

علمی- پژوهشی

هدایت فاز نهایی پیش‌بین مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ‌ها با در نظر گرفتن مدل آیرودینامیکی رهگیر

آیلار خوشه‌مهری^۲سعید نصرالهی^۱

مجتمع برق و کامپیوتر،

دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۱۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۱۴)

چکیده

در این مقاله، یک الگوریتم هدایت پیش‌بین مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ‌ها با در نظر گرفتن مدل آیرودینامیکی رهگیر ارائه شده است. در اینجا، معادلات غیرخطی سینماتیک نسبی رهگیر و هدف برای طراحی استفاده شده است. الگوریتم هدایت معرفی شده برای محاسبه فرمان هدایت رهگیر از الگوریتم بهینه‌سازی دینامیکی مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ‌ها استفاده می‌کند. تابع هزینه معرفی شده برای بهینه‌سازی، متشکل از نرخ چرخش خط دید، فرمان هدایت و تغییرات فرمان هدایت است. در طراحی الگوریتم هدایت، دینامیک حلقه اتوپیلوت به صورت یک تابع تبدیل مرتبه اول در نظر گرفته شده است. عملکرد الگوریتم معرفی شده برای اهداف بدون مانور و دارای مانور از طریق شبیه‌سازی بررسی شده است. همچنین، عملکرد الگوریتم برای حالتی که سرعت رهگیر ثابت نیست و مقدار زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید بزرگ است برای شرایطهای مختلف بررسی شده است.

کلمات کلیدی: الگوریتم هدایت، الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ‌ها، دینامیک خودخلبان، کنترل پیش‌بین غیرخطی

A Model of Predictive Terminal Guidance Based on Whale Optimization Algorithm Considering the Aerodynamic Model of the Pursuer

S. Nasrollahi²A. Khooshehmehri¹Department of Electrical and Computer Engineering
Malek-Ashtar University of Technology

(Received: 04/February/2020; Accepted: 04/August/2020)

Abstract

In this paper, a new predictive guidance algorithm based on the whale optimization is proposed. Here, nonlinear kinematics of the engagement between a pursuer and a target is used. The proposed heuristic guidance algorithm uses the whale optimization dynamic algorithm for calculating the guidance command. The proposed objective function minimizes simultaneously the line-of-sight rate error, the guidance command, and its fluctuations. The dynamic model of the pursuer autopilot is considered as a first-order lag. The performance of the proposed guidance algorithm for maneuvering and non-maneuvering targets is evaluated using numerical simulations. In addition, it is evaluated for the cases when the pursuer has a high initial heading error.

Keywords: Heuristic guidance algorithm, Whale optimization algorithm, Autopilot dynamic, Nonlinear model predictive control

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): Nasrollahi@mut.ac.ir۲- پژوهشگر: khooshehmehri@mut.ac.ir

۱- مقدمه

برای رساندن یک وسیله به یک نقطه مشخص باید مسیر حرکت آن کنترل شود. هدایت یک وسیله به معنای تولید فرامین لازم جهت کنترل مسیر آن است. وظیفه سامانه هدایت، تعیین یا اندازه‌گیری موقعیت و گاهی سرعت نهایی، که وسیله باید به آن برسد، و تصمیم‌گیری در مورد اقداماتی است که باید به این منظور انجام شود. به مجموعه سخت افزارها و نرم‌افزارهایی که از آنها برای تولید فرامین هدایت استفاده می‌شود، سامانه هدایت گفته می‌شود. الگوریتم یا قانون هدایت بخشی از یک سامانه هدایت است که وظیفه تولید فرامین بر اساس خروجی‌های لحظه‌ای موجود از حسگرهای هدایت را بر عهده دارد. قوانین هدایت از دیدگاه کاربرد سامانه‌ی آن در رهگیرهای تاکتیکی و راهبردی به دو دسته قوانین هدایت تاکتیکی و راهبردی تقسیم‌بندی می‌شوند [۱]. هدایت‌های تاکتیکی به دو دسته هدایت سه نقطه‌ای و دونقطه‌ای تقسیم‌بندی می‌شوند. هدایت فرمان به خط دید^۳، هدایت پرتو سوار^۴ از جمله قوانین هدایت سه نقطه‌ای هستند و هدایت ناوبری تناسبی^۵، ناوبری تناسبی افزوده^۶ از جمله هدایت‌های دو نقطه‌ای می‌باشند. قوانین هدایت لمبرت^۷، Q و Q* نیز در دسته قوانین هدایت راهبردی قرار می‌گیرند.

هدایت یک رهگیر معمولاً به سه فاز اولیه، میانی و نهایی تقسیم‌بندی می‌شود [۱]. در فاز نهایی دو مسئله دقت و سرعت پاسخ بسیار اهمیت دارد. در یک رهگیر تاکتیکی، شتاب جانی به‌عنوان فرمان هدایت در نظر گرفته می‌شود. در بسیاری از مسائل هدایت فاز نهایی، قانون هدایت ناوبری تناسبی به دلیل سادگی پیاده‌سازی و عملکرد خوب برای اهداف با مانور کم بسیار مورد استفاده قرار گرفته است [۲-۴]. همچنین، رویکردهای کنترلی مختلفی از جمله کنترل مقاوم، کنترل غیرخطی بازگشت به عقب^۸، کنترل مد لغزشی، کنترل بهینه و کنترل پیش‌بین برای توسعه قوانین هدایت به کار رفته است.

در مرجع [۵]، یک قانون هدایت ناوبری تناسبی با استفاده از کنترل پیش‌بین غیرخطی ارائه شده است. در

مرجع [۶]، از روش MPSP^۹ برای توسعه یک قانون هدایت بهینه برای یک رهگیر هوا به زمین استفاده شده است. در مرجع [۷]، از روش کنترل پیش‌بین برای طراحی قانون هدایت برای اهداف دارای مانور استفاده شده است. در این مرجع مانور هدف با استفاده از یک رویکرد غیرخطی مبتنی بر مدلفزشی مرتبه دوم تخمین زده می‌شود. در مرجع [۸]، یک قانون هدایت غیرخطی با استفاده از کنترل پیش‌بین مقاوم ارائه شده است. در این مرجع مسئله به مسئله برنامه‌ریزی محدب تبدیل شده است و با استفاده از شبکه عصبی حل شده است. در برخی از مراجع، مانند [۹-۱۱]، از روش‌های ابتکاری مبتنی بر ذره^{۱۰} برای توسعه الگوریتم‌های هدایت استفاده شده است. در مرجع [۹]، یک قانون هدایت مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات^{۱۱} ارائه شده است. در این مرجع فاصله نسبی رهگیر تا هدف به‌عنوان تابع هزینه در نظر گرفته شده است. در مرجع [۱۰]، قانون هدایت دیگری مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی ذرات ارائه شده است که تفاوت الگوریتم ارائه‌شده در اینجا با مرجع [۹] در تابع هزینه است. در مرجع [۱۰]، نرخ چرخش خط دید به‌عنوان تابع هزینه در نظر گرفته شده است. همچنین، در مرجع [۱۱]، یک قانون هدایت دو حالتی با استفاده از هدایت ناوبری تناسبی برای فاز اولیه و هدایت مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی ذرات برای فاز نهایی معرفی شده است. در مرجع [۱۲]، الگوریتم هدایت مبتنی بر بهینه‌سازی نهنگ‌ها با فرض ثابت بودن سرعت رهگیر ارائه شده است. در مرجع [۱۳]، یک قانون هدایت مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان ارائه شده است. در این مرجع شتاب هدف به‌صورت نامعینی در نظر گرفته شده است و با استفاده از یک تخمین‌گر ابتکاری تخمین زده می‌شود.

در این مقاله، یک الگوریتم هدایت پیش‌بین ابتکاری مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ‌ها با در نظر گرفتن مدل آیرودینامیکی رهگیر ارائه شده است. در اینجا، معادلات غیرخطی سینماتیک نسبی رهگیر و هدف برای طراحی استفاده شده است. الگوریتم هدایت ابتکاری معرفی شده برای محاسبه فرمان شتاب رهگیر از الگوریتم بهینه‌سازی دینامیکی مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ‌ها استفاده می‌کند. تابع هزینه معرفی شده برای بهینه‌سازی متشکل از

³ Command to Line of Sight Guidance

⁴ Beam Rider Guidance

⁵ Proportional Navigation Guidance

⁶ Augmented Proportional Navigation Guidance

⁷ Lambert Guidance

⁸ Back stepping

⁹ Model Predictive Static Programming

¹⁰ Particle-based

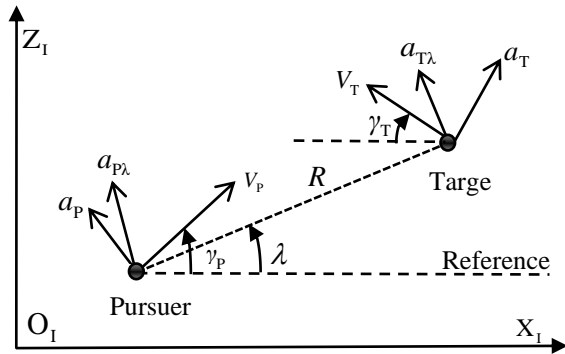
¹¹ Particle Swarm Optimization

$$\dot{\gamma}_T = \frac{a_T}{V_T} \quad (۴)$$

علامت سرعت نزدیک‌شوندگی (سرعت نسبی) در حالی که رهگیر و هدف به سمت یکدیگر نزدیک می‌شوند منفی است. منفی بودن سرعت نزدیک‌شوندگی و صفر شدن نرخ چرخش خط دید، شروط ناوبری تناسبی هستند. هدف در این مسئله یافتن فرمان هدایت بهینه برای صفر کردن نرخ چرخش خط دید است. با مشتق‌گیری از معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\ddot{R} = R\dot{\lambda}^2 + a_p \sin(\gamma_p - \lambda) + a_T \sin(\lambda + \gamma_T) \quad (۵)$$

$$\ddot{\lambda} = \frac{1}{R}(-2R\dot{\lambda} - a_p \cos(\gamma_p - \lambda) + a_T \cos(\lambda + \gamma_T)) \quad (۶)$$



شکل (۱): هندسه درگیری در صفحه

در طراحی قانون هدایت درنظر گرفتن دینامیک خودخلبان امری ضروری است. در صورتی که دینامیک خودخلبان در طراحی قانون هدایت درنظر گرفته نشود، باعث ایجاد خطای برخورد می‌شود. معمولاً دینامیک خودخلبان با یک تابع تبدیل مرتبه اول به‌صورت زیر بیان می‌شود [۱۴، ۱۵]:

$$\dot{a}_p = -\frac{1}{\tau} a_p + \frac{1}{\tau} u \quad (۷)$$

در معادله (۷)، ثابت زمانی رهگیر و ورودی خودخلبان (فرمان هدایت) است. با تعریف متغیرهای حالت $x_1(t) = R$ ، $x_2(t) = \dot{R}$ ، $x_3(t) = \dot{\lambda}$ ، $x_4(t) = a_p$ ، $x_5(t) = \gamma_p$ ، $x_6(t) = \gamma_T$ و $x_7(t) = \dot{\lambda}$ معادلات فضای حالت مسئله هدایت و کنترل به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (۸)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)x_3^2(t) + x_4(t) \sin(x_5(t) - x_7(t)) + a_T \sin(x_6(t) + x_7(t)) \quad (۹)$$

خطای نرخ چرخش خط دید، فرمان هدایت و تغییرات فرمان هدایت است. در طراحی الگوریتم هدایت، دینامیک مرتبه اول حلقه کنترل نیز درنظر گرفته شده است. عملکرد الگوریتم هدایت ابتکاری معرفی شده برای اهداف با سرعت ثابت و شتاب پله با استفاده از شبیه‌سازی در شرایط مختلف بررسی شده است. همچنین، عملکرد الگوریتم معرفی شده با درنظرگرفتن مدل آیرودینامیکی رهگیر نیز بررسی شده است.

در این مقاله، ابتدا مسئله هدایت دو نقطه‌ای و سینماتیک درگیری بین رهگیر و هدف متحرک در صفحه بیان شده است. در بخش سوم الگوریتم هدایت ابتکاری مبتنی بر بهینه‌سازی نهنگ‌ها بیان شده است. در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی غیرخطی حلقه هدایت و کارایی الگوریتم معرفی شده برای شرایط مختلف بیان شده است. در انتها نیز نتیجه‌گیری مقاله بیان شده است.

۲- بیان مسئله

در این بخش، سینماتیک درگیری بین رهگیر و هدف متحرک بیان شده است. درگیری در صفحه در شکل ۱ نشان داده شده است. همچنین، در ادامه از زیرنویس P و T برای مشخص شدن رهگیر و هدف استفاده شده است. در شکل ۱ فاصله نسبی بین رهگیر و هدف و زاویه خط دید^{۱۲}، به ترتیب با متغیرهای R و λ نمایش داده شده است. زاویه پرواز، سرعت، شتاب عمود بر خط دید، و شتاب عمود بر بردار سرعت رهگیر به ترتیب با γ_p ، V_p ، $a_{p\lambda}$ و a_p مشخص شده‌اند. همچنین، این پارامترها برای هدف با γ_T ، V_T ، $a_{T\lambda}$ و a_T بیان شده‌اند. شایان ذکر است که در فاز نهایی مقدار شتاب جاذبه در مقابل فرمان شتاب قابل صرف‌نظر کردن است [۱۴]. با این فرض، معادلات سینماتیک نسبی رهگیر و هدف به‌صورت زیر بیان می‌شوند [۱۵-۱۶]:

$$\dot{R} = -V_T \cos(\lambda + \gamma_T) - V_p \cos(\gamma_p - \lambda) \quad (۱)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V_T \sin(\lambda + \gamma_T) - V_p \sin(\gamma_p - \lambda)}{R} \quad (۲)$$

$$\dot{\gamma}_p = \frac{a_p}{V_p} \quad (۳)$$

¹² line of sight

محاسبه می‌شود و بر اساس آن موقعیت به‌روزرسانی می‌شود. حلقه داخلی پس از یک تعداد تکرار از پیش تعریف شده خاتمه می‌یابد. در انتها، تخمین بردار حالت افزوده بر اساس میانگین‌گیری انجام می‌شود. در ادامه، مراحل الگوریتم به تفصیل بیان می‌شوند.

۳-۱- مقداردهی اولیه

الگوریتم هدایت معرفی شده دارای پارامترهایی است که در ابتدا باید مقدار دهی شوند. این پارامترها شامل تعداد ذرات، N ؛ افق پیش‌بینی، T_p ؛ وزن خطای ردیابی، w_{TE} ؛ وزن تلاش کنترلی، w_{CE} ؛ وزن همواری سیگنال کنترل، w_{CS} ؛ و انحراف معیار σ_v است. همچنین، مقدار اولیه تخمینی هر نهنگ برای حالت‌ها و سیگنال‌های کنترلی به صورت توزیع تصادفی مقداردهی می‌شوند. این مقداردهی باید در محدوده قابل قبول حالت‌ها و سیگنال هدایت باشد.

$$\dot{x}_3(t) = \frac{1}{x_1(t)} \left(\begin{array}{l} -2x_2(t)x_3(t) - x_4(t) \cos(x_5(t) - x_7(t)) \\ + a_T \cos(x_6(t) + x_7(t)) \end{array} \right) \quad (10)$$

$$\dot{x}_4(t) = -\frac{1}{\tau} x_4(t) + \frac{1}{\tau} u \quad (11)$$

$$\dot{x}_5(t) = \frac{x_4(t)}{V_P} \quad (12)$$

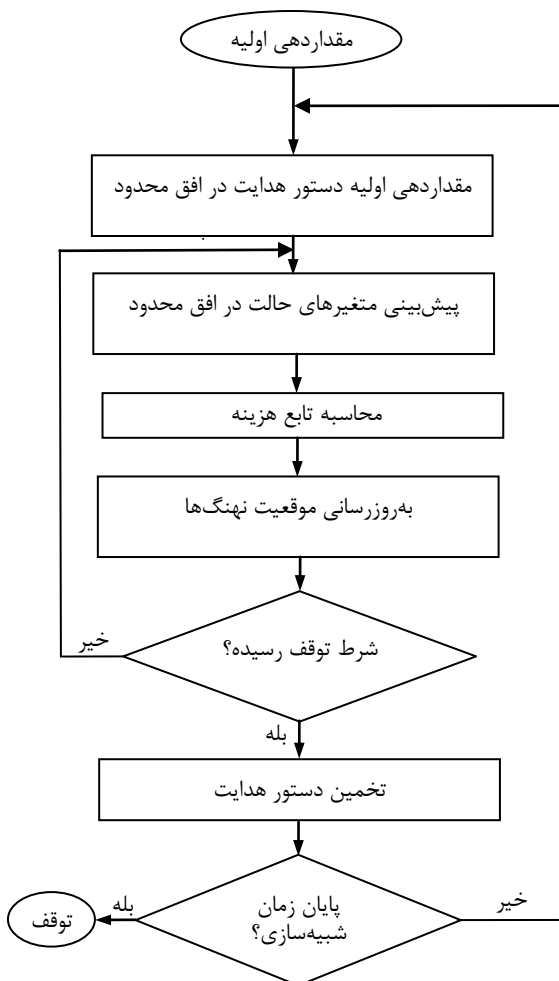
$$\dot{x}_6(t) = \frac{a_T}{V_T} \quad (13)$$

$$\dot{x}_7(t) = \frac{V_T \sin(x_7(t) + x_6(t)) - V_P \sin(x_5(t) - x_7(t))}{x_1(t)} \quad (14)$$

۳- الگوریتم هدایت مبتنی بر بهینه‌سازی نهنگ‌ها

الگوریتم بهینه‌سازی فرا ابتکاری بهینه‌سازی نهنگ‌ها که برای اولین بار در مرجع [۱۷]، ارائه شده است؛ الهام گرفته از نحوه شکار نهنگ‌های کوهان‌دار است. نهنگ‌های کوهان‌دار از راهبرد شکار شبکه‌حبابی برای شکار دسته ماهی‌ها استفاده می‌کنند. بدین صورت که با ایجاد حباب‌هایی در امتداد یک دایره یا مسیریایی به شکل "9" به شکار می‌پردازد. الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ، یک اپراتور اصلی دارد و آن اپراتور به‌روزرسانی موقعیت است. در ابتدا، تعدادی نهنگ به صورت تصادفی ایجاد می‌شود. سپس بر اساس مقدار تابع هزینه هر نهنگ، بهترین موقعیت متناظر با بهترین نهنگ محاسبه می‌شود. سپس بر اساس بهترین موقعیت به دست آمده، موقعیت جدید نهنگ‌ها به‌روزرسانی می‌شود. این فرآیند به دفعات معینی تکرار می‌شود و در نهایت بهترین موقعیت تجربه‌شده توسط نهنگ‌ها به عنوان جواب ارائه می‌شود.

فلوچارت الگوریتم هدایت مبتنی بر بهینه‌سازی نهنگ‌ها در شکل ۲ نشان داده شده است. الگوریتم معرفی شده دو حلقه دارد: یک حلقه اصلی خارجی، تا انتهای زمان شبیه‌سازی این حلقه تکرار می‌شود، و یک حلقه داخلی، وظیفه این حلقه یافتن بهترین تخمین از بردار هدایت است. در ابتدا پارامترها مقداردهی می‌شوند و سپس فرمان هدایت در یک افق محدود به صورت تصادفی مقداردهی می‌شود. در مرحله بعد از این الگوریتم، بردار متغیرهای حالت پیش‌بینی می‌شوند. سپس، برای هر نهنگ تابع هزینه



شکل (۲): فلوچارت الگوریتم هدایت مبتنی بر بهینه‌سازی نهنگ‌ها

$$J_{CE} = \frac{\sum_{i=k}^{k+T_p-1} [\mathbf{u}_{l,j}(i)]^T [\mathbf{u}_{l,j}(i)]}{\max_{j=1}^N \sum_{i=k}^{k+T_p-1} [\mathbf{u}_{l,j}(i)]^T [\mathbf{u}_{l,j}(i)]} \quad (19)$$

$$J_{CS} = \frac{\sum_{i=k}^{k+T_p-1} [\Delta \mathbf{u}_{l,j}(i)]^T [\Delta \mathbf{u}_{l,j}(i)]}{\max_{j=1}^N \sum_{i=k}^{k+T_p-1} [\Delta \mathbf{u}_{l,j}(i)]^T [\Delta \mathbf{u}_{l,j}(i)]} \quad (20)$$

در معادلات بالا، J_{TE} جریمه در نظر گرفته شده برای خطای ردیابی است؛ \mathbf{x}_d ورودی مطلوب است؛ J_{CE} جریمه در نظر گرفته شده برای فرمان هدایت است؛ J_{CS} جریمه در نظر گرفته شده برای هموار بودن سیگنال فرمان هدایت است که از طریق کمینه کردن نوسانات سیگنال فرمان هدایت، $\Delta \mathbf{u}_{l,j}(k) = \mathbf{u}_{l,j}(k) - \mathbf{u}_{l,j}(k-1)$ به دست می‌آید. همچنین، ضرایب ثابت W_{TE} ، W_{CE} ، W_{CS} به ترتیب: اهمیت خطای ردیابی، تلاش هدایت و همواری فرمان هدایت هستند. مقادیر این پارامترها بر اساس اهمیت هر کدام از ترم‌های تابع هزینه به صورت سعی و خطا به دست می‌آید.

۳-۵- به‌روزرسانی موقعیت نهنگ‌ها

بعد از محاسبه بهترین موقعیت $\mathbf{X}_{best}^l(k)$ ، موقعیت هر نهنگ با استفاده از رابطه زیر به‌روزرسانی می‌شود:

$$\mathbf{X}_j^{l+1}(k) = \begin{cases} \mathbf{X}_{best}^l(k) - (2ar - a) |2r(\mathbf{X}_{best}^l(k) - \mathbf{X}_j^l(k))| & p < 0.5 \\ \mathbf{X}_{best}^l(k) + |\mathbf{X}_{best}^l(k) - \mathbf{X}_j^l(k)| e^{bl} \cos(2\pi l) & p \geq 0.5 \end{cases} \quad (21)$$

به‌طوری که، a در حلقه داخلی بصورت خطی از مقدار دو به صفر کاهش می‌یابد. $r, p \in [0,1]$ متغیرهای تصادفی یکنواخت، b ثابت مثبت و $l \in [-1,1]$ متغیر تصادفی یکنواخت تعریف می‌شوند. همچنین، $\mathbf{X}_j^l(k)$ موقعیت نهنگ j به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{X}_j^l(k) \equiv \begin{bmatrix} u_j^l(k) \\ u_j^l(k+1) \\ \vdots \\ u_j^l(k+T_p-1) \end{bmatrix} \quad (22)$$

۳-۶- شرط توقف

الگوریتم معرفی شده دو حلقه دارد: یک حلقه اصلی خارجی، تا انتهای زمان شبیه‌سازی این حلقه تکرار می‌شود، و یک حلقه داخلی، وظیفه این حلقه یافتن بهترین تخمین از فرمان هدایت است. شرط توقف حلقه داخلی رسیدن به

شبه‌کد الگوریتم هدایت مبتنی بر بهینه‌سازی نهنگ‌ها

مقداردهی تعداد نهنگ‌ها، N ، تعداد بهترین نهنگ‌ها، N_t ، افق پیش‌بینی،

T_p ، وزن‌های تابع هزینه، W و انحراف معیار σ_v

مقداردهی موقعیت اولیه نهنگ‌ها (دستور هدایت) در افق محدود \mathbf{X}_j^0 ، $j \in [1, N]$

برای k از ۱ تا k_{max} مراحل زیر انجام شود

برای l از ۱ تا l_{max} مراحل زیر انجام شود

پیش‌بینی فرمان هدایت و بردار حالت در افق محدود با استفاده از

روابط (۱۵) و (۱۶)

محاسبه تابع هزینه برای هر نهنگ با استفاده از روابط (۱۷)–(۲۰)

به‌روزرسانی موقعیت نهنگ‌ها (دستور هدایت) با استفاده از

رابطه (۲۱)

پایان

تخمین فرمان هدایت با استفاده از رابطه (۲۳)

پایان زمان شبیه‌سازی

۳-۲- پیش‌بینی فرمان هدایت

در تکرار l -ام حلقه داخلی، فرمان هدایت نهنگ j در به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u_j^l(k+i-1) = u_j^l(k+i-2) + v_{p,j}^l(k+i-2), \quad (i=1, \dots, T_p) \quad (15)$$

به‌طوری که $v_{p,j}^l$ متغیر تصادفی گوسی با انحراف معیار σ_{v_p} است. همچنین، k و l گام زمانی و تعداد تکرار حلقه داخلی است. لازم به ذکر است که مقدار $u_j^l(k-1) = \hat{u}(k-1)$ است.

۳-۳- پیش‌بینی آینده بردار حالت

سپس، آینده بردار حالت برای نهنگ j در تکرار l ، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{x}_j^l(k+i-1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_j^l(k+i-2), u_j^l(k+i-2)), \quad (i=1, \dots, T_p) \quad (16)$$

۳-۴- محاسبه تابع هزینه

تابع هزینه اختصاص یافته برای نهنگ j در تکرار l و گام زمانی k ، $J_{l,j}(k)$ ، توسط روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$J_{l,j}(k) = W_{TE} J_{TE} + W_{CE} J_{CE} + W_{CS} J_{CS} \quad (17)$$

$$J_{TE} = \frac{\sum_{i=k+1}^{k+T_p} [\mathbf{x}_d(i) - \mathbf{x}_{l,j}(i)]^T [\mathbf{x}_d(i) - \mathbf{x}_{l,j}(i)]}{\max_{j=1}^N \sum_{i=k+1}^{k+T_p} [\mathbf{x}_d(i) - \mathbf{x}_{l,j}(i)]^T [\mathbf{x}_d(i) - \mathbf{x}_{l,j}(i)]} \quad (18)$$

شبهه‌سازی در جدول (۱) نشان داده شده است. مقادیر پارامترهای الگوریتم هدایت معرفی شده برابر است با: $\sigma_v = 0.2$ ، $T_p = 10$ ، $w_{CS} = 0.1$ ، $w_{CE} = 1$ ، $w_{TE} = 10$ ، $N = 20$ و $l = 20$.

۴-۱- رهگیر با سرعت ثابت

برای شبهه‌سازی معادلات حرکت رهگیر به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\dot{x}_p = V_p \cos(\gamma_p) \quad (24)$$

$$\dot{z}_p = V_p \sin(\gamma_p) \quad (25)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{a_p}{V_p} \quad (26)$$

$$\dot{a}_p = \frac{u - a_p}{\tau_p} \quad (27)$$

در معادلات بیان شده (x_p, z_p) بیانگر موقعیت رهگیر و τ_p ثابت زمانی خودخلبان رهگیر است. همچنین، معادلات حرکت هدف به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\dot{x}_T = -V_T \cos(\gamma_T) \quad (28)$$

$$\dot{z}_T = V_T \sin(\gamma_T) \quad (29)$$

$$\dot{\beta} = \frac{a_T}{V_T} \quad (30)$$

$$\dot{a}_T = \frac{v - a_T}{\tau_T} \quad (31)$$

در معادلات بیان شده (x_T, z_T) بیانگر موقعیت هدف و τ_T ثابت زمانی خودخلبان هدف است. مقادیر ثوابت زمانی خودخلبان‌های رهگیر و هدف برابر ۰/۱ ثانیه در نظر گرفته شده است.

شرایط ۱a: هدف بدون مانور

در این شرایط برای بررسی عملکرد الگوریتم معرفی شده، دو حالت در نظر گرفته شده است. در حالت اول زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید بزرگ فرض شده و در حالت دوم این مقدار کوچک فرض شده است. نتایج حالت اول در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شرایط زمان پرواز S و ۷/۸ و فاصله از دست‌دهی m ۰/۹ است. مسیر رهگیر به دلیل

مقدار بیشینه تکرار، l_{max} ، است و شرط توقف حلقه خارجی به زمان شبهه‌سازی وابسته است.

۳-۷- تخمین فرمان هدایت

پس از خاتمه یافتن حلقه داخلی، نهنگ‌ها بر اساس هزینه اختصاص یافته به هر کدام از آنها رتبه‌بندی می‌شوند و سیگنال‌های هدایت در گام زمانی k بر مبنای میانگین‌گیری از موقعیت بهترین نهنگ‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{X}(k) = \frac{1}{N_t} \sum_{j \in \mathcal{N}_t} \hat{X}_j^{l_{max}}(k) \quad (23)$$

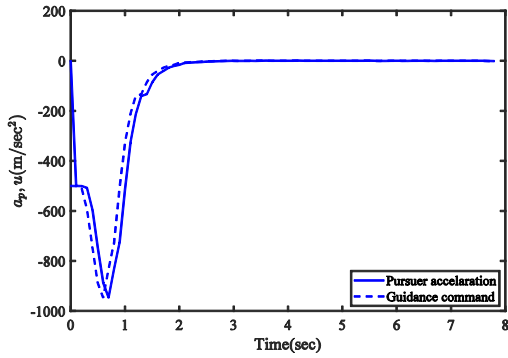
در معادله (۲۳) $N_t = |\mathcal{N}_t| < N$ مشخص‌کننده تعداد بهترین نهنگ‌ها است. بنابراین، سیگنال هدایت تخمین زده شده (عناصر $1, \dots, T_p - 1$ از $\hat{X}(k)$) با استفاده از تخمین بهترین نهنگ‌ها (عناصر $1, \dots, T_p - 1$ از $\hat{X}_j^{l_{max}}$) به دست می‌آید.

جدول (۱): پارامترهای مورد نیاز برای شبهه‌سازی شرایطها

شرایط	هدف							مانور (m/s ²)	
	x_{p0} (km)	z_{p0} (km)	V_{p0} (m/s)	γ_{p0} (deg)	x_{T0} (km)	z_{T0} (km)	V_{T0} (m/s)		γ_{T0} (deg)
۱a	۰	۰	۶۰۰	۷۰	۸	۰	۵۰۰	۰	بدون مانور
	۰	۰	۶۰۰	۳۰	۵	۰	۵۰۰	۰	بدون مانور
۱b	۰	۰	۶۰۰	۷۰	۸	۰	۵۰۰	۰	پله ۵۰
	۰	۰	۶۰۰	۳۰	۵	۰	۵۰۰	۰	پله ۵۰
۲a	۰	۰	۶۰۰	۷۰	۸	۰	۵۰۰	۰	بدون مانور
	۰	۰	۶۰۰	۳۰	۵	۰	۵۰۰	۰	بدون مانور
۲b	۰	۰	۶۰۰	۷۰	۸	۰	۵۰۰	۰	پله ۵۰
	۰	۰	۶۰۰	۳۰	۵	۰	۵۰۰	۰	پله ۵۰

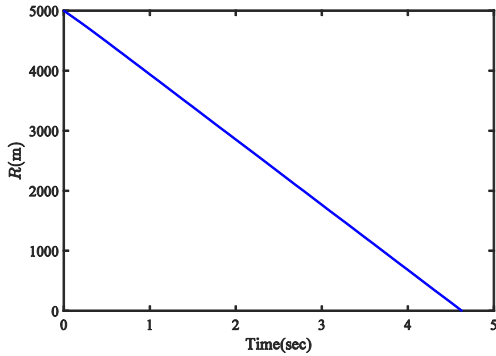
۴- نتایج شبهه‌سازی

در این بخش نتایج شبهه‌سازی الگوریتم هدایت معرفی شده را برای دو حالت رهگیر با سرعت ثابت و سرعت متغیر نشان داده شده است. در اینجا فرض شده است که سرعت رهگیر، زاویه خط دید و زاویه مسیر پروازی رهگیر اندازه‌گیری می‌شوند. همچنین، سرعت هدف، نرخ چرخش خط دید و زاویه مسیر پرواز هدف از طریق تخمین وجود دارند [۱۸]. عملکرد الگوریتم معرفی شده برای اهداف مانوردار و بدون مانور بررسی شده است و پارامترهای مورد نیاز برای

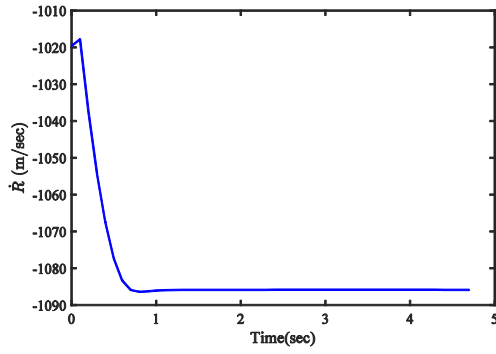


(ت)

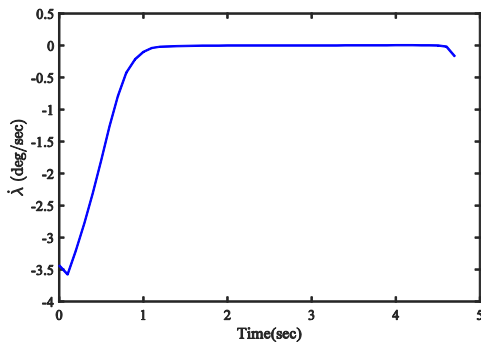
شکل (۳): نتایج برای شرایط ۱a با وجود خطای زیاد زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید؛ (الف) فاصله نسبی، (ب) سرعت نزدیک شونده، (پ) نرخ زاویه LOS، (ت) فرمان هدایت و شتاب رهگیر



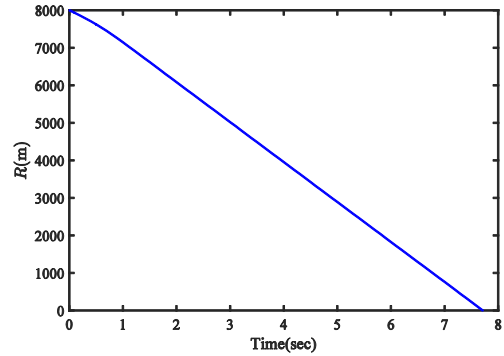
(الف)



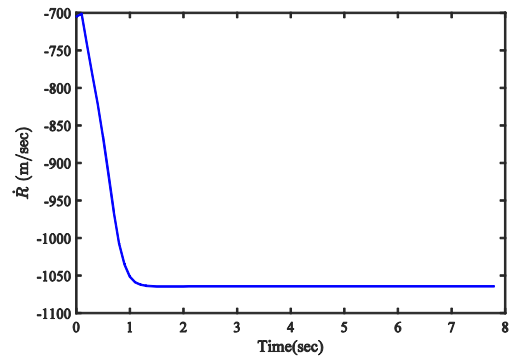
(ب)



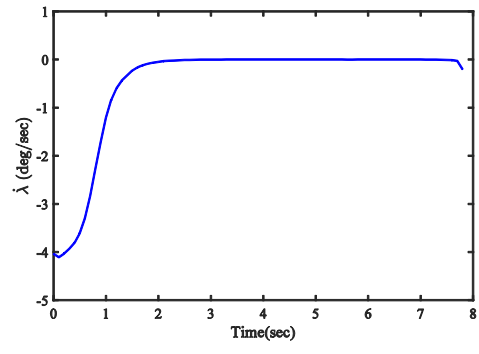
(پ)



(الف)

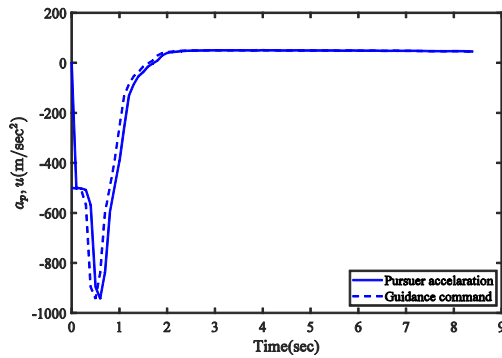


(ب)



(پ)

خطای اولیه زیاد بین بردار سرعت و خط دید انحراف زیادی از مسیر برخورد دارد. به همین دلیل، رهگیر برای جبران این مسئله نیاز به دستور شتاب زیاد دارد. نتایج حالت دوم در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شرایط زمان پرواز ۸/۴ و فاصله از دست‌دهی ۰/۷ m است. دستور شتاب در مقایسه با حالت اول مقدار کمتری دارد؛ دلیل این موضوع خطای اولیه کمتر بین بردار سرعت و خط دید است. در دو حالت بررسی شده، به دلیل بدون مانور بودن هدف مقدار حالت دائمی فرمان شتاب صفر است. همچنین، بعد از رسیدن رهگیر به مسیر برخورد سرعت نزدیک شونده به یک مقدار ثابت رسیده و نرخ چرخش خط دید صفر شده است.

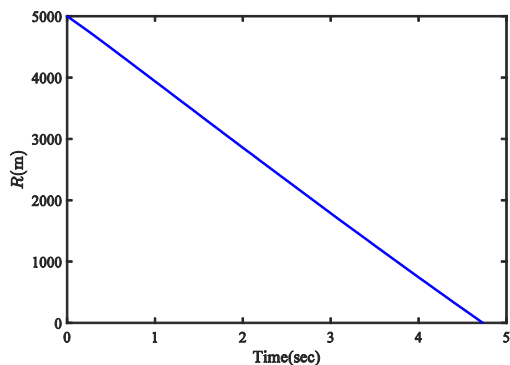


(ت)

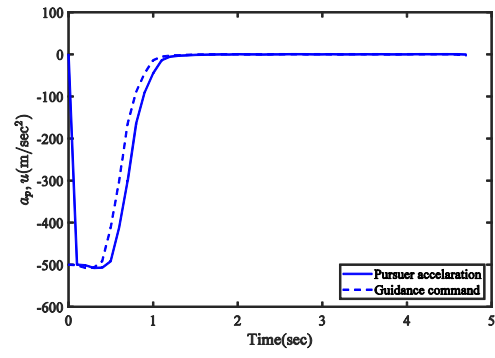
شکل (۵): نتایج برای شرایط ۱b با وجود خطای زیاد زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید: (الف) فاصله نسبی، (ب) سرعت نزدیک شونده، (پ) نرخ زاویه LOS، (ت) فرمان هدایت و شتاب رهگیر

شرایط ۱b: هدف با مانور پله

در این شرایط علاوه بر بررسی دو حالت برای خطای اولیه بین بردار سرعت و خط دید، هدف نیز مانوردار است که مقدار مانور در جدول ۱ بیان شده است. نتایج شبیه‌سازی برای حالتی که خطای اولیه زیاد بین بردار سرعت و خط دید وجود دارد در شکل ۵ نشان داده شده است. فاصله از دست‌دهی و زمان پرواز در این شرایط به ترتیب برابر m $2/8$ و s $8/4$ است. نتایج شبیه‌سازی برای حالتی که خطای اولیه کم بین بردار سرعت و خط دید وجود دارد در شکل ۶ نشان داده شده است. فاصله از دست‌دهی و زمان پرواز در این شرایط به ترتیب برابر m $2/4$ و s $4/8$ است. فاصله نسبی در شکل ۶-الف نشان داده شده است. شکل ۶-ب و ۶-ت به ترتیب، سرعت نزدیک‌شونده، نرخ LOS، فرمان هدایت و شتاب رهگیر را نشان می‌دهند. یکی از شرایط برخورد $\dot{R} < 0$ است که نتایج نشان می‌دهد مقدار آن در کل زمان شبیه‌سازی منفی است.

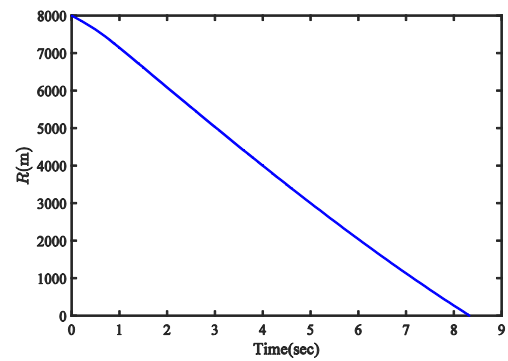


(الف)

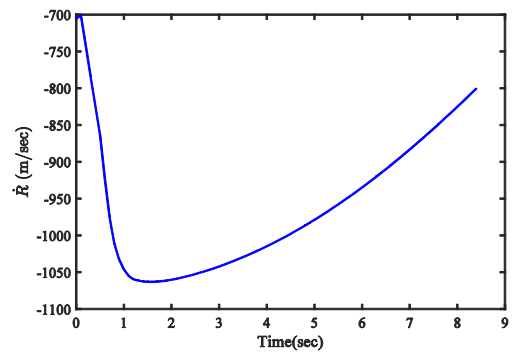


(ت)

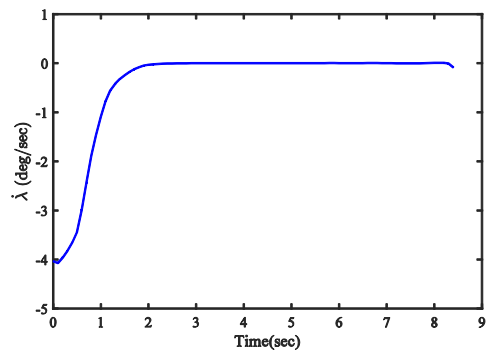
شکل (۴): نتایج برای شرایط ۱a با وجود خطای کم زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید: (الف) فاصله نسبی، (ب) سرعت نزدیک شونده، (پ) نرخ زاویه LOS، (ت) فرمان هدایت و شتاب رهگیر



(الف)



(ب)



(ب)

$$\dot{\alpha} = \frac{a_p - g \cos(\gamma_p)}{V_p} \quad (34)$$

$$\dot{V}_p = \frac{T_p - D}{m_p} - g \sin(\gamma_p) \quad (35)$$

$$\dot{a}_p = \frac{u - a_p}{\tau_p} \quad (36)$$

در معادلات نیروی برا و درگ به ترتیب با T_p و D نشان داده شده‌اند. همچنین، g و m_p به ترتیب شتاب گرانش و جرم رهگیر است. درگ ناشی از آیرودینامیک به صورت زیر بیان می‌شود [۱۹-۲۰]:

$$D = D_0 + D_i \quad (37)$$

$$D_0 = C_{D_0} \bar{Q} s \quad (38)$$

$$D_i = \frac{K a_p^2 m_p^2}{Q_s} \quad (39)$$

$$\bar{Q} = \frac{1}{2} \rho V_p^2 \quad (40)$$

جایی‌که، \bar{Q} فشار دینامیکی، ρ چگالی اتمسفر و $s = 1 \text{ m}^2$ سطح مرجع است.

$$C_{D_0} = \begin{cases} 0.02 & M < 0.93 \\ 0.02 + 0.2(M - 0.93) & 0.93 \leq M < 1.033 \\ 0.04 + 0.06(M - 1.03) & 1.03 \leq M < 1.1 \\ 0.0442 - 0.007(M - 1.1) & M \geq 1.1 \end{cases} \quad (41)$$

$$K = \begin{cases} 0.02 & M < 1.15 \\ 0.02 + 0.245(M - 1.15) & M \geq 1.15 \end{cases} \quad (42)$$

جایی‌که

$$M = \frac{V_p}{\sqrt{403.2T}} \quad (43)$$

همچنین، دما در واحد کلوین به صورت زیر بیان می‌شود:

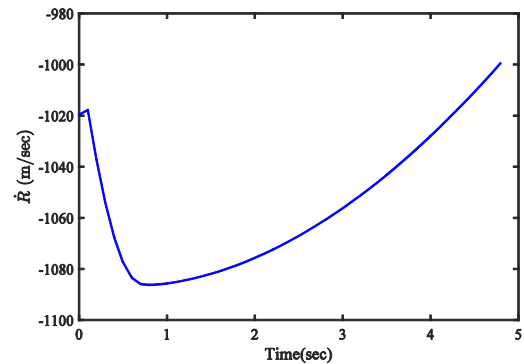
$$T = \begin{cases} 288.16 - 0.0065z_p & z_p < 11000 \text{ m} \\ 216.66 & z_p \geq 11000 \text{ m} \end{cases} \quad (44)$$

پروفایل تراست و جرم رهگیر با روابط زیر بیان می‌شوند:

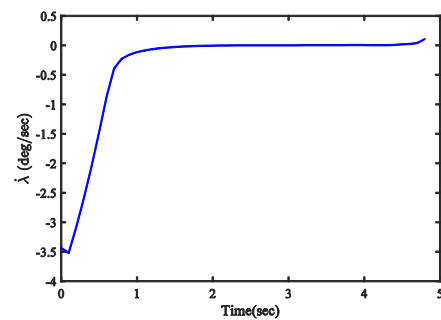
$$T_p = \begin{cases} 33000 \text{ N} & 0 \leq t < 1.5 \text{ s} \\ 7500 \text{ N} & 1.5 \text{ s} \leq t < 8.5 \text{ s} \\ 0 \text{ N} & t \geq 12 \text{ s} \end{cases} \quad (45)$$

$$m_p = \begin{cases} 135 - 14.53t \text{ kg} & 0 \leq t < 1.5 \text{ s} \\ 113.205 - 3.331t \text{ kg} & 1.5 \text{ s} \leq t < 8.5 \text{ s} \\ 90.035 \text{ kg} & t \geq 8.5 \text{ s} \end{cases} \quad (46)$$

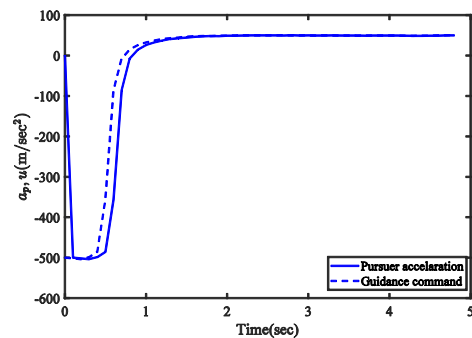
در انتها، چگالی اتمسفر هم به صورت زیر مدل می‌شود:



(ب)



(ب)



(ت)

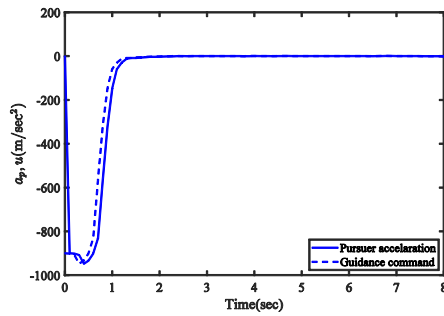
شکل (۶): نتایج برای شرایط با وجود خطای کم زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید: (الف) فاصله نسبی، (ب) سرعت نزدیک شونده، (پ) نرخ زاویه LOS، (ت) فرمان هدایت و شتاب رهگیر

۲-۴- رهگیر با سرعت متغیر

در واقعیت، سرعت رهگیر در طول شرایطی درگیری تغییر می‌کند. برای همین منظور، در ادامه یک مدل نزدیک به واقعیت برای رهگیر در نظر گرفته شده است. در این حالت معادلات حرکت رهگیر به صورت زیر بیان می‌شوند:

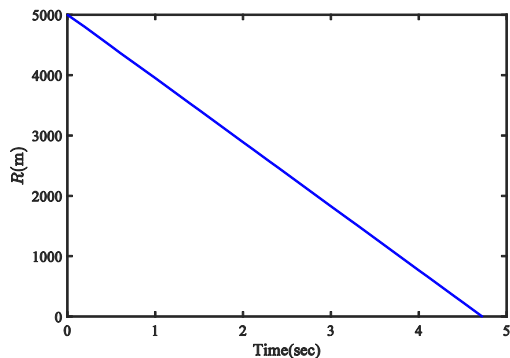
$$\dot{x}_p = V_p \cos(\gamma_p) \quad (32)$$

$$\dot{z}_p = V_p \sin(\gamma_p) \quad (33)$$

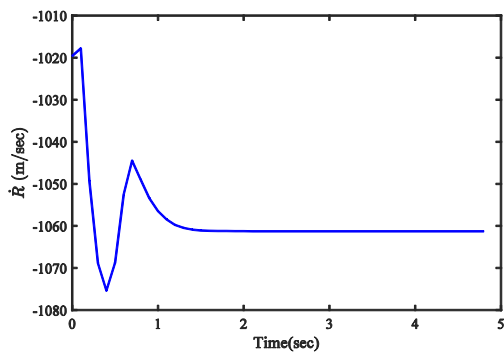


(ت)

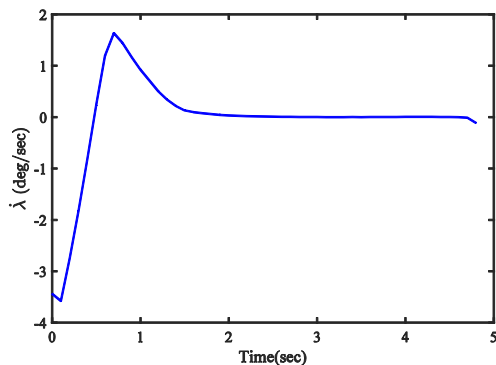
شکل (۷): نتایج برای شرایط ۲a با وجود خطای زیاد زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید: (الف) فاصله نسبی، (ب) سرعت نزدیک‌شوندگی، (پ) نرخ زاویه LOS، (ت) فرمان هدایت و شتاب رهگیر



(الف)



(ب)

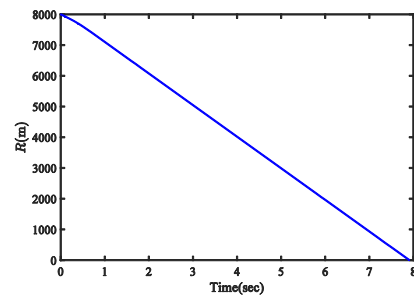


(پ)

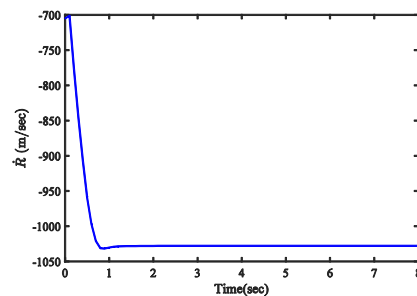
$$\rho(z_p) = 1.15579 - 1.058 \times 10^{-4} z_p + 3.725 \times 10^{-9} z_p^2 - 6 \times 10^{-14} z_p^3, \quad z_p \in [0, 20000 \text{ m}] \quad (47)$$

شرایط ۲a: هدف بدون مانور

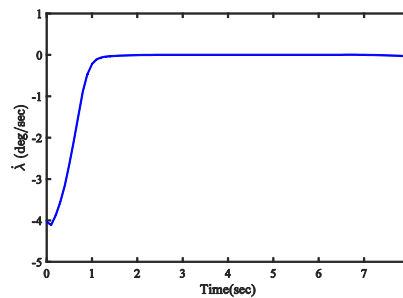
نتایج شبیه‌سازی برای حالتی که خطای اولیه زیاد بین بردار سرعت و خط دید وجود دارد در شکل ۷ نشان داده شده است. در این شرایط فاصله از دست‌دهی ۱/۳ m و زمان پرواز ۸ s است. به دلیل زیاد بودن مقدار اولیه زاویه بردار سرعت با خط دید مسیر رهگیر نیاز به مانور جانبی دارد. نتایج شبیه‌سازی برای حالتی که خطای اولیه کم بین بردار سرعت و خط دید وجود دارد در شکل ۸ نشان داده شده است. در این شرایط فاصله از دست‌دهی ۱/۱ m و زمان پرواز ۴/۸ s است. در این شرایط دلیل فراجاهش در نرخ LOS نوسانات سرعت نزدیک شونده است.



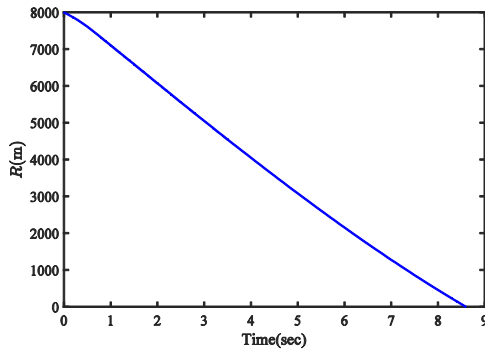
(الف)



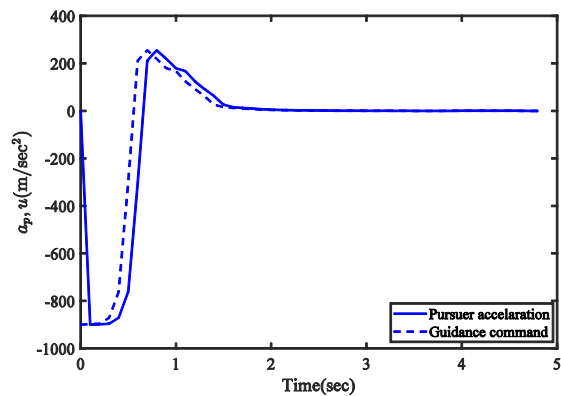
(ب)



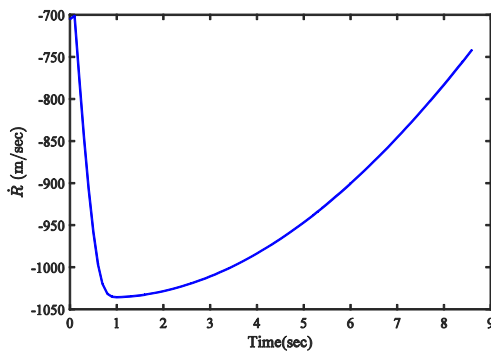
(پ)



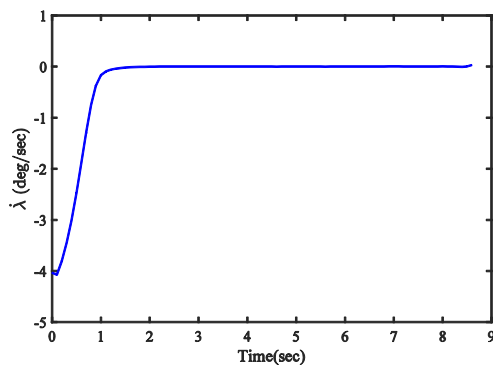
(الف)



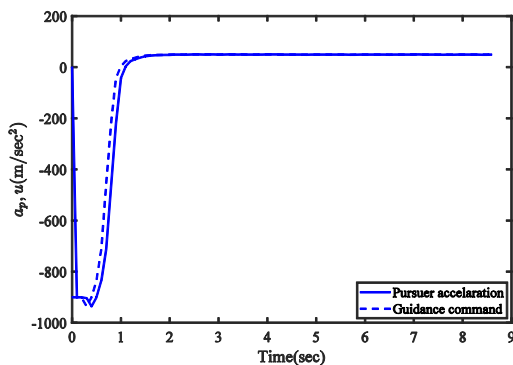
(ت)



(ب)



(پ)



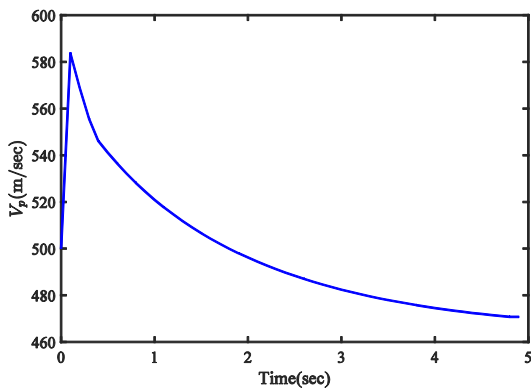
(ت)

شکل (۸): نتایج برای شرایط ۲a با وجود خطای کم زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید: (الف) فاصله نسبی، (ب) سرعت نزدیک شونددگی، (پ) نرخ زاویه LOS، (ت) فرمان هدایت و شتاب رهگیر

شرایط ۲b: هدف با مانور پله

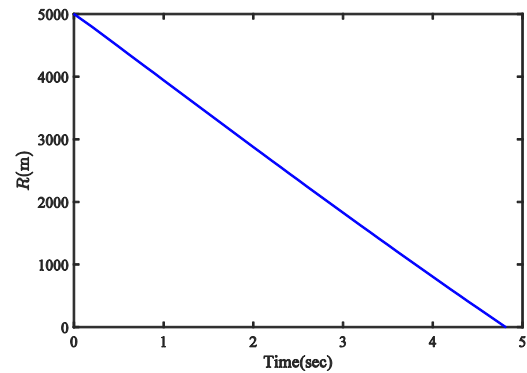
در این شرایط نیز علاوه بر بررسی دو حالت برای خطای اولیه بین بردار سرعت و خط دید، هدف نیز مانوردار است که مقدار مانور در جدول ۱ بیان شده است. نتایج شبیه‌سازی برای حالتی که خطای اولیه زیاد بین بردار سرعت و خط دید وجود دارد در شکل ۹ نشان داده شده است. فاصله از دست‌دهی و زمان پرواز در این شرایط به ترتیب برابر $3/5$ m و $8/6$ s است. نتایج شبیه‌سازی برای حالتی که خطای اولیه کم بین بردار سرعت و خط دید وجود دارد در شکل ۱۰ نشان داده شده است. فاصله از دست‌دهی و زمان پرواز در این شرایط به ترتیب برابر m و $4/9$ s است. فاصله نسبی در شکل (۱۰-الف) نشان داده شده است. شکل (۱۰-ب) و (۱۰-ت) به ترتیب، سرعت نزدیک‌شونددگی، نرخ LOS، فرمان هدایت و شتاب رهگیر را نشان می‌دهند. در دو حالت بررسی شده، به دلیل مانوردار بودن هدف مقدار حالت دائمی فرمان شتاب رهگیر باید برابر با مقدار شتاب هدف باشد که نتایج شبیه‌سازی (شکل ۹) و (شکل ۱۰-ت) نیز این موضوع را نشان می‌دهند. همچنین، تغییرات سرعت رهگیر در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

شکل (۹): نتایج برای شرایط ۲b با وجود خطای زیاد زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید: (الف) فاصله نسبی، (ب) سرعت نزدیک شونددگی، (پ) نرخ زاویه LOS، (ت) فرمان هدایت و شتاب رهگیر

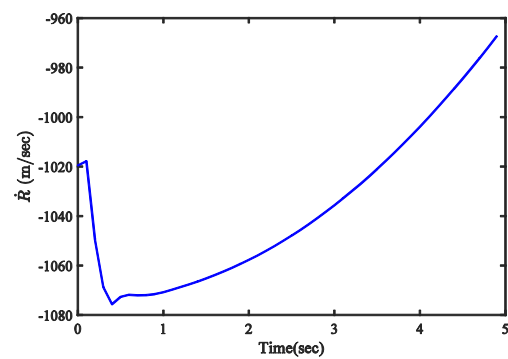


شکل (۱۱): تغییرات سرعت رهگیر

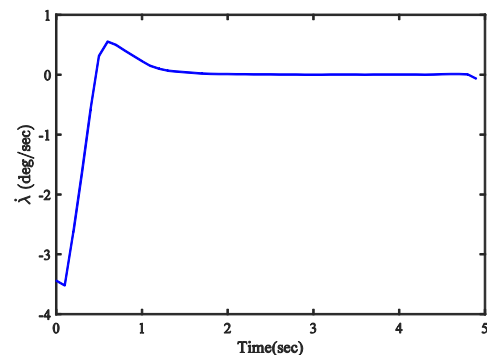
در ادامه، برای بررسی عملکرد الگوریتم هدایت معرفی شده یک آنالیز حساسیت نسبت به تغییرات تعداد ذرات (نهنگ‌ها) و تعداد تکرار حلقه داخلی انجام شده است، (شکل ۱۲). تحلیل نتایج نشان می‌دهد با کاهش تعداد ذرات و تکرار حلقه عملکرد کاهش می‌یابد و با افزایش عملکرد تغییر محسوسی ندارد؛ همچنین، حساسیت الگوریتم نسبت به کاهش تعداد تکرار حلقه داخلی بیشتر است. در انتها، برای بررسی اثر تغییرات شرایط اولیه الگوریتم، یک شبیه‌سازی مونت کارلو با ۵۰ بار تکرار انجام شد. در شکل ۱۳ باند تغییرات نرخ LOS به‌ازای شرایط اولیه (تصادفی) مختلف نشان داده شده است. یکی از نقاط ضعف الگوریتم هدایت معرفی شده ارائه اثبات پایداری به صورت تحلیلی است. از این جهت، برای اثبات پایداری از شبیه‌سازی عددی استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهد که به ازای ۵۰ بار اجرا نرخ LOS واگرا نشده است که از طرفی اثبات پایداری این الگوریتم به صورت عددی را نیز نشان می‌دهد. الگوریتم هدایت ابتکاری ارائه‌شده در نرم افزار MATLAB و در یک کامپیوتر با مشخصات پردازنده Core i7 2.9 GHz و رم ۴ گیگابایت پیاده‌سازی شده است. زمان محاسبه‌شده برای هر گام زمانی تقریباً ۰/۰۳ S است؛ درحالی که زمان گسسته‌سازی این مسئله ۰/۱ S است. البته با پیاده‌سازی الگوریتم در C++ می‌توان هزینه محاسباتی را کاهش داد.



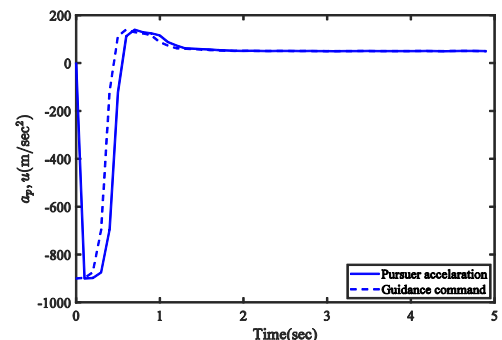
(الف)



(ب)

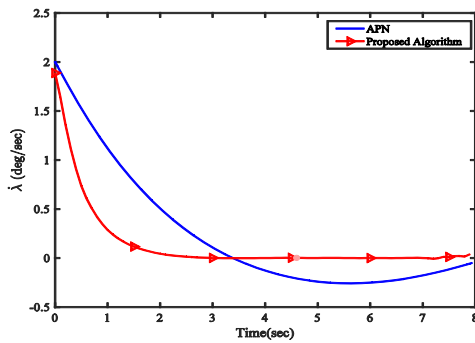


(پ)

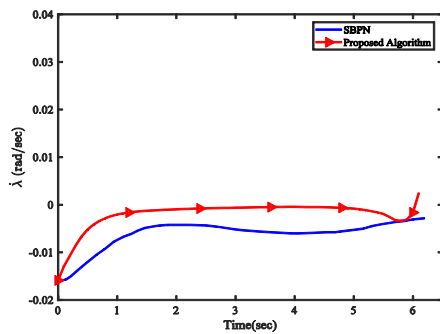


(ت)

شکل (۱۰): نتایج برای شرایط ۲b با وجود خطای کم زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید: (الف) فاصله نسبی، (ب) سرعت نزدیک شونده، (پ) نرخ زاویه LOS، (ت) فرمان هدایت و شتاب رهگیر



(الف)



(ب)

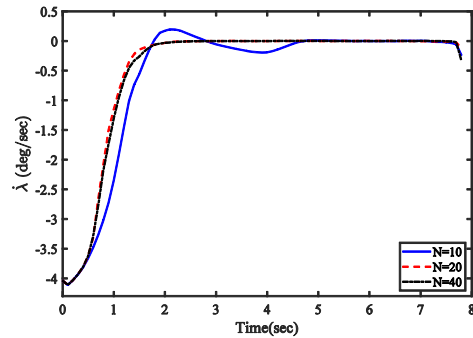
شکل (۱۴): مقایسه با قوانین هدایت: (الف) نرخ چرخش خط دید به‌دست آمده از قانون APN (ب) نرخ چرخش خط دید به‌دست آمده از قانون SBPN

جدول (۲): مقایسه الگوریتم پیشنهادی با قانون هدایت APN و مرجع [۲۱]

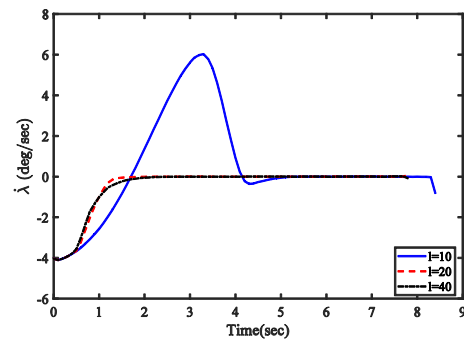
قانون هدایت	مانور (m/s ²)	تلاش کنترلی (m ² /s ⁴)	فاصله از دست‌دهی (m)
قانون هدایت معرفی‌شده	پله ۲۰	۱/۳۱ × ۱۰ ^۰	۰/۸۵
APN			
قانون هدایت معرفی‌شده	پله ۸۰	۵/۲۱ × ۱۰ ^۰	۰/۱۱
[۲۱] SBPN			
		۶/۲۲ × ۱۰ ^۰	۰/۱۳

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک الگوریتم هدایت ابتکاری پیش‌بین غیرخطی مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ برای درگیری در صفحه رهگیر و هدف ارائه شد. در طراحی الگوریتم هدایت دینامیک خودخلبان رهگیر به‌صورت تابع تبدیل مرتبه اول در نظر گرفته شد. عملکرد الگوریتم هدایت ابتکاری معرفی‌شده برای اهداف با سرعت ثابت و

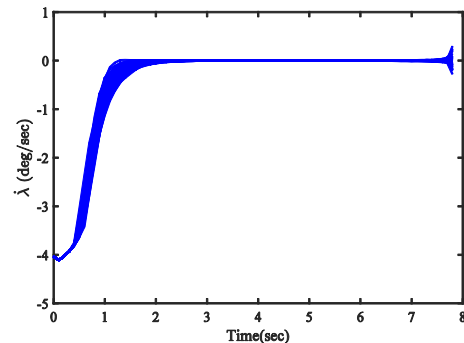


(الف)



(ب)

شکل (۱۲): تجزیه و تحلیل حساسیت نسبت به تغییر پارامترها: (الف) تغییر تعداد نهنگ‌ها، (ب) تغییر تعداد تکرار حلقه داخلی الگوریتم هدایت ابتکاری معرفی‌شده.



شکل (۱۳): باند تغییرات نرخ LOS به‌ازای ۵۰ دفعه اجرا، با شرایط اولیه مختلف

عملکرد الگوریتم هدایت معرفی‌شده با قوانین هدایت APN و SBPN [۲۱] مقایسه شده است، (جدول ۲). نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد تلاش کنترلی و فاصله از دست‌دهی الگوریتم معرفی‌شده در مقایسه با دو قانون هدایت دیگر کمتر است. همان‌طور که در شکل ۱۴ نشان داده شده است، هدایت APN در لحظات انتهایی نرخ چرخش خط دید را صفر کرده است. قانون هدایت SBPN نیز نرخ چرخش خط دید را بعد از مدت زمانی نزدیک به صفر نگه داشته‌است.

10. Chen, K. Y., Lee, Y. L., Liao, S. J., & Kung, C. C. "The Design of Particle Swarm Optimization Guidance Using a Line-of-Sight Evaluation Method". *COMPUT ELECTR ENG*, vol. 54, no. 1, p.159-169, 2016.
11. Lee, Y. L., Chen, K. Y., & Liao, S. J. "Using Proportional Navigation and a Particle Swarm Optimization Algorithm to Design a Dual Mode Guidance". *COMPUT ELECTR ENG*, vol. 54, no. 2, p.137-146, 2016.
12. Nobahari H, Nasrollahi S. Model Predictive Guidance Based on Whale Optimization Algorithm. 27th Annu. Conf. Mech. Eng. 1398, (in Persian).
13. Nobahari, H., & Nasrollahi, S. "A Terminal Guidance Algorithm Based on Ant Colony Optimization". *COMPUT ELECTR ENG*, vol. 77, no. 1, p.128-146, 2019.
14. Golestani, M., Mohammadzaman, I., & Vali, A. R. "Finite-Time Convergent Guidance Law Based on Integral Backstepping Control". *AEROSP SCI TECHNOL*, vol. 39, no. 1, p. 370-376, 2014.
15. Sun, S., Zhou, D., & Hou, W. T. "A Guidance Law with Finite Time Convergence Accounting for Autopilot Lag". *AEROSP SCI TECHNOL*, vol. 25, no. 1, p. 132-137, 2013.
16. Bardhan, R., & Ghose, D. "An SDRE Based Differential Game Approach for Maneuvering Target Interception". *AIAA guidance, navigation, and control conference*, 2015.
17. Mirjalili, S., & Lewis, A. "The Whale Optimization Algorithm". *Adv. Eng. Softw*, vol. 95, no. 1, p. 51-67, 2016.
18. Bardhan, R., & Ghose, D. "Nonlinear Differential Games-Based Impact-Angle-Constrained Guidance Law". *J Guid Control Dyn*, vol. 38, no. 3, p.384-402, 2015.
19. Kee, P., Dong, L., & Siong, C. "Near Optimal Midcourse Guidance Law for Fight Vehicle". In *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, p. 583, 1998.
20. Kumar, S. R., Rao, S., & Ghose, D. "Nonsingular Terminal Sliding Mode Guidance With Impact Angle Constraints". *J. Guid. Control Dyn*, vol. 37, no. 4, p.1114-1130, 2014.
21. Babu KR, Sarma IG, Swamy KN, "Switched Bias Proportional Navigation for Homing Guidance Against Highly Maneuvering Targets", *J Guid Control Dyn*, vol. 17, no. 1, p.1357-1363, 1994.

شتاب پله با استفاده از شبیه‌سازی در شرایط‌های مختلف بررسی شد. همچنین، عملکرد الگوریتم معرفی شده با در نظر گرفتن مدل آیرودینامیکی رهگیر بررسی و تحلیل شد. همچنین، آنالیز حساسیت نسبت به تغییرات تعداد نهنگ‌ها و تعداد تکرار حلقه داخلی انجام شد. نتایج نشان دادند که الگوریتم نسبت به کاهش تعداد تکرار حلقه حساسیت بیشتری دارد و عملکرد الگوریتم کاهش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی نشان دادند که الگوریتم زمانی که مقدار زاویه اولیه بین بردار سرعت و خط دید بزرگ است، عملکرد خوبی دارد. از طرفی، ارائه اثبات پایداری برای الگوریتم بصورت تحلیلی کار دشواری است که می‌تواند زمینه خوبی برای کارهای پژوهشی آتی باشد.

۶- مراجع

1. Zarchan, P, "Tactical and Strategic Missile Guidance", Virginia: AIAA, 2012.
2. Guelman, M. "A Qualitative Study of Proportional Navigation". *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst*, vol. 7, no. 4, p. 637-643, 1971.
3. Guelman, M, "The Closed-Form Solution of True Proportional Navigation". *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst*, vol. 12, no. 4, p.472-482, 1976.
4. Yuan, Pin-J, and Shih-Che H. "Solutions of Generalized Proportional Navigation with Maneuvering and Nonmaneuvering Targets". *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst*, vol. 31, no. 1, p. 469-474, 1995.
5. Talole, S. E., A. Ghosh, and S. B. Phadke. "Proportional Navigation Guidance Using Predictive and Time Delay Control". *Control Eng. Pract*, vol. 14, no. 12, p.1445-1453, 2006.
6. Oza, H. B., & Padhi, R. "Impact-Angle-Constrained Suboptimal Model Predictive Static Programming Guidance of Air-to-Ground Missiles", *J Guid Control Dyn*, vol. 35, no. 1, p.153-164, 2012.
7. He, S., & Lin, D. "Guidance Laws Based on Model Predictive Control and Target Maneuver Estimator". *Trans. Inst. Meas. Control*, vol. 38, no. 12, p.1509-1519, 2016.
8. Li, Z., Xia, Y., Su, C. Y., Deng, J., Fu, J., & He, W. "Missile Guidance Law Based on Robust Model Predictive Control Using Neural-Network Optimization". *IEEE Trans Neural Netw Learn Syst*, vol. 26, no. 8, p. 1803-1809, 2014.
9. Kung, C. C., & Chen, K. Y. "Missile Guidance Algorithm Design Using Particle Swarm Optimization". *Trans. Can. Soc. Mech. Eng*, vol. 37, no. 3, P.971-979, 2013.