردار با $\beta = 0.2$.

کد حاضر به دفعات برای یک لوله در حالتی که فنرهای ابتدایی بینهایت در نظر گرفته شده اند (شرط مرزی یکسرگیردار) برای پارامترهای مختلف جرم، β ، اجرا گردیده است که نتایج در شکل ۲ ارائه شده است. صحت معادلات و کد نوشته شده را می‌توان با مقایسه مرز ناپایداری ارائه شده در مرجع [۱۱] و نتایج به‌دست آمده تایید نمود. نتایج حاکی از آن است که به ازای تمامی مقادیر پارامتر جرم، ناپایداری از نوع فلاتر بوده و با افزایش مقدار پارامتر جرم سرعت ناپایداری افزایش می‌یابد.



شکل (۲): تغییرات سرعت ناپایداری بر حسب پارامتر جرم سیال برای یک لوله یکسرگیردار.

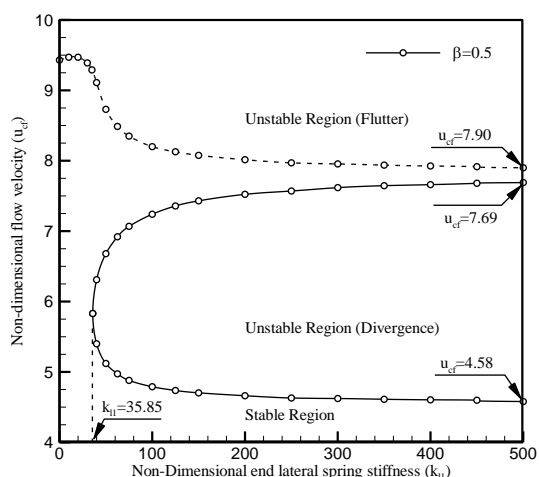
برای اعتبارسنجی معادله استخراج شده و کد نوشته شده به ازای تمامی شرایط مرزی، جدول ۱ سرعت ناپایداری یک لوله حامل جریان را به ازای شرایط مرزی مختلف نشان می‌دهد که در مقایسه با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۴] از دقت بالای ۹۸ درصد برخوردار است.

جدول (۱): تحلیل سرعت ناپایداری لوله های حامل جریان سیال با $\beta = 0.5$ ، برای شرایط مرزی مختلف.

میزان خطا (%)	سرعت ناپایداری (u_c) مرجع [۱۴]	سرعت و نوع ناپایداری (کد حاضر)	شرایط مرزی	نوع لوله
۰/۸	۹/۳۵۹۵	۹/۴۳۴۳	$k_{i_0} = k_{h_0} = \infty$	گیردار-
۰/۱	۳/۱۴۱۵	(فلاتر) ۳/۱۴۱۰	$k_{i_1} = k_{h_1} = 0$	آزاد
۰/۳	۴/۴۹	۴/۵۴۷۰	$k_{i_0} = k_{h_0} = \infty$	گیردار-
		(دایورژنس) ۴/۴۹	$k_{i_1} = \infty, k_{h_1} = 0$	مفصل

همچنین، در جدول ۲ سرعت ناپایداری یک لوله یکسرگیردار حامل جریان و به ازای مقادیر مختلف پارامتر

مشابه با شکل‌های ۳ و ۴، نحوه تغییرات سرعت و فرکانس ناپایداری لوله حامل جریان سیال برای پارامتر جرم سیال $\beta = 0.5$ در شکل‌های ۵ و ۶ رسم شده است. با دقت در شکل ۵ مشاهده می‌شود که سرعت ناپایداری فلاتر لوله به ازای $k_{li} = 0$ و $\beta = 0.5$ برابر با $u_{cf} = 9.43$ است که با نتایج ارائه شده در شکل ۲ همخوانی خوبی دارد.

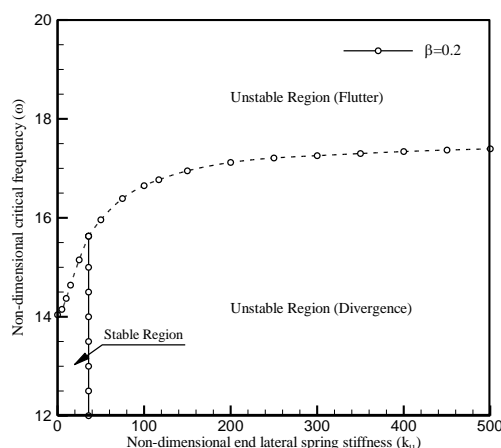


شکل (۵): تغییرات سرعت بحرانی بی‌بعد بر حسب سختی بی‌بعد فنر کششی انتهایی برای یک لوله یکسرگیردار با $\beta = 0.5$.

از طرفی، نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضریب سختی فنر عرضی انتهایی مرز ناپایداری در بازه کوتاهی افزایش یافته و برای مقادیر بزرگتر سختی فنر انتهایی، برخلاف انتظار و نتایج ارائه شده در شکل ۳، افزایش این پارامتر سبب کاهش سرعت ناپایداری فلاتر می‌شود و به عبارتی فنر انتهایی نقش ناپایدار کننده ایفا می‌کند. همچنین، با افزایش ضریب سختی از محدوده مشخصی ($k_{li} = 35.85$)، ناپایداری دایورژنس و در سرعتی به مراتب کمتر از سرعت فلاتر، غالب می‌شود. ناپایداری دایورژنس در یک بازه مشخص از سرعت سیال اتفاق افتاده و در صورتی که سرعت سیال از این بازه به نحوی عبور کند، ناپایداری فلاتر در انتظار لوله است. در ادامه و با افزایش صلبیت انتهای لوله، هر یک از سرعت‌های بحرانی ناپایدار-پایدار-ناپایدار به ترتیب به مقادیر $u_{cd} = 4.58$ و $u_{cf} = 7.90$ میل می‌کند.

شکل ۶ تغییرات فرکانس فلاتر متناظر شکل ۵ را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، با افزایش ضریب

همان‌طور که در شکل مشخص است برای $k_{li} = 0$ ناپایداری از نوع فلاتر بوده و مقدار آن $u_{cf} = 5.66$ است که کاملاً با نتایج ارائه شده در شکل ۲ همخوانی دارد. با افزایش ضریب سختی فنر عرضی انتهایی، سرعت ناپایداری فلاتر به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. همچنین، مشاهده می‌شود که برای مقادیر سختی فنر بزرگتر از $k_{li} = 35.85$ و کوچکتر از $k_{li} = 117.0$ ، علاوه بر ناپایداری فلاتر ناپایداری دایورژنس نیز در سرعتی به مراتب پایین‌تر رخ می‌دهد؛ به عبارتی برای یک لوله با سختی فنر کششی انتهایی در محدوده فوق، با افزایش سرعت سیال، لوله رفتاری از نوع ناپایدار-پایدار-ناپایدار خواهد داشت که ناپایداری اول از نوع دایورژنس و ناپایداری دوم از نوع فلاتر است.



شکل (۴): تغییرات فرکانس بحرانی بی‌بعد بر حسب سختی بی‌بعد فنر کششی انتهایی برای یک لوله یکسرگیردار با $\beta = 0.2$.

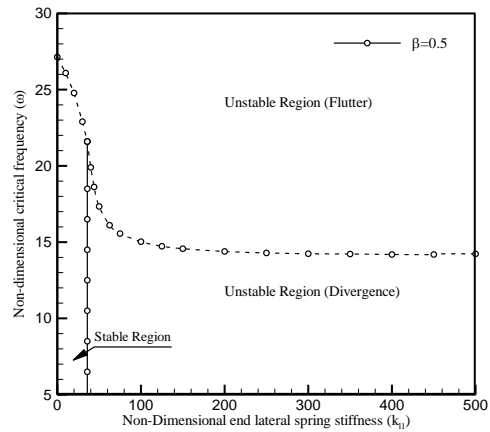
همچنین، زمانی که سختی فنر انتهایی بطور قابل توجهی افزایش می‌یابد، سرعت بحرانی دایورژنس نیز به مقدار مشخص $u_{cd} = 4.59$ همگرا می‌شود. جهت بررسی بیشتر رفتار لوله حامل جریان سیال نمودار تغییرات فرکانس فلاتر آن در شکل ۴ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضریب سختی فنر انتهایی و در محدوده ناپایداری فلاتر، فرکانس ناپایداری افزایش یافته و با تغییر نوع ناپایداری از فلاتر به دایورژنس مقدار فرکانس به یکباره صفر می‌شود. چنین رفتاری قابل پیش‌بینی است، چرا که ناپایداری دایورژنس از نوع استاتیکی است.

همان‌طور که در شکل مشخص است سرعت ناپایداری فلاتر لوله به ازای $k_{h1} = 0$ و $\beta = 0.5$ برابر با $u_{cf} = 9.43$ است. از طرفی، نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضریب سختی فنر خمشی انتهایی مرز ناپایداری در ابتدا با یک شیب کم کاهش یافته و پس از آن با نرخ زیادی کاهش می‌یابد و لوله رفتاری از نوع ناپایدار-پایدار-ناپایدار پیدا می‌کند که ناپایداری اول و دوم از نوع فلاتر است. همچنین، با افزایش ضریب سختی فنر خمشی و برای مقادیر بزرگتر از $k_{h1} = 4.70$ ، ناپایداری دایورژنس در سرعتی کمتر از سرعت فلاتر، رخ می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۷ واضح است به ازای یک مقدار مشخص از ضریب سختی فنر خمشی، رفتار لوله به ازای مقادیر مختلف سرعت، رفتاری از نوع ناپایدار-پایدار-ناپایدار است که ناپایداری اول و دوم به ترتیب از نوع دایورژنس و فلاتر می‌باشد. لذا، در صورتی که لوله بتواند تحت شرایطی از بازه ناپایداری دایورژنس عبور کند، در ناحیه‌ای باریک مجدداً پایدار شده و بعد از آن ناپایدار می‌شود، که ناپایداری آن از نوع فلاتر است. همچنین، مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب سختی فنر خمشی انتهایی، هر یک از سرعت‌های بحرانی ناپایدار-پایدار-ناپایدار به ترتیب به مقادیر $u_{cd} = 3.25$ و $u_{cf} = 6.46$ و $u_{cd} = 6.36$ همگرا می‌شوند.

۵-۲- اثر نیروی گرانش بر مرز ناپایداری

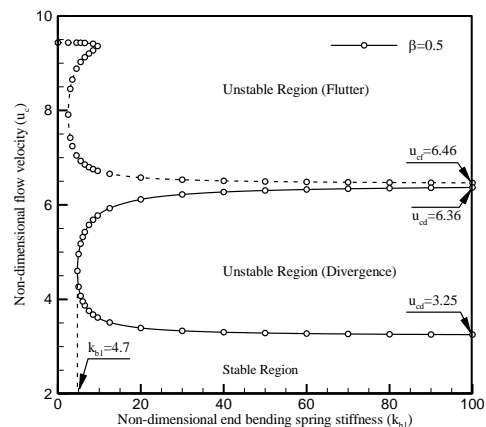
نیروی محوری وارد شده به یک لوله می‌تواند مرزهای ناپایداری سیستم را تغییر دهد. یکی از این نیروها نیروی گرانش است که به صورت گسترده، به لوله عمودی قرار گرفته در میدان گرانش وارد می‌شود. با توجه به پارامتر بی‌بعد تعریف شده آن، γ ، واضح است که مقدار آن به پارامترهای فیزیکی لوله از جمله طول و جنس آن وابسته است. در شکل ۸ اثر پارامتر بی‌بعد گرانش، γ ، بر مرز ناپایداری یک لوله حامل جریان یکسر مفصل مورد بررسی قرار گرفته است که می‌توان چرخش ابتدایی لوله را با استفاده از فنر خمشی تعبیه شده مقید نمود. همان‌طور که واضح است با افزایش سختی فنر خمشی ابتدایی، شرایط مرزی لوله مورد بررسی از یکسر مفصل به یکسر گیردار تغییر می‌کند. نتایج نشان می‌دهد که در صورت وجود یک فنر خمشی با سختی هر چند کم، سرعت ناپایداری فلاتر

سختی فنر عرضی انتهایی، مقادیر فرکانس ناپایداری فلاتر کاهش می‌یابد. همچنین، مشخص است که در ناپایداری دایورژنس فرکانس لوله صفر است.



شکل (۶): تغییرات فرکانس بحرانی بی‌بعد بر حسب سختی بی‌بعد فنر کششی انتهایی برای یک لوله یکسرگیردار با $\beta = 0.5$.

در شکل ۷ سرعت ناپایداری یک لوله حامل جریان سیال با مقدار پارامتر جرم $\beta = 0.5$ در حالتی مورد بررسی قرار گرفته است که مقدار بی‌نهایت به هر یک از فنرهای کششی و خمشی ابتدایی اختصاص یافته (لوله با شرط مرزی یکسرگیردار) و در انتهای آن تنها یک فنر خمشی قرار دارد ($k_{h1} = 0$). لذا، با افزایش ضریب سختی فنر خمشی انتهایی لوله، لوله با شرط مرزی یکسرگیردار به یک لوله با شرایط مرزی گیردار-راهنما تبدیل می‌شود.



شکل (۷): تغییرات سرعت بحرانی بی‌بعد بر حسب سختی بی‌بعد فنر خمشی انتهایی برای یک لوله یکسرگیردار با $\beta = 0.5$.

با بررسی شکل ۹ مشخص است که نوع سیال عبوری از داخل لوله، نقش بسزایی در پایداری آن دارد؛ به طوری که با افزایش پارامتر جرم β ، ناحیه پایدار افزایش یافته و در حقیقت افزایش مقدار β نقشی پایدارکننده دارد. همچنین، مشاهده می‌شود که برای یک لوله با مقادیر $0.3 < \beta$ مرز ناپایدار لوله رفتاری از نوع ناپایدار-پایدار-ناپایدار دارد که این رفتار برای لوله‌های حامل جریان با پارامتر جرم بزرگتر، در مقادیر کوچکتر پارامتر گرانش مشاهده می‌شود. همچنین، نتایج نشان می‌دهد که افزایش پارامتر گرانش بی‌بعد، γ ، سبب افزایش سرعت ناپایداری لوله شده و نقش پایدارکنندگی را در سیستم مورد بررسی ایفا می‌کند.

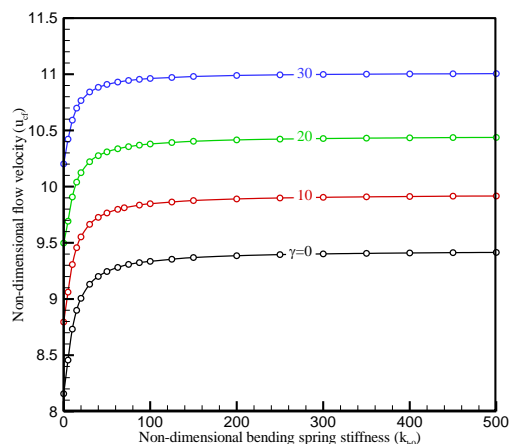
۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله ناپایداری یک لوله حامل جریان سیال برای شرایط مرزی مختلف مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان داد که شرایط مرزی و پارامترهای هندسی لوله حامل جریان سیال از جمله سختی فنرهای کششی و خمشی مقیدکننده لوله، پارامتر جرم سیال، پارامتر بی‌بعد گرانش تأثیر بسزایی بر سرعت و نوع ناپایداری (فلاتر/دایورژنس) لوله‌های حامل جریان سیال دارند. نتایج نشان دادند که با دقت در مدلسازی شرایط تکیه‌گاهی لوله‌های حامل جریان، نواحی پایدار/ناپایدار متفاوتی را می‌توان استخراج نمود که تأثیر چشمگیری در عملکرد ارتعاشی چنین سیستم‌هایی دارد. همچنین، مشخص شد که رفتار لوله‌های حامل جریان با چنین شرایط تکیه‌گاهی به شدت متأثر از مقدار پارامتر جرم لوله حامل جریان است. همچنین، مشخص شد که وجود یک فنر با ضریب سختی ناچیز در ابتدا و یا انتهای لوله، می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر پایداری لوله‌های حامل جریان داشته باشد و سبب افزایش و یا کاهش چشمگیری ناحیه پایدار سیستم شود. همچنین، مشاهده شد که افزایش پارامتر گرانش، سبب افزایش ناحیه ناپایدار لوله‌های آویزان شده و افزایش سختی خمشی تکیه‌گاه لولای آن سهم قابل توجهی در افزایش ناحیه پایدار چنین سیستمی دارد.

۷- مراجع

- Noah, S.T., Hopkins, G.R. "Dynamic Stability of Elastically Supported Pipes Conveying Pulsating Fluid". J. Sound Vib. Vol. 71, No. 1, pp. 103-116, 1980.

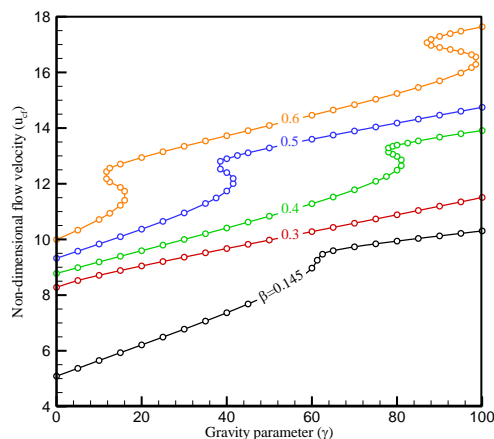
به‌طور قابل توجهی افزایش یافته و به عبارتی فنر خمشی ابتدایی نقش بسزایی در پایداری آن ایفا می‌کند.



شکل (۸): تغییرات سرعت بحرانی بی‌بعد بر حسب سختی بی‌بعد فنر خمشی ابتدایی، k_{sp} ، برای یک لوله یکسره مفصل با مقادیر مختلف γ و $\beta = 0.5$.

همچنین، می‌توان دریافت که با افزایش بیشتر سختی فنر خمشی، سرعت ناپایداری به مقادیر متناظر با سرعت‌های مربوط به یک لوله یکسره‌گیردار همگرا می‌شود. از طرفی، مشاهده می‌گردد که افزایش مقدار پارامتر گرانش بی‌بعد پایداری بیشتر لوله را نتیجه می‌دهد. این نتیجه دور از انتظار نیست؛ چراکه نیروی محوری کششی سبب افزایش سختی لوله حامل جریان می‌شود که نقشی پایدارکننده دارد.

در شکل ۹ به بررسی اثر پارامتر بی‌بعد گرانش بر مرز ناپایداری یک لوله یکسره‌گیردار حامل جریان سیال به ازای مقادیر مختلف پارامتر جرم سیال، β ، پرداخته شده است.



شکل (۹): تغییرات سرعت بحرانی بی‌بعد بر حسب پارامتر بی‌بعد گرانش γ و مقادیر مختلف پارامتر جرم β .

10. Abdelghany, S.M., Ewis, K.M., Mahmoud, A.A., Nassar, M. M. "Dynamic Response of Non-Uniform Beam Subjected to Moving Load and Resting on Non-Linear Viscoelastic Foundation". Beni-Suef univ. j. basic appl. sci. Vol. 4, No. 3, pp. 192-199, 2015.
11. Kheiri, M., Païdoussis, M.P., Del Pozo, G.C., Amabili, M. "Dynamics of a Pipe Conveying Fluid Flexibly Restrained at the Ends". J. Fluids Struct. Vol. 49, pp. 360-385, 2014.
12. Kheiri, M., Païdoussis, M.P. "Dynamics and Stability of a Flexible Pinned-Free Cylinder in Axial Flow". J. Fluids Struct. Vol. 55, pp. 204-217, 2015.
13. Mohamed, J.A., Mohammed, Q., Hatem, R. "Stability Analysis of Pipe Conveying Fluid Stiffened by Linear Stiffness". Int. J. Curr. Eng. Technol. Vol. 6, No. 5, pp. 1764-1769, 2016.
14. Paidoussis, M.P. "Fluid-Structure Interactions": slender structures and axial flow (Vol. 1). Academic Press, 1998.
15. Askarian, A.R., Haddadpour, H., Firouz-Abadi, R.D., Abtahi H. "Nonlinear Dynamics of Extensible Viscoelastic Cantilevered Pipes Conveying Pulsatile Flow With an End Nozzle". Int. J. Non Linear Mech. Vol. 91, pp. 22-35, 2017.
2. Jin, J. D. "Stability and Chaotic Motions of a Restrained Pipe Conveying Fluid". J. Sound Vib. Vol. 208, No. 3, pp. 427-439, 1997.
3. Elishakoff, I., Impollonia, N. "Does a Partial Elastic Foundation Increase the Flutter Velocity of a Pipe Conveying Fluid?". J. Appl. Mech. Vol. 68, No. 2, pp. 206-212, 2001.
4. Doaré, O., De Langre, E. "Local and Global Instability of Fluid-Conveying Pipes on Elastic Foundations". J. Fluids Struct. Vol. 16, No. 1, pp. 1-14, 2002.
5. Ryu, B.J., Ryu, S.U., Kim, G.H., Yim, K.B. "Vibration and Dynamic Stability of Pipes Conveying Fluid on Elastic Foundations". KSME Int. J. Vol. 18, No. 12, pp. 2148-2157, 2004.
6. Chellapilla, K.R., Simha, H.S. "Critical Velocity of Fluid-Conveying Pipes Resting on Two-Parameter Foundation". J. Sound Vib. Vol. 302, No. 1-2, pp. 387-397, 2007.
7. Yi-min, H., Seng, G., Wei, W., Jie, H. "A Direct Method of Natural Frequency Analysis on Pipeline Conveying Fluid With Both Ends Supported". Nucl. Eng. Des. Vol. 253, pp. 12-22, 2012.
8. Wang, L., Dai, H.L. "Vibration and Enhanced Stability Properties of Fluid-Conveying Pipes With Two Symmetric Elbows Fitted at Downstream End". Arch. Appl. Mech. Vol. 82, No. 2, pp. 155-161, 2012.
9. Chen, W. H., Fan, C. N. "Stability Analysis With Lumped Mass and Friction Effects in Elastically Supported Pipes Conveying Fluid". J. Sound Vib. Vol. 119, No. 3, pp. 429-442, 1987.

