

علمی- پژوهشی

ترکیب روش‌های طول‌های مجزا و توزیع k تمام طیف برای تجزیه و تحلیل انتقال حرارت تشعشعی - هدایتی در یک محفظه دو بعدی

طاهره اسدی^۳فاطمه صالحی^۲میثم آتش‌افروز^۱

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی سیرجان

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۲/۰۷)

چکیده

در این پژوهش، به مطالعه عددی ترکیب سازوکارهای انتقال حرارت تشعشعی و هدایتی در یک محفظه دو بعدی پرداخته می‌شود. دیواره پایینی این محفظه دارای یک فرو رفتگی بوده که با استفاده از روش انسداد کردن مدل می‌شود. محیط واسط در این محفظه، مخلوطی از هوا با گازهای تشعشعی دی‌اکسید کربن و بخار آب در نظر گرفته می‌شود. این مخلوط به صورت یک محیط همگن در بخش، صدور و جذب تشعشع شرکت می‌کند. برای محاسبه دقیق و خط به خط توزیع ضریب جذب این مخلوط در تمام محدوده طیف، از اطلاعات پایگاه داده HITRAN2008 استفاده می‌شود. برای شبیه‌سازی محیط به صورت غیر خاکستری، روش موثر و دقیق توزیع k تمام طیف به کار گرفته می‌شود؛ در حالی که محاسبات مربوط به محیط خاکستری با استفاده از مدل ضریب جذب میانگین پلانک انجام می‌شوند. معادله حاکم بر این محفظه، معادله انرژی بوده که با استفاده از روش حجم محدود حل می‌شود. به علاوه، برای محاسبه ترم دیورژانس شار تشعشعی در معادله انرژی، از روش مشهور و کارآمد طول‌های مجزا استفاده می‌شود. به هر حال، نتایج این مطالعه به وضوح نشان می‌دهد که اختلاف میان نتایج محیط‌های خاکستری و غیر خاکستری در تعیین رفتارهای حرارتی محفظه، به طور قابل توجهی وابسته به مقادیر پارامترهای تشعشعی است.

واژه‌های کلیدی: مدل توزیع k تمام طیف، محیط غیر خاکستری، روش طول‌های مجزا، انتقال حرارت مرکب

The Combination of Discrete Ordinates and Full-Spectrum k -Distribution Methods for Analysis of Radiative-Conductive Heat Transfer in a Two-Dimensional Enclosure

M. Atashafrooz

F. Salehi

T. Asadi

Mechanical Engineering Department

Sirjan University of Technology

(Received: 11/November/2019; Accepted: 26/February/2020)

ABSTRACT

In this research, the combination of conductive and radiative heat transfer mechanisms in a two-dimensional enclosure is numerically studied. The bottom wall of this enclosure includes a recess which is simulated with the Blocked-off method. The participating medium in this enclosure is regarded as an air mixture with two radiative gases, CO₂ and H₂O. This mixture is treated as a homogeneous, scattering, emitting and absorbing medium. For accurate and line-by-line calculation of the absorption coefficient distributions across the spectrum, the information of HITRAN2008 database is utilized. In order to simulate the non-gray medium, the full-spectrum k -distribution method is applied; whilst the gray calculations are done using the Planck mean absorption coefficient. The governing equation of this enclosure is the energy equation which is solved via the finite volume method. Besides, the discrete ordinates method is applied to compute the divergence of radiative heat flux in the energy equation. However, the results of this study clearly show that differences between the gray and non-gray mediums for determining the thermal behaviors of the enclosure are strongly dependent on the radiative parameters.

Keywords: Full-Spectrum k -Distribution Model, Non-Gray Medium, DOM, Combined Heat Transfer

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): m.atashafrooz@sirjantech.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: fatemeh.bachari@gmail.com

۳- استادیار: t.asadi@sirjantech.ac.ir

فهرست علائم و اختصارات

a	تابع وزنی برای روش توزیع k تمام طیف
f	تابع توزیع k تمام طیف، m
g	توزیع k تراکمی
I	شدت تشعشع، Wm^{-2}
K_λ	ضریب جذب طیفی، m^{-1}
k_p	ضریب جذب میانگین پلانک، m^{-1}
q	شار حرارتی، $W.m^{-2}$
Q	شار حرارتی بدون بعد
RC	پارامتر تشعشع-هدایت
T	دما، K
(x, y)	مختصات کارتزین، m
(X, Y)	مختصات کارتزین بدون بعد

علائم یونانی

ε	ضریب گسیل
η	ضریب هدای حرارتی، $W.m^{-1}.K^{-1}$
θ	دمای بدون بعد
λ	عدد موج، cm^{-1}
σ	ثابت استفان بولتزمن، $5/67 \times 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$
σ_s	ضریب پخش تشعشعی، m^{-1}
ϕ	تابع فاز
ψ	زاویه فضایی

زیرنویس

b	جسم سیاه
B	دیواره پایین
c	دیواره سرد - هدایتی
h	دیواره داغ
r	تشعشعی
t	کل
T	دیواره بالایی

۱- مقدمه

مطالعه ترکیب سازوکارهای انتقال حرارت تشعشعی و هدایتی در بسیاری از وسایل مهندسی و کاربردهای صنعتی، از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. از میان این وسایل و کاربردها، می‌توان به عایق‌های حرارتی، وسایل مربوط به انرژی هسته‌ای، توربین‌های گاز، موتورهای درون‌سوز حرارتی، کوره‌ها، کلکتورهای خورشیدی، صنایع تولید

شیشه و خنک‌کاری وسایل الکترونیکی اشاره نمود. باید توجه داشت که، محیط واسط در اغلب این وسایل و کاربردها از طریق جذب، انحراف و یا صدور انرژی تشعشعی روی رفتارهای حرارتی (نرخ انتقال حرارت و توزیع دما) تاثیر می‌گذارد [۱-۲]. بنابراین، برای دستیابی به نتایج معتبر و دقیق، بایستی جریان گاز را مانند یک محیط تشعشعی در نظر گرفت [۱-۲].

در حقیقت، برای مسائلی که با ترکیب سازوکارهای انتقال حرارت هدایتی و تشعشعی روبرو هستند، معادله انرژی به‌صورت یک معادله انتگرالی-دیفرانسیلی غیرخطی است. از آنجایی که این معادله دارای پیچیدگی‌های محاسباتی است، بنابراین، حل تحلیلی آن حتی برای مسائل فیزیکی ساده تقریباً غیر ممکن است. از این‌رو، محققین زیادی تلاش کرده اند تا این معادله را با استفاده از روش‌های عددی مورد بررسی و حل قرار دهند [۱-۲].

با توجه به اهمیت انتقال حرارت مرکب هدایتی-تشعشعی در طراحی بسیاری از کاربردهای مهندسی، تاکنون پژوهشگران متعددی این موضع تحقیقاتی را مورد بررسی قرار داده‌اند [۳-۶]. در یک مطالعه جامع و کامل، ماهاپاترا و همکاران [۷] یک روش ترکیبی جدید برای تجزیه و تحلیل مسائل انتقال حرارت مرکب هدایتی-تشعشعی دوبعدی ارائه دادند. در این روش از مفهوم تقریب دیفرانسیلی اصلاح‌شده با مخلوط کردن روش راستاهای مجزا و روش هارمونیک‌های کروی استفاده شد. امیری و همکاران [۸-۹] اثرات متقابل سازوکارهای انتقال حرارت تشعشعی و هدایتی در هندسه‌های پیچیده دوبعدی را با استفاده از روش طول‌های مجزا و روش طول‌های مجزای بهبودیافته، به‌صورت عددی بررسی کردند. در مطالعاتی دیگر، سون و ژانگ [۱۰] و کشتکار و طالبی‌زاده [۱۱] با ترکیب روش‌های شبکه بولترمن و حجم محدود، انتقال حرارت مرکب هدایتی-تشعشعی در هندسه‌های نامنظم را مورد بررسی قرار دادند. در یکی از آخرین تحقیقات، پنازی و همکاران [۱۲] با استفاده از روش مونت کارلو به تجزیه و تحلیل تاثیر پارامترهای تشعشعی بر انتقال حرارت هدایتی در یک محفظه پیچیده پرداختند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که روش مونت کارلو توانایی بالایی برای شبیه‌سازی انتقال حرارت مرکب هدایتی-تشعشعی در

هندسه‌های پیچیده دارد.

استفاده از هر روش غیرخاکستری قابل توجه است، زیرا هیچکدام از مدل‌های گاز خاکستری یا محیط شفاف نمی‌تواند رفتار واقعی گازهای تشعشعی را پیش‌بینی کند. در مطالعه‌های دیگر، پروتر و همکاران [۴۶] با استفاده از مدل توزیع k تمام طیف به بررسی انتقال حرارت تشعشعی در محیط‌های احتراقی دارای سوخت‌های گازی اکسیژن دار پرداختند. در این پژوهش، تاثیر پارامترهای مختلف از جمله عمق اپتیکی محیط بر نرخ انتقال حرارت روی سطوح به‌خوبی نشان داده شده است. در ادامه این تحقیقات، لاری و همکاران [۴۷] انتقال حرارت مرکب تشعشعی-جابجایی در یک حفره مربعی شکل را با استفاده از این مدل شبیه سازی کردند. در این تحقیق به‌خوبی نشان داده شده است که فرض محیط خاکستری با خطاهای قابل توجه‌ای همراه است.

یکی از هندسه‌های مهم و پرکاربرد در بسیاری از مسائل مهندسی و صنعتی، محفظه مربعی یا مستطیل شکل (حفره) است [۴۸-۵۱]. اگرچه تجزیه و تحلیل رفتارهای حرارتی در این هندسه‌ها، تاکنون توسط محققین متعددی مورد مطالعه و شبیه‌سازی قرار گرفته است [۵۲-۵۵]، اما بر اساس اطلاعات نویسندگان، تجزیه و تحلیل انتقال حرارت ترکیبی هدایتی-تشعشعی این محفظه‌ها با فرض غیرخاکستری بودن محیط و با استفاده از ترکیب روش‌های عددی طول‌های مجزا و توزیع k تمام طیف، تاکنون توسط محققین دیگر مورد مطالعه قرار نگرفته است؛ بنابراین، هدف اصلی از انجام این پژوهش، مطالعه اثرات متقابل سازوکارهای انتقال حرارت هدایتی و تشعشعی غیرخاکستری بر رفتارهای حرارتی در یک محفظه دو بعدی و پیچیده است. در حقیقت، دیواره پایینی این محفظه دارای یک فرو رفتگی بوده که با استفاده از روش انسداد کردن شبیه‌سازی می‌شود. باید توجه داشت که وجود این فرورفتگی باعث پیچیدگی مسأله شده و لذا می‌توان انتظار داشت که نتایج ارائه‌شده در این هندسه به‌عنوان یک هندسه معیار برای اعتبارسنجی نتایج مسائل دیگر مورد استفاده قرار گیرند.

۲- شرح مسأله

هندسه محفظه مورد مطالعه در این تحقیق همراه با تمام جزئیات مربوط به ابعاد و شرایط مرزی، در شکل ۱ نشان

در تمامی تحقیقات مورد بحث در مراجع [۱۲-۳]، پژوهشگران محیط شرکت کننده در پدیده انتقال حرارت تشعشعی را به‌صورت خاکستری فرض کرده‌اند. باید توجه داشت که فرض محیط خاکستری فرض نسبتاً قابل قبولی در بعضی از مسائل مهندسی است [۲۴-۱۳]، اما نمی‌تواند حالت واقعی محیط‌های شرکت کننده در انتقال حرارت تشعشعی را تعیین کند. در حقیقت، خواص تابشی بسیاری از گازها از قبیل بخار آب و دی‌اکسید کربن، به‌طور قابل توجه‌ای وابسته به طول موج بوده و تغییرات بسیار زیادی در سرتاسر طیف دارند [۲۸-۲۵]. بنابراین، به منظور تحلیل تمامی اثرات سازوکار انتقال حرارت تشعشعی و رسیدن به نتایج معتبر و دقیق، محیط تشعشعی باید به‌صورت غیرخاکستری (در نظر گرفتن تغییرات طیفی خواص تشعشعی) مدل شود. تاکنون مدل‌های طیفی مختلفی برای تعیین خواص غیرخاکستری گازهای تشعشعی ارائه شده است. به‌طور کلی این مدل‌ها در سه گروه مختلف و به‌صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند:

۱- مدل‌های خط به خط^۱ [۲۹-۳۰]

۲- مدل‌های باند^۲ [۳۱-۳۲]

۳- مدل‌های طیف کامل^۳ [۳۳-۴۴]

مدل توزیع k تمام طیف^۴ یکی از جدیدترین مدل‌های طیف کامل است که براساس یک رویکرد مبتنی بر مدل توزیع k باند باریک به‌دست می‌آید. این مدل به آسانی با روش‌های مختلف حل معادله انتقال حرارت تشعشعی نظیر حجم محدود و طول‌های مجزا ترکیب شده و توانایی بسیار بالایی برای شبیه‌سازی محفظه‌های پیچیده را دارد [۴۳-۴۴].

تاکنون مطالعات محدودی در زمینه ترکیب انتقال حرارت تشعشعی با سایر سازوکارهای انتقال حرارت با فرض محیط غیرخاکستری صورت گرفته است [۳۴] و [۳۷-۳۹]. از میان این مطالعات، کولومر و همکاران [۴۵] به مطالعه اثرات متقابل بین سازوکارهای انتقال حرارت جابجایی و تشعشعی پرداختند. نتایج این تحقیق به‌وضوح نشان داد که

¹ Line by line models

² Band models

³ Full spectrum models

⁴ Full-spectrum k-Distribution

است. این ترم با انتگرال گیری از دیورژانس شار تشعشی طیفی $(\nabla \cdot \vec{q}_{r\lambda})$ در سرتاسر طیف، به صورت زیر قابل محاسبه است [۳۳ و ۲]:

$$\nabla \cdot \vec{q}_r = \int_0^\infty (\nabla \cdot \vec{q}_{r\lambda}) d\lambda \quad (۲)$$

وقتی که،

$$\nabla \cdot \vec{q}_{r\lambda} = K_\lambda \left(4\pi I_{b\lambda}(\vec{r}) - \int_{4\pi} I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) d\Psi \right) \quad (۳)$$

در رابطه (۳)، پارامتر K_λ ضریب جذب طیفی محیط واسط، و $I_{b\lambda}(\vec{r})$ شدت تشعشع طیفی جسم سیاه در دمای محیط واسط هستند. همچنین ترم $I_\lambda(\vec{r}, \vec{s})$ نشاندهنده میدان شدت تشعشع طیفی در مکان \vec{r} و جهت \vec{s} بوده که برای یافتن آن بایستی معادله حاکم بر سازوکار انتقال حرارت تابشی استخراج و حل گردد.

۳-۱- معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشی (RTE)

برای یک محیط صادرکننده، جذب کننده و منحرف کننده انرژی تشعشی، معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشی در حالت طیفی به صورت زیر بیان می شود [۳۳ و ۲]:

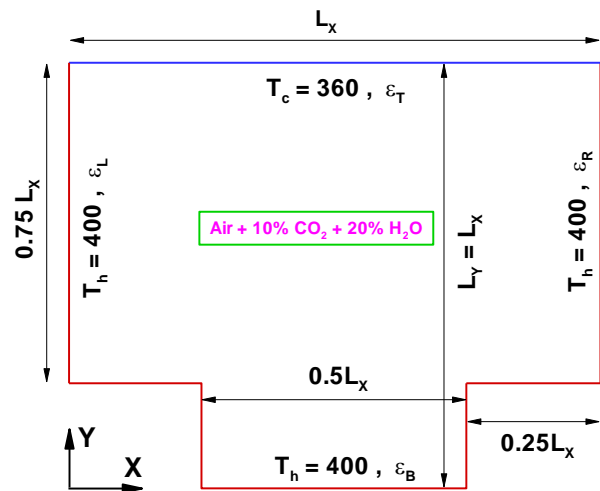
$$\frac{dI_\lambda(\vec{r}, \vec{s})}{ds} = \vec{s} \cdot \nabla I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) = K_\lambda I_{b\lambda}(\vec{r}) - (K_\lambda + \sigma_s) I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}') \phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}') d\Psi' \quad (۴)$$

در این معادله، پارامتر σ_s ضریب پخش تشعشی محیط و ترم $\phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}')$ تابع فاز انتقال حرارت تابشی از جهت ورودی \vec{s} به جهت خروجی \vec{s}' هستند. در این تحقیق، فرض بر این است که این پارامترها دارای مقادیر ثابتی در سرتاسر طیف هستند.

در حقیقت، با توجه به فرض کاملا پخشی همگن برای محیط واسط در محفظه، مقدار تابع فاز انتقال حرارت برابر با یک در نظر گرفته می شود. با توجه به این که معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشی یک معادله دیفرانسیلی-انتگرالی است، لذا شرط مرزی لازم برای حل این معادله، برای یک سطح صادرکننده و منعکس کننده دیفیوز به صورت زیر ارائه می شود [۳۳ و ۲]:

$$I_\lambda(\vec{r}_w, \vec{s}_i) = \varepsilon I_{b\lambda}(\vec{r}_w) + \frac{(1-\varepsilon)}{\pi} \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j < 0} I_\lambda(\vec{r}_w, \vec{s}_j) |\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j| d\Psi' \quad \vec{n}_w \cdot \vec{s}_i > 0 \quad (۵)$$

داده شده است. همان طور که از این شکل پیدا است، دیواره پایینی این محفظه دارای یک فرو رفتگی است. البته تمامی سطوح مربوط به این فرو رفتگی منطبق بر محورهای مختصات کارتزین هستند. لازم به ذکر است که انعکاس و صدور تشعشع از تمامی دیواره ها این محفظه، به صورت کاملا پخشی در تمام جهات در نظر گرفته شده است. همچنین، محیط واسط در این محفظه، مخلوط هوا با دو گاز تشعشی بخار آب (H_2O) و دی اکسید کربن (CO_2) است. غلظت گازهای بخار آب و دی اکسید کربن در این مخلوط به ترتیب برابر با ۲۰٪ و ۱۰٪ است. لازم به ذکر است که این مخلوط، یکی از مخلوط های مهم و پر کاربرد در مسائل مهندسی و به خصوص مسائل مربوط به انتقال حرارت تشعشی و احتراق بوده و از آن با عنوان مسأله اگزوز یاد می شود [۴۷ و ۳۱]. به علاوه، ذکر این نکته ضروری است که این مخلوط با توجه به فرض محیط، می تواند خاکستری و یا غیر خاکستری در نظر گرفته شود.



شکل (۱): هندسه محفظه مورد مطالعه.

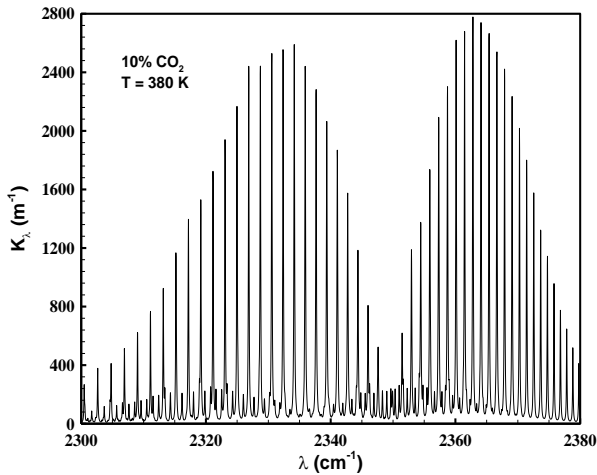
۳- معادلات حاکم

معادله حاکم برای تجزیه و تحلیل رفتارهای حرارتی محفظه مورد مطالعه در این تحقیق، معادله انرژی است. این معادله در غیاب انتقال حرارت جابجایی و ترم های اتلاف انرژی به صورت زیر قابل ارائه است:

$$\nabla \cdot \vec{q}_r = \eta \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (۱)$$

همان طور که از این معادله مشخص است، برای یافتن میدان دما به دیورژانس شار تشعشی کل $(\nabla \cdot \vec{q}_r)$ نیاز

بر اساس اطلاعات این پایگاه، توزیع ضریب جذب طیفی برای مخلوط هوا با گازهای دی‌اکسید کربن و یا بخار آب به‌طور قابل توجه‌ای در سرتاسر طیف متغیر و نوسانی است. برای درک بیشتر این موضوع، توزیع ضریب جذب طیفی مخلوط هوا با ۱۰٪ دی‌اکسید کربن در شکل ۲ ارائه شده است.



شکل (۲): توزیع ضریب جذب طیفی مخلوط هوا با ۱۰٪ دی‌اکسید کربن به‌دست‌آمده از پایگاه داده HITRAN2008 [۵۶].

۴-۱-۱- روش توزیع k تمام طیف برای محاسبات محیط غیرخاکستری

باید توجه داشت که حل معادلات تشعشی با توزیع ضریب جذب نشان داده شده در شکل ۲، بسیار سخت، پیچیده و نیازمند هزینه محاسباتی بسیار زیاد است. از اینرو در مطالعه حاضر، برای حل معادلات انتقال حرارت تشعشی در محیط‌های غیر خاکستری، از روش توزیع k تمام طیف استفاده می‌شود. براساس این روش، معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشی همراه با شرط مرزی مربوط به آن، به‌صورت زیر قابل ارائه هستند [۲، ۳۳، ۴۷]:

$$\frac{dI_g(\vec{r}, \vec{s})}{ds} = \vec{s} \cdot \nabla I_g(\vec{r}, \vec{s}) = kI_b(\vec{r}) - (k + \sigma_s)I_g(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I_g(\vec{r}, \vec{s}') \phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}') d\Psi' \quad (13)$$

$$I_g(\vec{r}_w, \vec{s}_i) = \varepsilon a(T_w, T, g) I_b(\vec{r}_w) + \frac{(1-\varepsilon)}{\pi} \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j < 0} I_g(\vec{r}_w, \vec{s}_j) |\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j| d\Psi' \quad \vec{n}_w \cdot \vec{s}_i > 0 \quad (14)$$

در این معادلات، k ضریب جذب محلی دوباره مرتب شده از K_λ در دمای T ، شدت تشعشی در فضای g

در این معادله، توابع $I_{b\lambda}(\vec{r}_w)$ و $I_\lambda(\vec{r}_w, \vec{s}_i)$ به ترتیب بیان‌کننده شدت تشعشع طیفی خروجی از سطح مرزی و شدت تشعشع طیفی جسم سیاه در دمای مرز هستند. به‌علاوه، پارامترهای ε و \vec{n}_w به ترتیب نشان‌دهنده ضریب گسیل سطوح و بردار یکه عمود بر سطح مرزی هستند.

۴-۲- پارامترهای مورد بررسی

پارامترهای حرارتی مورد بررسی در این تحقیق، شامل شارهای حرارتی هدایتی، تشعشی و کل هستند. این شارها روی دیواره‌های بالایی و پایینی محفظه به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$q_c = \eta \frac{dT}{dy} \Big|_{y=y_w} \quad (6)$$

$$q_r = \int_0^\infty \varepsilon \left(\pi I_{b\lambda}(r_w) - \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}' < 0} I_\lambda(\vec{r}_w, \vec{s}') |\vec{n}_w \cdot \vec{s}'| d\Psi' \right) d\lambda \quad (7)$$

$$q_t = q_c + q_r \quad (8)$$

همچنین، میانگین این شارهای حرارتی روی دیواره‌های محفظه به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\bar{q}_c = \frac{1}{L} \int_0^L q_c dx \quad (9)$$

$$\bar{q}_r = \frac{1}{L} \int_0^L q_r dx \quad (10)$$

$$\bar{q}_t = \frac{1}{L} \int_0^L q_t dx \quad (11)$$

به‌علاوه، لازم به‌ذکر است که در این تحقیق، برای بیان نتایج از پارامترهای بدون بعد زیر استفاده می‌شود:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, RC = \frac{\sigma T_h^3 L}{\eta}, Q_r = \frac{q_r}{\sigma T_h^4} \quad (12)$$

۴- روش حل عددی

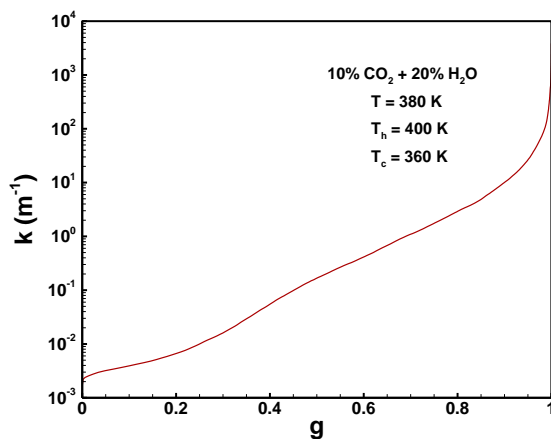
همان‌طور که از معادلات (۲) تا (۴) مشاهده می‌شود، اولین قدم در یافتن دیورژانس شار تشعشی کل و میدان شدت تشعشی طیفی، یافتن توزیع ضریب جذب طیفی محیط در سرتاسر طیف است. برای محاسبه دقیق و خط به خط توزیع ضریب جذب مخلوط‌های مختلف در سرتاسر طیف، از اطلاعات پایگاه داده HITRAN2008 استفاده می‌شود [۵۶].

محاسبه است [۲، ۳۳، ۴۷]:

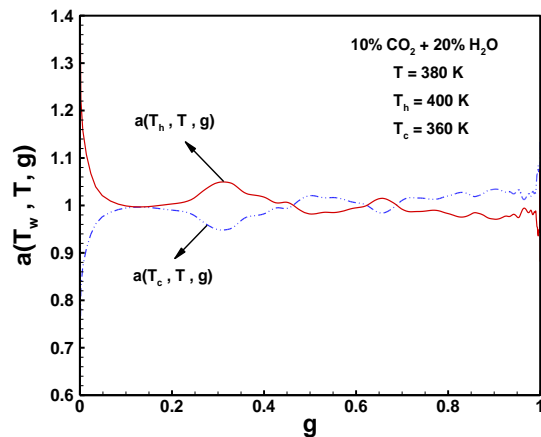
$$\nabla \cdot \vec{q}_r = \int_0^1 k \left(4\pi I_b - \int_{4\pi} I_g(\vec{s}) d\Psi \right) dg \quad (20)$$

همچنین، با اعمال موازنه انرژی تشعشی روی هر دیواره محفظه، مقدار شار انتقال تشعشی روی دیواره‌های محفظه، به صورت زیر محاسبه می‌گردد [۴۷]:

$$\vec{q} \cdot n(r_w) = \int_0^1 \varepsilon \left(\frac{\pi I_b(r_w) - \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}' < 0} I_g(\vec{r}_w, \vec{s}') |\vec{n}_w \cdot \vec{s}'| d\Psi'}{\int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}' < 0} I_g(\vec{r}_w, \vec{s}') |\vec{n}_w \cdot \vec{s}'| d\Psi'} \right) dg \quad (21)$$



الف) توزیع k تراکمی



ب) توابع وزن

شکل (۳): توزیع k تراکمی $g(T, k)$ و توابع وزن $a(T_w, T, g)$ برای مخلوط هوا با ۱۰٪ دی اکسید کربن و ۲۰٪ بخار آب.

۲-۴- معادلات طول‌های مجزا برای محیط‌های غیرخاکستری

همان‌طور که از معادله (۱۳) مشخص است، معادله حاکم بر انتقال تشعشی، از نوع معادلات دیفرانسیل-انتگرالی است. یکی از روش‌های بسیار کارآمد و ساده در حل این نوع

شدت تشعشع جسم سیاه کل و g توزیع k تراکمی بوده و از لحاظ فیزیکی، کسر وزنی تابع پلانک از طیف با ضریب جذب $K_\lambda < k$ است. همچنین، تابع $a(T_w, T, g)$ یک فاکتور انبساطی غیرخاکستری بوده که به منظور در نظر گرفتن اختلاف بین دمای دیواره T_w و دمای T در تابع پلانک، تعریف شده است. به‌رحال، عبارات I_g ، g و $a(T_w, T, g)$ با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$I_g = \frac{\int_0^\infty I_\lambda \delta(k - K_\lambda) d\lambda}{f(T, k)} \quad (15)$$

$$g(T, k) = \int_0^k f(T, k) dk \quad (16)$$

$$a(T_w, T, g) = \frac{f(T_w, k)}{f(T, k)} = \frac{dg_w(T_w, k)}{dg(T, k)} \quad (17)$$

در معادلات (۱۵) تا (۱۷)، ترم‌های $f(T, k)$ و $\delta(k - K_\lambda)$ به ترتیب معرف تابع توزیع k تمام طیف و تابع دیراک-دلتا بوده که به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$f(T, k) = \frac{1}{I_b} \int_0^\infty I_{b\lambda} \delta(k - K_\lambda) d\lambda \quad (18)$$

$$\delta(x) = \lim_{\delta\varepsilon \rightarrow 0} \begin{cases} 0, & |x| > \delta\varepsilon \\ \frac{1}{2\delta\varepsilon}, & |x| < \delta\varepsilon \end{cases} \quad (19)$$

همان‌طور که از معادلات (۱۳) و (۱۴) مشخص است، برای به‌دست آوردن میدان شدت تشعشی در فضای g ، به توزیع k تراکمی $g(T, k)$ و توابع وزن $a(T_w, T, g)$ نیاز است. این عبارات با استفاده از معادلات (۱۵) تا (۱۹) و با به‌کارگیری توزیع ضریب جذب نشان داده شده در شکل ۲ قابل محاسبه هستند. برای درک بهتری از این محاسبات، تابع توزیع k تراکمی در دمای میانگین محیط و توابع وزن $a(T_w, T, g)$ در دو دمای مرزی مختلف، در شکل‌های ۳ (الف) و (ب)، نشان داده شده‌اند. این شکل به‌وضوح نشان می‌دهد که با به‌کارگیری روش توزیع k تمام طیف، توزیع به شدت متغیر و نوسانی ضریب جذب (K_λ) ، به یک توزیع هموار k که تابعی از عدد موج بدون بعد (g) است، تبدیل می‌شود. به‌رحال، با حل معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشی در فضای بدون بعد g (معادله (۱۳))، میدان شدت تشعشی I_g به‌دست می‌آید. سپس با استفاده از این میدان، دیورژانس شار تشعشی $(\nabla \cdot \vec{q}_r)$ به صورت زیر قابل

$$k_p = \frac{\int_0^\infty I_{b\lambda} K_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty I_{b\lambda} d\lambda} = \frac{\pi}{\sigma T^4} \int_0^\infty I_{b\lambda} K_\lambda d\lambda \quad (27)$$

به‌علاوه، با استفاده از ضریب جذب میانگین پلانک و با به‌کارگیری روش طول‌های مجزا، معادله حاکم بر انتقال تشعشی و شرط مرزی مربوط به آن برای محیط‌های خاکستری به‌صورت زیر بیان می‌شوند [۲، ۳۳، ۴۷]:

$$(\vec{s}_i \cdot \nabla) I(\vec{r}, \vec{s}) = k_p I_b(\vec{r}) - (k_p + \sigma_s) I(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{j=1}^n I(\vec{r}, \vec{s}_j) \phi(\vec{r}, \vec{s}_j, \vec{s}_i) w_j \quad i=1,2,\dots,n \quad (28)$$

$$I(\vec{r}_w, \vec{s}_i) = \varepsilon I_b(\vec{r}_w) + \frac{(1-\varepsilon)}{\pi} \sum_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j < 0} I(\vec{r}_w, \vec{s}_j) |\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j| w_j \quad \vec{n}_w \cdot \vec{s}_i > 0 \quad (29)$$

در نهایت، شار حرارتی تشعشی روی دیواره‌ها و دیورژانس شار تشعشی برای محیط‌های خاکستری به‌صورت زیر قابل محاسبه است [۲، ۳۳، ۴۷]:

$$\vec{q} \cdot \vec{n}(\vec{r}_w) \equiv \varepsilon \left(\pi I_b(\vec{r}_w) - \sum_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}_i < 0} w_i I_i(\vec{r}_w) |\vec{n}_w \cdot \vec{s}_i| \right) \quad (30)$$

$$\nabla \cdot \vec{q}_r = k_p \left(4\pi I_b - \sum_{j=1}^n I(\vec{s}_j) w_j \right) \quad (31)$$

۴-۴- مراحل حل عددی معادله انرژی

الگوریتم عددی استفاده شده برای حل معادله انرژی در تحقیق حاضر، به‌طور خلاصه به شرح زیر ارائه می‌شود:

- ۱- مقداردهی اولیه به میدان‌های دما و شدت تشعشع.
- ۲- حل معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشی با استفاده از میدان دمای موجود.
- ۳- محاسبه دیورژانس شار تشعشی با استفاده از معادلات مربوطه.

۴- گسسته‌سازی معادله انرژی با استفاده از روش حجم محدود و تبدیل آن به یک دستگاه معادله جبری.

۵- حل دستگاه معادله جبری به‌دست آمده در مرحله قبل و محاسبه میدان دما در تمام گره‌ها.

۶- تکرار مراحل ۲ تا ۵ تا ارضا شدن معیارهای همگرایی.

معیار همگرایی در محاسبه میدان‌های دما و شدت تشعشع، برقرار شدن دو شرط زیر تعیین شده است:

معادلات، روش طول‌های مجزا است. بر اساس این روش، تمام انتگرال‌های موجود در معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشی با سری‌هایی به‌صورت زیر جایگزین می‌شوند:

$$\int_{4\pi} f(\vec{s}) d\Psi \equiv \sum_{i=1}^n w_i f(\vec{s}_i) \quad (22)$$

در معادله بالا، ترم w_i تابع وزنی مربوط به جهت \vec{s}_i است. در حقیقت، در این روش، معادلات حاکم بر انتقال حرارت تشعشی برای n جهت مختلف \vec{s}_i نوشته می‌شود. به‌هر حال، با استفاده از روش طول‌های مجزا، معادله حاکم بر انتقال حرارت تشعشی و شرط مرزی مربوط به آن برای محیط‌های غیر خاکستری، به‌صورت زیر تبدیل و حل خواهند شد [۲، ۳۳، ۴۷]:

$$(\vec{s}_i \cdot \nabla) I_g(\vec{r}, \vec{s}) = k I_b(\vec{r}) - (k + \sigma_s) I_g(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{j=1}^n I_g(\vec{r}, \vec{s}_j) \phi(\vec{r}, \vec{s}_j, \vec{s}_i) w_j \quad i=1,2,\dots,n \quad (23)$$

$$I_g(\vec{r}_w, \vec{s}_i) = \varepsilon a(T_w, T, g) I_b(\vec{r}_w) + \frac{(1-\varepsilon)}{\pi} \sum_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j < 0} I_g(\vec{r}_w, \vec{s}_j) |\vec{n}_w \cdot \vec{s}_j| w_j \quad \vec{n}_w \cdot \vec{s}_i > 0 \quad (24)$$

همچنین شار حرارتی تشعشی خالص خروجی از سطوح و دیورژانس شار تشعشی برای محیط‌های غیر خاکستری به‌صورت زیر محاسبه می‌شود [۲، ۳۳، ۴۷]:

$$\vec{q} \cdot \vec{n}(\vec{r}_w) \equiv \int_0^1 \varepsilon \left(\pi I_b(\vec{r}_w) - \sum_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}_i < 0} w_i I_{gi}(\vec{r}_w) |\vec{n}_w \cdot \vec{s}_i| \right) dg \quad (25)$$

$$\nabla \cdot \vec{q}_r = \int_0^1 k \left(4\pi I_b - \sum_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}_i < 0} w_i I_{gi}(\vec{s}_i) \right) dg \quad (26)$$

۴-۳- روش ضریب جذب میانگین برای محاسبات محیط خاکستری

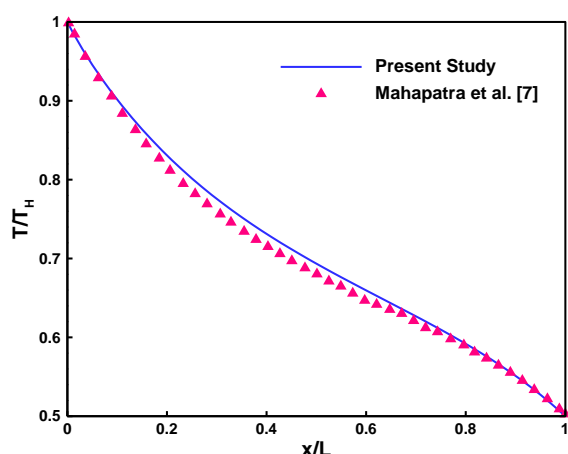
برای حل معادلات انتقال حرارت تشعشی در محیط خاکستری، به یک ضریب جذب ثابت متوسط در سرتاسر طیف نیاز است. تاکنون روش‌های مختلفی برای به‌دست آوردن این ضریب جذب ثابت از روی توزیع ضریب جذب طیفی، ارائه شده است. یکی از دقیق‌ترین این روش‌ها، روش ضریب جذب میانگین پلانک است.

این ضریب با به‌کارگیری توزیع ضریب جذب طیفی، با استفاده از معادله زیر محاسبه می‌شود [۲، ۳۳، ۴۷]:

(حجم کنترل‌هایی که مقدار (1) دارند) ناحیه فعال نامیده می‌شوند. با استفاده از این روش، نقاطی که در مرز ناحیه غیر فعال و ناحیه فعال حضور دارند عملاً یک نوع مرزی را تشکیل می‌دهند که مرزهای واقعی مسأله هستند، در حالی که از مرزهای ناحیه مربعی شکل (ناحیه شبیه‌سازی)، به مرزهای مجازی یاد می‌شود. تاکنون روش‌های مختلفی برای به‌کارگیری روش انسداد کردن، در مقالات مختلف ارائه شده است. بر طبق روشی که در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد، مقدار متغیر وابسته دما روی مرزهای واقعی مسأله، برابر با مقادیر این متغیر در ناحیه غیر فعال (شامل مرزهای مجازی) محاسبه می‌شود. بنابراین، مقادیر دما در ناحیه غیر فعال باید ثابت و برابر با مقادیر شرایط مرزی واقعی در نظر گرفته شود. به‌عنوان مثال، اگر مرزهای واقعی مسأله به‌صورت هم دما باشند، به تمامی حجم کنترل‌های داخل ناحیه غیرفعال، باید مقدار دمای مرز واقعی اختصاص داده شود. جزئیات این روش در مراجع [۵۸-۵۷، ۱۴-۱۳] به‌طور کامل شرح داده شده است.

۵- اعتبارسنجی نتایج

جهت اعتبار بخشیدن به محاسبات انجام شده در زمینه ترکیب سازوکارهای انتقال حرارت تشعشعی و هدایتی، نتایج به‌دست‌آمده از این مطالعه، با نتایج ارائه‌شده در مرجع [۷] برای یک محیط خاکستری مقایسه شده‌اند.



شکل (۵): مقایسه توزیع دما در صفحه میانی یک محفظه مربعی شکل با مقادیر ارائه شده در مرجع [۷].

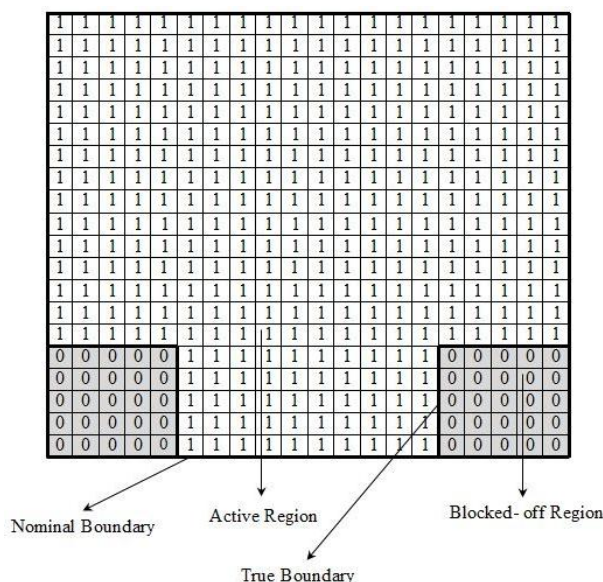
هندسه مورد مطالعه در این مرجع، به‌صورت یک محفظه مربعی شکل بوده و تمام دیواره‌های آن، سیاه در نظر گرفته شده‌اند. همچنین، شرایط مرزی حرارتی در این

$$\text{Max} \left| \frac{\Phi^n(i, j) - \Phi^{n-1}(i, j)}{\Phi^n(i, j)} \right| \leq 10^{-6} \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^{i=IN} \sum_{j=1}^{j=JN} \left| \Phi^n(i, j) - \Phi^{n-1}(i, j) \right| \leq 10^{-5} \quad (33)$$

در معادلات بالا، پارامتر n نشان‌دهنده مرحله تکرار و متغیر Φ بیان‌کننده میدان دما و شدت تشعشع است.

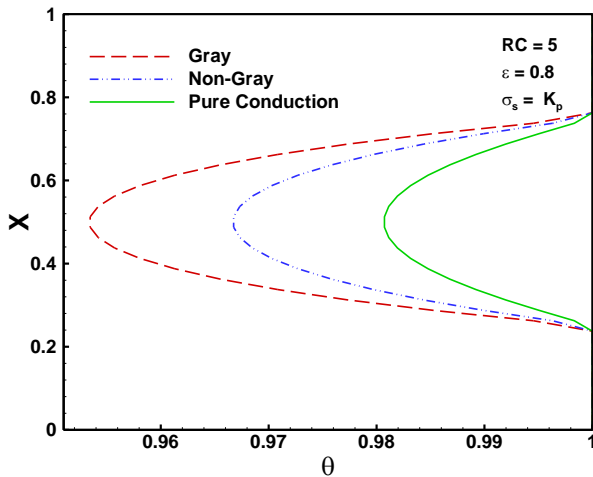
لازم به‌ذکر است که برای به‌دست آوردن شبکه بهینه در حل عددی معادلات حاکم، برنامه کامپیوتری نوشته شده برای شبکه‌های متفاوت با تعداد گره مختلف اجرا شده است. در نهایت، یک شبکه غیریکنواخت با تعداد گره 120×100 به‌ترتیب در راستاهای $X \times Y$ ، به‌عنوان شبکه بهینه انتخاب شده است. باید توجه داشت که این شبکه در نزدیکی دیواره‌ها، ریزتر و متراکم‌تر است. در آخر، ذکر این نکته ضروری است که برای شبیه‌سازی فرو رفتگی روی دیواره پایینی محفظه، از روش انسداد کردن استفاده می‌شود. در حقیقت، این روش مشتمل بر رسم یک ناحیه غیرواقعی حول ناحیه فیزیکی مورد نظر بوده، که از این طریق ناحیه محاسباتی به دو قسمت ناحیه فعال و ناحیه غیرفعال تقسیم می‌شود. به‌منظور درک بهتر این تقسیم‌بندی، شکل ۴ ارائه شده است.



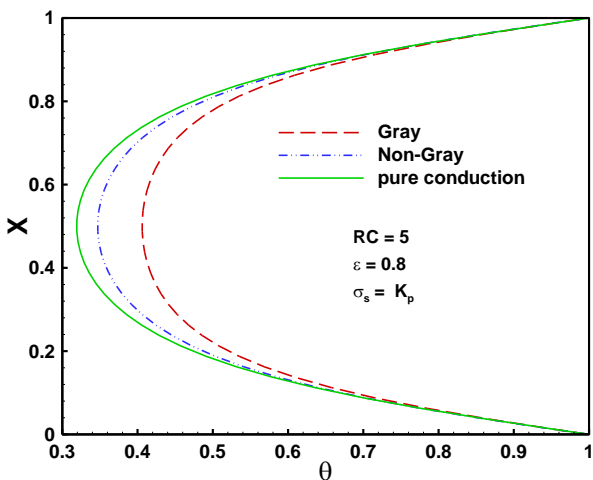
شکل (۴): شبیه‌سازی هندسه مورد مطالعه با استفاده از روش انسداد کردن.

در این شکل، نواحی رنگ خورده (حجم کنترل‌هایی که مقدار (0) دارند)، "ناحیه غیرفعال" و ناحیه باقی مانده

دو مقطع عرضی و برای سه حالت مختلف محیط (محیط غیر تشعشعی، محیط خاکستری و محیط غیرخاکستری) در شکل‌های ۷ (الف) تا (ب) نشان داده شده‌اند.



الف) مقطع: $Y=0.125$



ب) مقطع: $Y=0.875$

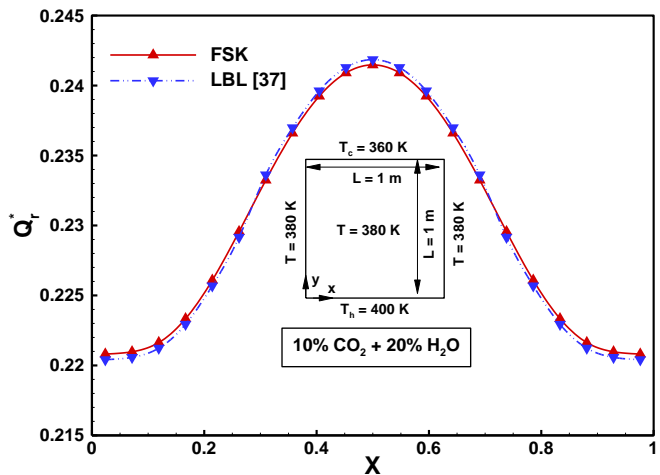
شکل (۷): مقایسه توزیع دمای بدون بعد در محیط‌های مختلف.

لازم به ذکر است که محیط تشعشعی غیرخاکستری به‌عنوان "حالت واقعی" در نظر گرفته شده و نتایج دو فرض دیگر محیط با این حالت مقایسه می‌گردند تا میزان خطای ناشی از فرض‌های انتقال حرارت هدایتی خالص و انتقال حرارت مرکب هدایتی-تشفشعی با فرض محیط خاکستری در این محفظه مشخص گردد.

به‌هرحال، به‌خوبی از شکل‌های ۷- (الف تا ب) نمایان است که نتایج مربوط به محیط‌های مختلف با یکدیگر تفاوت چشمگیری دارند. این اختلاف‌ها به‌خصوص از مقادیر

محفظه شامل دمای داغ برای دیواره سمت چپ و دمای سرد برای سایر دیواره‌ها است. در شکل ۵، تغییرات دما در صفحه میانی این محفظه نشان داده شده است. تجزیه و تحلیل دقیق این شکل به‌وضوح نشان می‌دهد که سازگاری خوبی بین نتایج حاصل از تحقیق حاضر و مطالعه انجام شده در مرجع [۷] برقرار است.

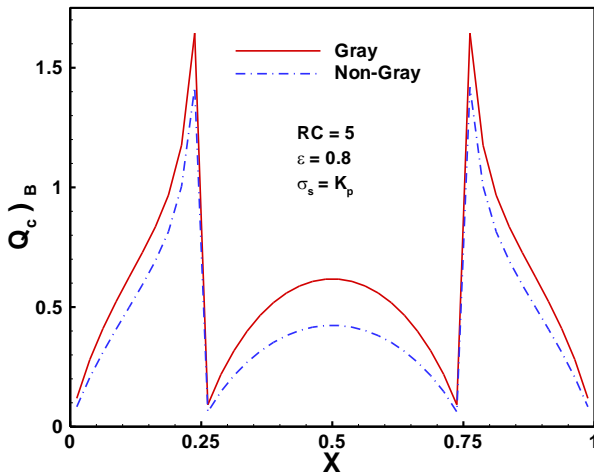
به منظور بررسی صحت نتایج حاصل از روش توزیع k تمام طیف در شبیه‌سازی محیط‌های غیرخاکستری، یک محفظه تشعشعی مربعی شکل با محتوی مخلوط هوا با ۱۰٪ دی‌اکسید کربن و ۲۰٪ بخار آب در نظر گرفته شده است. طول هر ضلع این محفظه برابر با $L=1\text{m}$ و تمامی دیواره‌های آن سیاه انتخاب شده‌اند. همچنین، دیواره پایینی این محفظه، داغ در دمای $T_h=400\text{K}$ و دیواره بالایی، سرد در دمای $T_c=360\text{K}$ است. دمای سایر دیواره‌ها برابر با $T=380\text{K}$ انتخاب شده است. در شکل ۶، توزیع شارهای حرارتی تشعشعی بدون بعد روی دیواره پایینی این محفظه برای دو روش توزیع k تمام طیف و روش خط به خط [۳۷] نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از این شکل مشخص است، نتایج روش توزیع k تمام طیف سازگاری بسیار خوبی با نتایج روش معیار خط به خط دارند.



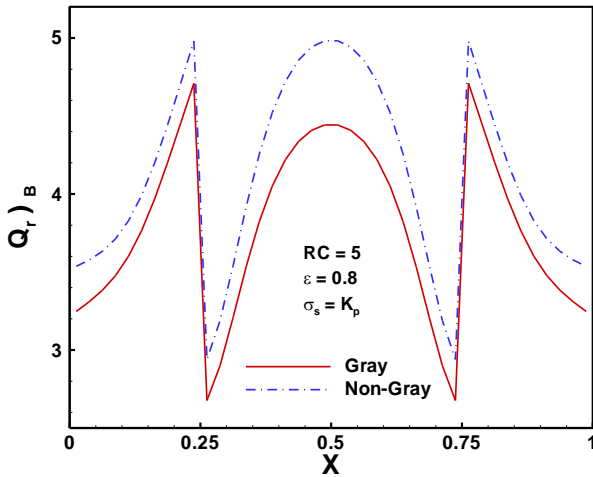
شکل (۶): مقایسه شارهای تشعشعی بدون بعد روی دیواره پایینی یک محفظه مربعی شکل، به‌دست‌آمده از روش‌های خط به خط [۳۷] و توزیع k تمام طیف.

۶- نتایج و بحث

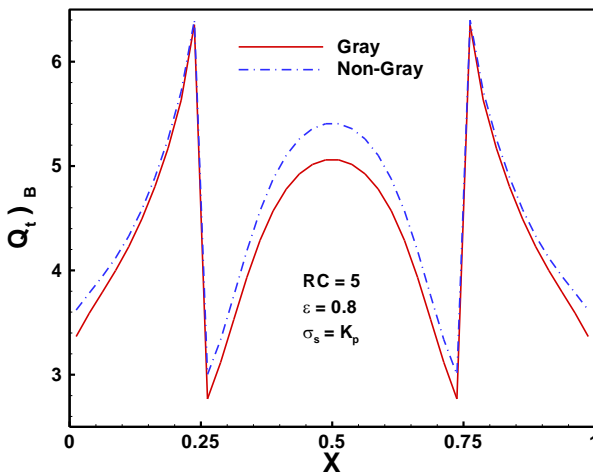
نخست برای بررسی تاثیر سازوکار تابش بر رفتارهای حرارتی در محفظه مورد مطالعه، توزیع‌های دمایی بی بعد در



الف) شار حرارتی هدایتی



ب) شار حرارتی تشعشعی



ج) شار حرارتی کل

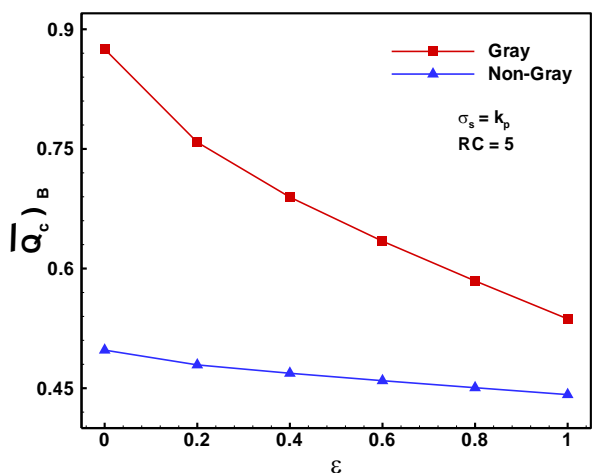
شکل (۸): مقایسه توزیع شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره پایینی محفظه در محیطهای مختلف تشعشعی.

گرادیانهای دما روی مرزها به خوبی مشخص است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از فرض‌های محیط خاکستری و یا محیط غیر تشعشعی (هدایت خالص) منجر به خطا و دور شدن از جواب واقعی می‌گردد. لازم به ذکر است که در حالت محیط خاکستری، ضریب جذب محیط برای تمامی عددهای موج برابر با مقداری ثابت بوده و مقدار متوسطی از کل طیف است (ضریب جذب میانگین پلانک)؛ اما در حالت محیط غیرخاکستری، ضریب جذب با تغییر عدد موج، تغییرات نوسانی شدیدی داشته و مقدار آن در بخش بزرگی از طیف نزدیک به صفر است. بنابراین، این رفتارهای ضریب جذب باعث می‌شود که توزیع دما در دو محیط خاکستری و غیرخاکستری تفاوت قابل ملاحظه‌ای داشته باشند.

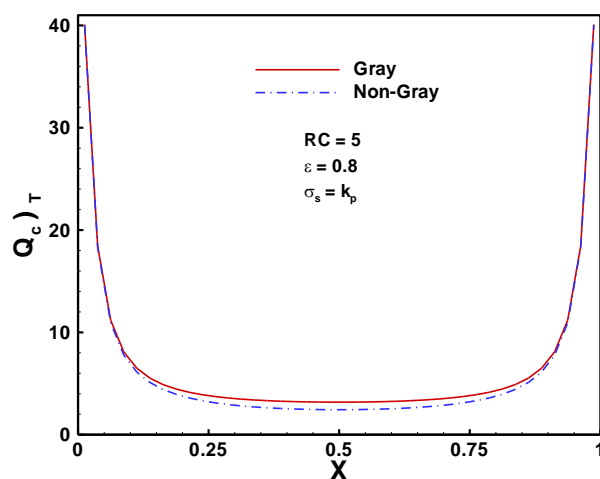
با توجه به این‌که، توزیع میدان دما برای محیطهای خاکستری و غیرخاکستری متفاوت است، می‌توان انتظار داشت که توزیع شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره‌های محفظه نیز با یکدیگر متفاوت باشند. برای مطالعه این موضوع، شکل‌های ۸ تا ۱۱ ارائه شده‌اند.

نخست، در شکل‌های ۸ (الف) تا (ج)، توزیع شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره پایینی محفظه برای دو فرض مختلف محیط، نشان داده شده‌اند. تجزیه و تحلیل دقیق این شکل‌ها به وضوح نشان می‌دهد که نحوه تغییرات توزیع شارهای حرارتی روی دیواره پایینی محفظه در هر دو محیط خاکستری و غیرخاکستری تقریباً نزدیک به یکدیگر است. در همه این شکل‌ها، تاثیر فرورفتگی ایجاد شده روی دیواره پایینی محفظه بر شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل به خوبی قابل مشاهده است.

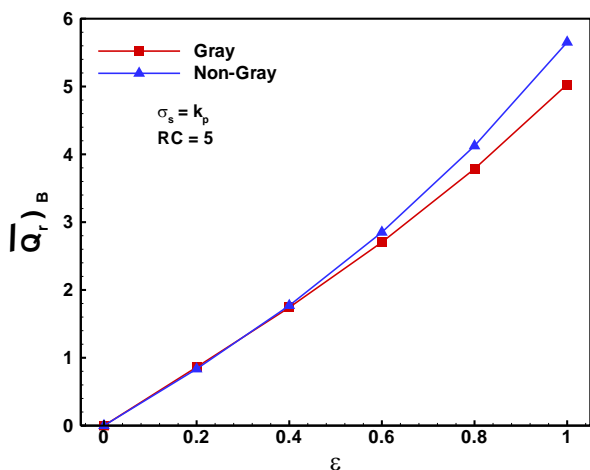
به علاوه، شکل‌های ۸ (الف) تا (ج)، به وضوح نشان می‌دهند که توزیع شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره پایینی و داغ محفظه در محیطهای خاکستری، تفاوت قابل ملاحظه‌ای با محیطهای واقعی (غیرخاکستری) دارد؛ به طوری که فرض محیط خاکستری منجر به نتایج غیرقابل قبول در محاسبه خواهد شد.



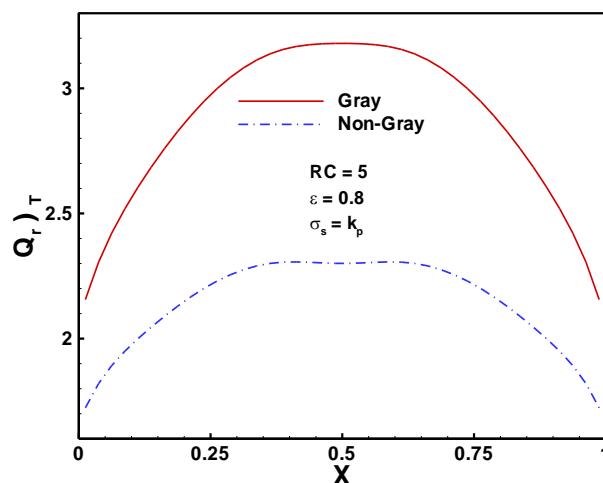
الف) مقادیر متوسط شار حرارتی هدایتی



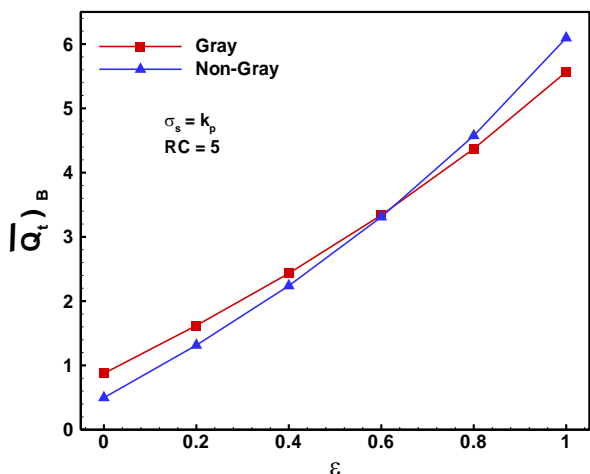
الف) شار حرارتی هدایتی



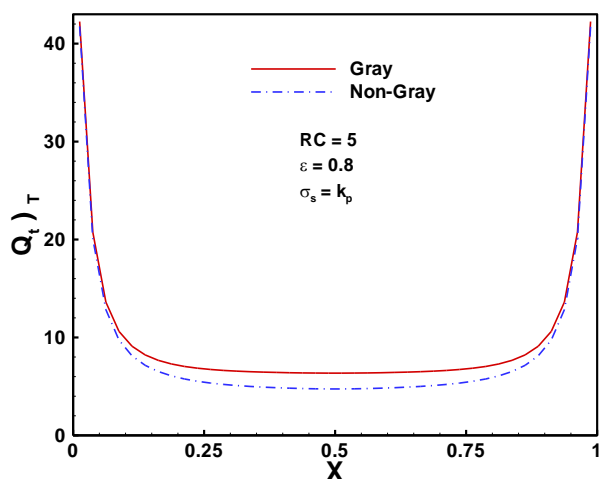
ب) مقادیر متوسط شار حرارتی تشعشعی



ب) شار حرارتی تشعشعی



ج) مقادیر متوسط شار حرارتی کل



ج) شار حرارتی کل

شکل (۱۰): تاثیر ضریب گسیل دیواره‌ها بر مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره پایینی محفظه در محیط‌های مختلف تشعشعی.

شکل (۹): مقایسه توزیع شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره بالایی محفظه در محیط‌های مختلف تشعشعی.

تجزیه و تحلیل شکل ۱۰ (الف) نشان می‌دهد که ضریب گسیل دیواره، تاثیر قابل توجهی روی مقادیر متوسط شار حرارتی هدایتی روی دیواره پایینی محفظه دارد، به طوری که در تمامی فرض‌های مختلف محیط، با افزایش این پارامتر، مقادیر شار حرارتی هدایتی کاهش می‌یابند. در واقع، این کاهش به علت این واقعیت است که تحت حضور موثر سازوکار انتقال حرارت تشعشی در مقادیر بالای ε ، گرادیان‌های دما روی دیواره پایینی محفظه کاهش یافته و منجر به کاهش مقادیر متوسط شار حرارتی هدایتی می‌شوند. به علاوه، این شکل به وضوح نشان می‌دهد که فرض محیط خاکستری تقریب بالاتری از حالت واقعی (محیط غیرخاکستری) در محاسبه مقادیر متوسط شار حرارتی هدایتی روی دیواره پایینی محفظه دارد.

علاوه بر آنچه ذکر شد، بررسی دقیق شکل (۱۰-الف) به خوبی نشان می‌دهد که اختلاف میان نتایج دو محیط خاکستری و غیر خاکستری در محاسبه مقادیر متوسط شار حرارتی هدایتی روی دیواره پایینی محفظه، با افزایش ضریب گسیل دیواره کاهش می‌یابد.

همچنین، مقایسه مقادیر متوسط شار حرارتی هدایتی ارائه شده در شکل (۱۰-الف) با مقادیر متوسط شار حرارتی تشعشی نشان داده شده در شکل (۱۰-ب)، به وضوح بیان می‌کند که ضریب گسیل دیواره، اثر معکوسی روی مقادیر متوسط شار حرارتی تشعشی دارد. درحقیقت، مقادیر متوسط این شار حرارتی با افزایش پارامتر ε ، به طور چشمگیری افزایش می‌یابند.

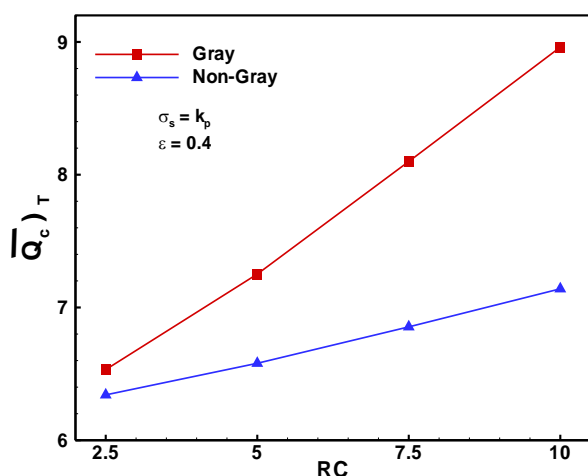
رفتار قابل توجه دیگری که از شکل (۱۰-ب) مشاهده می‌شود این است که در ضریب گسیل‌های کوچک ($0 \leq \varepsilon \leq 0.4$)، نتایج حالت محیط خاکستری منطبق با نتایج به دست آمده از محیط واقعی هستند. در حالی که در سایر ضرایب گسیل و مخصوصاً برای دیواره‌های سیاه، فرض محیط خاکستری تقریب پایین‌تری از حالت واقعی در محاسبه مقادیر متوسط شار حرارتی تشعشی دارد. در حقیقت، با افزایش ضریب گسیل دیواره، اختلاف میان مقادیر متوسط شار حرارتی تشعشی در دو محیط خاکستری و غیرخاکستری افزایش می‌یابد.

در حقیقت، فرض محیط خاکستری به ترتیب مقادیر بیشتر و کمتری برای شارهای حرارتی هدایتی و تشعشی روی دیواره پایینی محفظه نسبت به مقادیر محیط واقعی پیش‌بینی می‌کند. همچنین، با توجه به این‌که، مقادیر شارهای حرارتی تشعشی خیلی بزرگتر از مقادیر شارهای حرارتی هدایتی است، بنابراین، فرض محیط خاکستری مقادیر کمتری برای شار حرارتی کل روی دیواره پایینی محفظه نسبت به مقادیر محیط غیر خاکستری تخمین می‌زند.

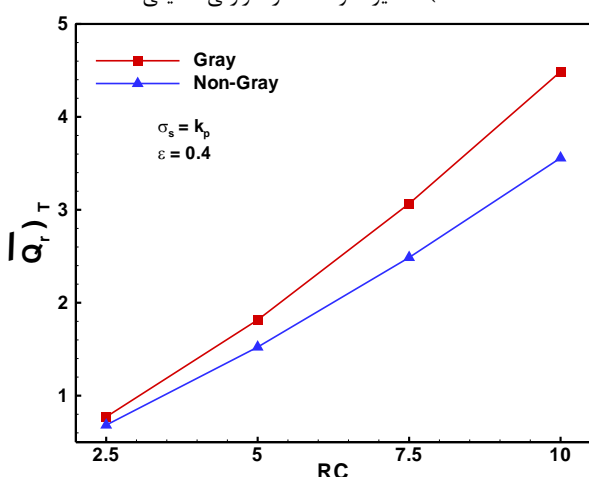
به منظور مطالعه بیشتر از تاثیر محیط‌های خاکستری و غیر خاکستری بر محاسبه مقادیر نرخ‌های انتقال حرارتی روی سطوح محفظه، قدر مطلق توزیع شارهای حرارتی هدایتی، تشعشی و کل روی دیواره بالایی و سرد محفظه در شکل‌های ۹ (الف) تا (ج) نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها مشخص است، محیط خاکستری مقادیر شارهای حرارتی هدایتی، تشعشی و کل روی دیواره بالایی و سرد محفظه را بیشتر از محیط واقعی پیش‌بینی می‌کند. بهر حال تجزیه و تحلیل دقیق این شکل‌ها به خوبی نشان می‌دهد، بیشترین اختلاف بین نتایج محیط‌های خاکستری و غیرخاکستری در محاسبه شارهای حرارتی روی دیواره بالایی و سرد محفظه، مربوط به شار حرارتی تشعشی است.

در حقیقت، اختلاف زیاد بین فرض محیط خاکستری و غیرخاکستری در محاسبه مقادیر شار حرارتی تشعشی، نشان دهنده قابل قبول نبودن فرض محیط خاکستری است. باید توجه داشت که اختلاف زیاد بین توزیع شارهای حرارتی تشعشی در دو محیط خاکستری و غیر خاکستری، بعلاوه متفاوت بودن ضرایب جذب در این دو محیط است. این تفاوت قبلاً در تفسیر شکل ۷ به خوبی شرح داده شده است؛ بنابراین، برای پرهیز از تکرار مطالب، از ذکر آن خودداری می‌گردد.

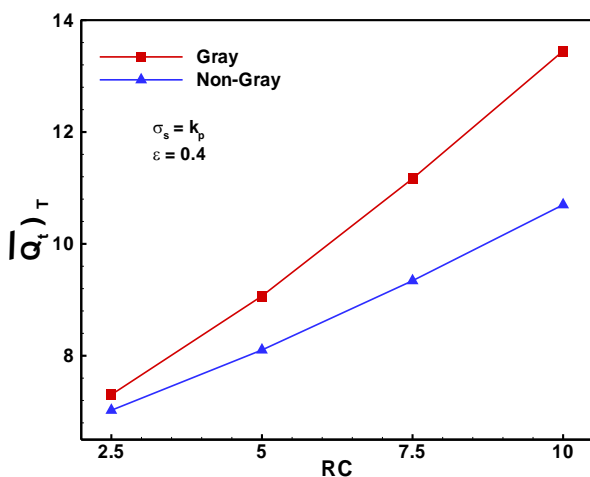
یکی از پارامترهای مهم تشعشی در کنترل نرخ انتقال حرارت از سطوح محفظه، ضریب گسیل دیواره‌های آن (ε) است. برای تجزیه و تحلیل تاثیر این پارامتر روی رفتارهای حرارتی محفظه مورد مطالعه، مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشی و کل روی دیواره پایینی محفظه، به ترتیب در شکل‌های ۱۰ (الف) تا (ج) ارائه شده‌اند.



الف) مقادیر متوسط شار حرارتی هدایتی



ب) مقادیر متوسط شار حرارتی تشعشعی



ج) مقادیر متوسط شار حرارتی کل

شکل (۱۱): تاثیر پارامتر تشعشع-هدایت بر مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره بالایی محفظه در محیط‌های مختلف تشعشعی.

به‌علاوه، باید ذکر شود که مقادیر متوسط شار حرارتی کل روی دیواره پایینی محفظه، مانند مقادیر متوسط شار حرارتی تشعشعی با افزایش ضریب گسیل دیواره، افزایش قابل ملاحظه‌ای خواهند داشت. این نتیجه به‌خوبی از شکل (۱۰-ج) دیده می‌شود. همچنین، از این شکل به‌خوبی مشخص است که اختلاف بین محیط‌های خاکستری و غیرخاکستری در محاسبه مقادیر متوسط شار حرارتی کل، شدت وابسته به مقادیر ضریب گسیل است.

یکی دیگر از پارامترهای مهم تابشی در تعیین رفتارهای حرارتی سامانه‌های تشعشعی-هدایتی، پارامتر بی‌بعد تشعشع-هدایت (RC) است. در حقیقت، این پارامتر نشان دهنده اهمیت انتقال حرارت تشعشعی نسبت به انتقال حرارت هدایتی است. به‌منظور بررسی تاثیر این پارامتر بر رفتارهای حرارتی، مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره سرد و بالایی محفظه برای دو محیط خاکستری و غیرخاکستری در شکل‌های ۱۱ (الف) تا (ج) ارائه شده‌اند.

تجزیه و تحلیل نتایج ارائه شده در این شکل‌ها به‌خوبی نشان می‌دهد که در تمامی فرض‌های مختلف محیط تابشی، پارامتر تشعشع-هدایت تاثیر قابل ملاحظه‌ای روی مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل دارد. همان‌طور که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود، با افزایش پارامتر تشعشع-هدایت، مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره بالایی محفظه، افزایش چشمگیری می‌یابند. در حقیقت، این افزایش در مقادیر متوسط شارهای حرارتی، به‌علت افزایش گرادیان‌های دما و نرخ خالص شدت تشعشعی روی دیواره بالایی محفظه است.

همچنین، مقایسه دقیق نتایج نشان داده شده در شکل‌های ۱۱ (الف) تا (ج) به‌خوبی بیان می‌کند که مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل در محیط‌های خاکستری، تفاوت قابل توجهی با محیط‌های واقعی دارند. در حقیقت، با افزایش پارامتر تشعشع-هدایت، اختلاف میان محیط‌های خاکستری و غیرخاکستری در محاسبه مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل افزایش می‌یابد، به‌طوری که بیشترین اختلاف میان نتایج این دو محیط، مربوط به مقادیر بزرگ پارامتر تشعشع-هدایت است.

۷- نتیجه گیری

مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره‌های محفظه به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابد.

- با افزایش ضریب گسیل دیواره‌های محفظه، مقادیر متوسط شار حرارتی هدایتی در تمامی محیط‌ها کاهش می‌یابند. در حالی‌که، هر افزایشی در مقادیر این ضریب، منجر به افزایش قابل ملاحظه‌ای در مقادیر متوسط شارهای حرارتی تشعشعی و کل روی دیواره‌ها می‌گردد.
- اختلاف میان نتایج محیط‌های مختلف تشعشعی، به‌طور چشمگیری وابسته به مقادیر ضریب گسیل دیواره‌ها است؛ به‌طوری‌که با افزایش این ضریب، اختلاف میان نتایج محیط‌های خاکستری و غیرخاکستری در محاسبه مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی و تشعشعی به‌ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد.

۸- مراجع

1. Siegle, R., and Howell, J. R. "Thermal Radiation Heat Transfer", 4th Edition, Taylor & Francis, New York, 2002.
2. Modest, M. F. "Radiative Heat Transfer", Third Edition, Academic Press, New York, 2013.
3. Zabihi, M., Lari, K., and Amiri, H. "Coupled Radiative-Conductive Heat Transfer Problems in Complex Geometries using Embedded Boundary Method", J. Braz. Soc. Mech. Sci., Vol. 39, No. 7, pp. 2847-2864, 2017.
4. Keshtkar, M. M., and Amiri, B. "Numerical Simulation of Radiative-Conductive Heat Transfer in an Enclosure with an Isotherm Obstacle", Heat Transfer Eng., Vol. 39, No. 1, pp. 72-83, 2018.
5. Sukumar, S., and Kar, S. P. "A Combined Conduction-Radiation Model for Analyzing the Role of Radiation on Freezing of a Biological Tissue", J. Therm. Sci. Eng. Appl., Vol. 12, No. 1, pp. 011015 (11 pages), 2020.
6. Li, Z. H., Li, X. L., Xia, X. L., and Sun, C. "A Hybrid Strategy for Solving Radiation-Conduction in Irregular Geometries Filled with Gray Semitransparent Medium using Monte Carlo Method Combined with Blocked-off and Embedded Boundary Treatments", Numer. Heat Tr. B-Fund., Vol. 77, No. 1, pp. 22-41, 2020.
7. Mahapatra, S. K., Nanda, P., and Sarkar, A. "Analysis of Coupled Conduction and Radiation Heat Transfer in Presence of Participating Medium using a Hybrid Method", Heat Mass Transf., Vol. 41, No. 10, pp. 890-898, 2005.

در این پژوهش، برای اولین بار به بررسی انتقال حرارت مرکب هدایتی- تشعشعی در یک محفظه دوبعدی پرداخته می‌شود. محیط واسط در این محفظه، مخلوط هوا با ۱۰٪ دی اکسید کربن و ۲۰٪ بخار آب در نظر گرفته شده است. توزیع ضریب جذب این مخلوط در تمام محدوده طیف از طریق محاسبات دقیق و خط به خط و براساس پایگاه داده HITRAN2008 به‌دست می‌آید. از آنجایی‌که این توزیع ضریب جذب محیط به‌طور قابل توجهی در طول طیف متغیر و نوسانی است، لذا برای محاسبات مربوط به محیط غیر خاکستری از یک روش بسیار کارآمد و نسبتاً جدید به نام روش توزیع k تمام طیف استفاده می‌شود؛ در حالی‌که برای شبیه‌سازی محیط خاکستری، یکی از موثرترین مدل‌های خاکستری به‌نام ضریب جذب میانگین پلانک به‌کار گرفته می‌شود. همچنین، برای حل معادله انرژی از روش حجم محدود استفاده می‌شود؛ در حالیکه، معادله انتقال حرارت تابشی در هر دو محیط خاکستری و غیر خاکستری با استفاده از روش مشهور و دقیق طول‌های مجزا حل می‌شود. لازم به‌ذکر است، محیط غیرخاکستری به عنوان "حالت واقعی" در نظر گرفته شده و نتایج سایر محیط‌ها (غیر تشعشعی و خاکستری) با این حالت مقایسه می‌شوند. به‌رحال نتایج حاصل از این تحقیق به‌شرح زیر خلاصه می‌شوند:

- توزیع دمای بدون بعد در محفظه به شدت وابسته به نوع محیط است؛ به‌طوری‌که فرض‌های محیط غیر تشعشعی (هدایت خالص) و محیط خاکستری توانایی محاسبه دقیق توزیع دما در محفظه را ندارند.
- نحوه تغییرات شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل روی دیواره‌های محفظه برای هر دو محیط خاکستری و غیر خاکستری تقریباً مشابه است. البته باید توجه داشت که مقدار این شارها به‌طور قابل توجهی وابسته به نوع محیط است.
- هرگونه افزایش در مقادیر پارامتر تشعشع-هدایت، منجر به یک افزایش قابل توجه در مقادیر متوسط شارهای حرارتی هدایتی، تشعشعی و کل برای تمامی فرض‌های مختلف محیط می‌شود.
- با افزایش پارامتر تشعشع-هدایت، اختلاف میان نتایج محیط‌های خاکستری و غیرخاکستری در محاسبه

- Radiative Heat Transfer in Graded Index Media using the Discrete Transfer Method”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 112, pp. 1098-1112, 2017.
19. Sadeghi, P., and Safavinejad, A. “Radiative Entropy Generation in a Gray Absorbing, Emitting, and Scattering Planar Medium at Radiative Equilibrium”, *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 201, pp. 17-29, 2017.
 20. Sheikholeslami, M., and Rokni, H. B. “Numerical Simulation for Impact of Coulomb Force on Nanofluid Heat Transfer in a Porous Enclosure in Presence of Thermal Radiation”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 118, pp. 823–831, 2018.
 21. Zhang, R., Ghasemi, A., Barzinjy, A. A., Zareei, M., Hamad, S. M., and Afrand, M. “Simulating Natural Convection and Entropy Generation of a Nanofluid in an Inclined Enclosure under an Angled Magnetic Field with a Circular Fin and Radiation Effect”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 139, No. 6, pp. 3803-3816, 2020.
 22. Sheikholeslami, M., Sajjadi, H., Delouei, A. A., Atashafrooz, M., and Li, Z. “Magnetic Force and Radiation Influences on Nanofluid Transportation through a Permeable Media Considering Al_2O_3 Nanoparticles”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 136, No. 6, pp. 2477-2485, 2019.
 23. Atashafrooz, M. “Influence of Radiative Heat Transfer on the Thermal Characteristics of Nanofluid Flow over an Inclined Step in the Presence of an Axial Magnetic Field”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 139, No. 5, pp. 3345-3360, 2020.
 24. Javadzadegan, A., Motaharpour, S. H., Moshfegh, A., Akbari, O. A., Afrouzi, H. H., and Toghraie, D. “Lattice-Boltzmann Method for Analysis of Combined Forced Convection and Radiation Heat Transfer in a Channel with Sinusoidal Distribution on Walls”, *Physica A*, Vol. 526, Article: 121066, 2019.
 25. Shan, S., Qian, B., Zhou, Z., Wang, Z., and Cen, K. “New Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Typical Pressurized Oxy-fuel Conditions”, *Int. J. Energ. Res.*, Vol. 41, No. 15, pp. 2576-2595, 2017.
 26. Centeno, F. R., Brittes, R., Rodrigues, L. G. P., Coelho, F. R., and França, F. H. R. “Evaluation of the WSGG Model Against Line-By-Line Calculation of Thermal Radiation in a non-Gray Sooting Medium Representing an Axisymmetric Laminar Jet Flame”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 124, pp. 475-483, 2018.
 27. Yang, X., He, Z., Dong, S., and Tan, H. “Evaluation of the Non-Gray Weighted Sum of Gray Gases Models for Radiative Heat Transfer in Realistic Non-Isothermal and Non-
 8. Amiri, H., Mansouri, S. H., and Safavinejad, A. “Combined Conductive and Radiative Heat Transfer in an Anisotropic Scattering Participating Medium with Irregular Geometries”, *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 49, No. 3, pp. 492-503, 2010.
 9. Amiri, H., Mansouri, S. H., and Coelho, P. J. “Application of Modified Discrete Ordinates Method to Combined Conduction-Radiation Heat Transfer Problems in Irregular Geometries”, *Int. J. Numer. Method H.*, Vol. 22, No. 7, pp. 862-879, 2012.
 10. Sun, Y., and Zhang, X. “A Hybrid Strategy of Lattice Boltzmann Method and Finite Volume Method for Combined Conduction and Radiation in Irregular Geometry”, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 121, pp. 1039-1054, 2018.
 11. Keshtkar, M. M., and Talebizadehsardari, P. “Investigation of Transient Conduction–Radiation Heat Transfer in a Square Cavity using Combination of LBM and FVM”, *Sadhana*, Vol. 43, No. 4, pp. 64-74, 2018.
 12. Penazzi, L., Blanco, S., Caliot, C., Coustet, C., El Hafi, M., Fournier, R., Galtier, M., Ibarrart, L., and Roger, M. “Toward the use of Symbolic Monte Carlo for Conduction-Radiation Coupling in Complex Geometries”, In *Proceedings of the 9th International Symposium on Radiative Transfer, RAD-19*, Begel House Inc., 2019.
 13. Atashafrooz, M., and Gandjalikhan Nassab, S. A. “Simulation of Three-Dimensional Laminar Forced Convection Flow of a Radiating Gas over an Inclined Backward-Facing Step in a Duct under Bleeding Condition”, *P. I. Mech. Eng. C-J. Mech.*, Vol. 227, No. 2, pp. 332-345, 2012.
 14. Atashafrooz, M., and Gandjalikhan Nassab, S. A. “Combined Heat Transfer of Radiation and Forced Convection Flow of Participating Gases in a Three-Dimensional Recess”, *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 26, No. 10, pp. 3357-3368, 2012.
 15. Ansari, A. B., and Gandjalikhan Nassab, S. A. “Forced Convection of Radiating Gas over an Inclined Backward Facing Step using the Blocked-off Method”, *Therm. Sci.*, Vol. 17, No. 3, pp. 773-786, 2013.
 16. Atashafrooz, M., and Gandjalikhan Nassab, S. A. “Simulation of Laminar Mixed Convection Recess Flow Combined with Radiation Heat Transfer”, *IJST-T. Mech. Eng.*, Vol. 37, No. MI, pp. 71-75, 2013.
 17. Sarvari, S. H. “A New Approach to Solve the Radiative Transfer Equation in Plane-Parallel Semitransparent Media with Variable Refractive Index Based on the Discrete Transfer Method”, *Int. Commun. Heat Mass*, Vol. 78, pp. 54-59, 2016.
 18. Sarvari, S. H. “Solution of Multi-Dimensional

38. Atashafrooz, M., Gandjalikhan Nassab S. A., and Lari, K. "Coupled Thermal Radiation and Mixed Convection Step Flow of Non-Gray Gas", *J. Heat Transf.*, Vol. 138, No. 7, pp. 072701-9, 2016.
39. Sun, Y., Zhang X., and Howell, J. R. "Non-Gray Combined Conduction and Radiation Heat Transfer by using FVM and SLW", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 197, pp. 51-59, 2017.
40. Yadav, R., Balaji, C., and Venkateshan, S. P. "Implementation of SLW Model in the Radiative Heat Transfer Problems with Particles and High Temperature Gradients", *Int. J. Numer. Method H.*, Vol. 27, No. 5, pp. 1128-1141, 2017.
41. Webb, B. W., Solovjov, V. P., and Andre, F. "An Exploration of the Influence of Spectral Model Parameters on the Accuracy of the Rank Correlated SLW Model", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 218, pp. 161-170, 2018.
42. Darbandi M., and Abrar, B. "Thermal Radiation Transfer Calculations in Combustion Fields using the SLW Model Coupled with a Modified Reference Approach", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 205, pp. 105-113, 2018.
43. Guo, J., Hu, F., Luo, W., Li, P., and Liu, Z. "A Full Spectrum k-Distribution Based Non-Gray Radiative Property Model for Fly Ash Particles", *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 118, pp. 103-115, 2018.
44. Guo, J., Hu, F., Luo, W., Li, P., and Liu, Z. "A Full Spectrum k-Distribution Based Non-Gray Radiative Property Model for Unburnt Char", *P. Combust. Inst.*, Vol. 37, No. 3, pp. 3081-3089, 2019.
45. Colomer, G., Consul, R., and Oliva, A. "Coupled Radiation and Natural Convection: Different Approaches of the SLW Model for a Non-Gray Gas Mixture", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 107, No. 1, pp. 30-46, 2007.
46. Proter, R., Liu, F., Pourkashanian, M., Williams, A., and Smith, D. "Evaluation of Solution Method for Radiative Heat Transfer in Gaseous Oxy-Fuel Combustion Environments", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 111, No. 14, pp. 2084-2094, 2010.
47. Lari, K., Baneshi, M., Gandjalikhan Nassab, S.A., Komiya A., and Maruyama, S. "Numerical Study of Non-Gray Radiation and Natural Convection using the Full-Spectrum k-Distribution Method", *Numer. Heat Tr. A-Appl.*, Vol. 61, No. 1, pp.61-84, 2012.
48. Saedodin, S., Biglari, M., Esfe, M.H., and Noroozi, M.J. "Mixed Convection Heat Transfer Performance in a Ventilated Inclined Cavity Containing Heated Blocks: Effect of Dispersing Al_2O_3 in Water and Aspect Ratio of the Block", *J. Comput. Theor. Nanos.*, Vol. 10, No. 11, pp. 2663-2675, 2013.
- Homogeneous Flames using Decoupled and Coupled Calculations", *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 134, pp. 226-236, 2019.
28. Bahrami, A., Safavinejad, A., and Amiri, H. "Spectral Radiative Entropy Generation in a Non-Gray Planar Participating Medium Including H_2O and CO_2 ", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 227, pp. 32-46, 2019.
29. Chu, H., Ren, F., Feng, Y., Gu, M., and Zheng, S. "A Comprehensive Evaluation of the Non Gray Gas Thermal Radiation using the Line-By-Line Model in One-and Two-Dimensional Enclosures", *Appl. Therm. Eng.*, Vol. 124, pp. 362-370, 2017.
30. Fraga, G. C., Zannoni, L., Centeno F. R., and França, F. H. R. "Evaluation of Different Gray Gas Formulations Against Line-by-Line Calculations in Two-and Three-Dimensional Configurations for Participating Media Composed by CO_2 , H_2O and Soot", *Fire Safety J.*, Vol. 108, Article 102843, 2019.
31. Modest, M. F. "Narrow Band and Full Spectrum k-Distributions for Radiative Heat Transfer-Correlated-k vs., Scaling Approximation", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 76, No. 1, pp. 69-83, 2003.
32. Chu, H., Liu F., and Zhou, H. "Calculations of Gas Thermal Radiation Transfer in One-Dimensional Planar Enclosure using LBL and SNB Models", *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 54, No. 21-22, pp. 4736-4745, 2011.
33. Modest, M. F., and Zhang, H. "The Full-Spectrum Correlated-k Distribution for Thermal Radiation from Molecular Gas-Particulate Mixtures", *J. Heat Transf.*, Vol. 124, No. 1, pp. 30-38, 2002.
34. Ismail, K. A. R., and Salinas, C. "Non-Gray Radiative Convective Conductive Modeling of a Double Glass Window with a Cavity Filled with a Mixture of Absorbing Gases", *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 49, No. 17-18, pp. 2972-2983, 2006.
35. Tencer, J., and Howell, J. R. "A Multi-Source Full Spectrum k-Distribution Method for 1-D Inhomogeneous Media", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 129, pp. 308-315, 2013.
36. Clements, A. G., Porter, R. A., Pranzitelli, A., and Pourkashanian, M. "Evaluation of FSK Models for Radiative Heat Transfer under Oxyfuel Conditions", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 151, pp. 67-75, 2015.
37. Atashafrooz, M., Gandjalikhan Nassab S. A., and Lari, K. "Numerical Analysis of Interaction Between Non-Gray Radiation and Forced Convection Flow over a Recess using the Full-Spectrum k-Distribution Method", *Heat Mass Transf.*, Vol. 52, No. 2, pp. 361-377, 2016.

54. Azimi, A., and Ghassemi, H. "Modeling of Gas Turbine Combustion Chamber; By Using Network Method", *Aero. Mech. J.*, Vol. 14, No. 3, pp.1-17, 2018 (In Persian).
55. Sajjadi, H., Delouei, A. A., Atashafrooz, M., and Sheikholeslami, M., "Double MRT Lattice Boltzmann Simulation of 3-D MHD Natural Convection in a Cubic Cavity with Sinusoidal Temperature Distribution Utilizing Nanofluid", *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 126 (Part A), pp. 489-503, 2018.
56. Rothman L. S. et al., "The HITRAN 2008 Molecular Spectroscopic Database", *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, Vol. 110, No. 9-10, pp. 533-572, 2009.
57. Atashafrooz, M., Gandjalikhan Nassab, S.A., and Ansari, A.B. "Numerical Study of Entropy Generation in Laminar Forced Convection Flow over Inclined Backward and Forward Facing Steps in a Duct", *Int. Rev. Mech. Eng.*, Vol. 5, No. 5, pp. 898-907, 2011.
58. Atashafrooz, M., Gandjalikhan Nassab, S. A., and Ansari, B. A. "Numerical Investigation of Entropy Generation in Laminar Forced Convection Flow over Inclined Backward and Forward Facing Steps in a Duct under Bleeding Condition", *Therm. Sci.*, Vol. 18, No. 2, pp. 479-492, 2014.
49. Esfe, M. H., Esforjani, S. S. M., Akbari, M., and Karimipour, A. "Mixed-Convection Flow in a Lid-Driven Square Cavity Filled with a Nanofluid with Variable Properties: Effect of the Nanoparticle Diameter and of the Position of a Hot Obstacle", *Heat Transf. Res.*, Vol. 45, No. 6, pp. 563-578, 2014.
50. Esfe, M. H., Esforjani, S. S. M., and Akbari, M. "Mixed Convection Flow and Heat Transfer in a Lid-Driven Cavity Subjected to Nanofluid: Effect of Temperature, Concentration and Cavity Inclination Angles", *Heat Transf. Res.*, Vol. 45, No. 5, pp. 453-470, 2014.
51. Sajjadi, H., Delouei, A. A., Sheikholeslami, M., Atashafrooz, M., and Succi, S. "Simulation of Three Dimensional MHD Natural Convection Using Double MRT Lattice Boltzmann Method", *Physica A*, Vol. 515, pp. 474-496, 2019.
52. Fereidoon, A., Saedodin, S., Esfe, M. H., and Noroozi, M. J. "Evaluation of Mixed Convection in Inclined Square Lid-Driven Cavity Filled with Al_2O_3 /Water Nano-Fluid", *Eng. Appl. Comp. Fluid*, Vol. 7, No. 1, pp. 55-65, 2013.
53. Esfe, M. H., Akbari, M., and Karimipour, A. "Mixed Convection in a Lid-Driven Cavity with an Inside Hot Obstacle Filled by an Al_2O_3 -Water Nanofluid", *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, Vol. 56, No. 3, pp. 443-453, 2015.

