

پیش بینی جابجایی مرکز جرم ورق مثلثی با استفاده از آنالیز ابعادی

مجتبی حقگو^۱، هاشم بابایی^{۲*}، توحید میرزابابایی مستوفی^۳ ID

^۱ دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

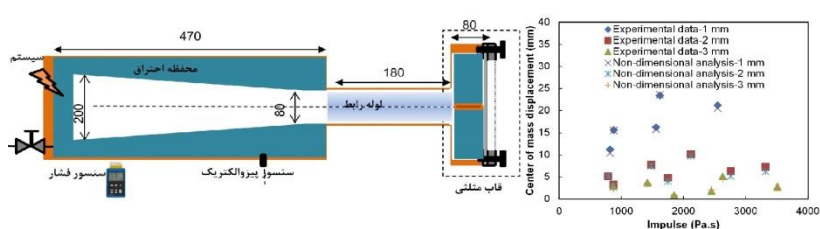
^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ایوانکی، ایوانکی، ایران

برجسته‌ها

- رابطه غیرخطی جابجایی مرکز جرم نمونه مثلثی با بزرگی ضربه
- مقاومت بیشتر در برابر تغییرشکل برای ورق‌های ضخیم‌تر
- افزایش جابجایی مرکز جرم با افزایش فشار.

چکیده گرافیکی



مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۱۹

بازنگری: ۱۴۰۱/۰۱/۳۱

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۳۰

ارائه برخط: ۱۴۰۱/۰۴/۰۷

*نویسنده مسئول:

ghbabaei@guilan.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

مدل‌سازی تجربی

ورق مثلثی

انفجار داخلی

تحلیل ابعادی

چکیده

فهم برخی از ویژگی‌های تأثیرگذار انفجار گازی در یک محیط محدودشده بر تغییرشکل ورق برای اهداف تولیدی ارزشمند است. در این مطالعه، جابجایی مرکز جرم ورق‌های مثلثی فولادی نازک تحت انفجار مخلوط استیلن و اکسیژن به صورت تئوری بررسی شده است. مدل‌سازی تجربی برای یافتن رابطه بین پارامترهای مؤثر در فرآیند شکل‌دهی انفجار گازی همانند خواص مکانیکی ورق، ضربه و بار اعمالی، هندسه ورق و اثرات نرخ کرنش و جابجایی مرکز جرم ورق مثلثی ارائه شده است. بعضی از پارامترهای مهم شامل ضخامت ورق، استحکام تسلیم، اندازه‌های مختلف گیره‌های مثلثی برای نشان دادن اثر سطح پوشش داده نشده بر جابجایی مرکز جرم مطالعه شده‌اند. نتایج به دست آمده از تحلیل ابعادی ضمن نشان دادن یک تطابق قابل قبول در مقایسه با داده‌های تجربی بر کاهش جابجایی مرکز جرم ورق مثلثی با به کارگیری ورق ضخیم‌تر دلالت دارد. تحلیل ابعادی به عنوان یک ابزار سودمند در محاسبه جابجایی مرکز جرم مبین کاهش جابجایی نقطه مرکز با کاهش سطح بدون پوشش ورق است.

۱- مقدمه

کاربرد انفجار مخلوط گازی برای فراهم آوردن فن آوری شکل دهی فلزات از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. فرآیند شکل دهی با انفجار گاز با تولید فشار موج شوک به طور آنی آغاز می‌شود، انرژی به صورت دینامیک در محیط انفجار پخش می‌شود. در نهایت انرژی دینامیکی منتشر شده تبدیل به انرژی تغییر شکل می‌شود [۱]. در مقایسه با فرآیند خم کاری سنتی، فرآیند شکل دهی با انفجار مخلوط گازها، به دلایلی در کاربرد تجاری سودمندتر است [۲]. از آنجاکه سوخت تجاری به عنوان منبع انرژی مورد استفاده قرار می‌گیرد، خطر به حداقل می‌رسد و در نتیجه می‌تواند در کارخانه‌ها عادی به کار رود [۳]. تعیین حالت کرنش مرتبط با صفحات بارگذاری شده و مقاومت سازه‌ای آن‌ها به دلیل عدم قطعیت زیاد در چگالی نهایی و سختی ماده در معرض بارهای فشاری مهم است [۴]. علاوه بر این، تعیین پاسخ دینامیکی غیرخطی این صفحات می‌تواند درک بهتری از طراحی و ساخت سازه‌های صفحه‌ای با در نظر گرفتن نگرانی‌های مهم ساخت فراهم کند. فشار نهایی و دوره زمانی برای اعمال فشار را می‌توان تقریباً به طور مستقل تنظیم کرد [۵].

پیش‌بینی تغییر مکان صفحه تحت بارگذاری ضربه‌ای با توزیع یکنواخت، یک کار چالش برانگیز در مکانیک جامدات محاسباتی است. در بارگذاری ضربه‌ای، صفحات در معرض بارهای خمشی قابل توجهی قرار می‌گیرند که معمولاً بزرگ‌تر از بارگذاری استاتیکی هستند. شکل‌پذیری محتمل و تغییر شکل بزرگ یک ورق فلزی در نتیجه انفجار مخلوط گازها در یک فضای محدود با در نظر گرفتن پدیده کنش قوی بین موج و سازه، توجه زیادی را به خود جلب کرده است. چون انرژی انفجار از طریق انحراف و اعوجاج ساختار جذب می‌شود، توزیع فضایی امواج انفجار که بر روی ساختار عمل می‌کنند و پیش‌بینی درست تغییر شکل ساختار، مسائل اساسی در این حوزه هستند. این امر نیازمند یک بینش کامل نسبت به فیزیک واقعی درگیر در این مورد هم برای انفجار و هم برای اعوجاج ساختاری است [۶]. بابایی و همکاران [۷] پاسخ پلاستیک ورق‌های فولادی نرم

مستطیلی تحت نیروی انفجاری را بررسی کردند. آن‌ها دو عدد بدون بعد را با در نظرگیری هندسه ورق، اینرسی نیروی اعمالی، خواص مکانیکی ماده و حساسیت به نرخ کرنش معرفی کردند. ضرایب ناشناخته فرمول تجربی به دست آمده بر مبنای تئوری پای باکینگهام را با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین به دست آوردند. آن‌ها برای افزایش اعتبار عدد بی‌بعدشان از معادله ساختاری کوپر-سیمونز برای محاسبه تنش دینامیکی متوسط استفاده کردند. بابایی و همکاران [۸] با انجام آزمایش‌هایی بر تغییر شکل صفحات فلزی، یک مجموعه بهینه احتراقی را برای تحقیق بیشتر رفتار صفحه فلزی تحت بارگذاری انفجاری گازی توسعه دادند. آن‌ها یک مدل تئوری برای پیش‌بینی جابجایی نقطه میانی صفحات دایره‌ای تحت بارهای ضربه‌ای انفجار گازی ارائه دادند. آن‌ها تغییر شکل پلاستیک و تغییر مکان ناحیه برآمده ورق دایره‌ای گیردار تحت بارهای ضربه‌ای عرضی را نشان دادند. آن‌ها گزارش کردند که پیش‌بینی دقیق تغییر شکل صفحه مدور در نقطه میانی به شدت به تابع شکل فرضی وابسته بود. میرزابابایی مستوفی و همکاران [۹] مجموعه‌ای از آزمایش‌ها را بر آلایژ آلومینیوم و صفحات فولاد نرم با انواع ضخامت انجام دادند تا اثرات فشارهای پیش انفجار استیلن-اکسیژن بر تغییر شکل پلاستیکی عرضی صفحات مستطیلی کاملاً گیردار تحت بارگذاری انفجار مخلوط گازی را بررسی کنند. آن‌ها یک تابع بسط مرتبه صفر از نوع اول در هر دو جهت محورها را بر اساس روش انرژی برای برآورد تغییر شکل دائمی صفحه در نظر گرفتند. آن‌ها از یک مدل کوپر-سیمونز برای در نظر گرفتن حساسیت نرخ کرنش مواد در مدل استفاده کردند. میرزابابایی مستوفی و همکاران [۱۰] برخی تست‌های تجربی را برای اندازه‌گیری تغییر شکل عرضی بزرگ صفحات مستطیلی دولایه تحت بار انفجار مخلوط گازی انجام دادند. نمونه‌های آن‌ها از ترکیبی از لایه جلویی آلایژ آلومینیوم و لایه پشتی فولاد نرم ساخته شدند. نتایج تجربی آن‌ها نشان داد که زمانی که هیچ شکافی بین لایه‌ها وجود نداشت جابجایی لایه پشتی تقریباً مشابه با جابجایی لایه جلویی بود. آن‌ها گزارش کردند که لایه پشتی ضخیم‌تر منجر به کاهش جابجایی لایه جلویی می‌شود. آن‌ها همچنین یک مدل تحلیلی مبتنی بر روش انرژی را برای

شکل‌دهی انفجاری پیشنهاد می‌شوند. روش اعداد بی‌بعد برای بررسی رفتار پلاستیک دینامیکی ورق‌ها به پیدا کردن رابطه بین پارامترهای مؤثر در فرایند انفجار مخلوط گاز و تغییرشکل ورق ختم می‌شود [۱۱]. اعداد بی‌بعد بر اساس معادلات ساختاری بدون بعد و استفاده کردن از روش ریاضی تجزیه مقادیر تکین به کار گرفته می‌شوند. این روش بر اساس پارامترهای مهم و مؤثر مثل اینرسی نیروهای اعمالی، خواص مکانیکی مواد، هندسه سازه و حساسیت نرخ کرنش بنا می‌شود [۱۲]. استفاده از این اعداد در به دست آمدن مقدار تغییرشکل عرضی پایدار ورق ناشی از آزمایش‌های تجربی کمک بسیاری می‌کند. با استفاده از این روش تجربی، تخمین بسیار دقیقی برای پارامترهای خروجی مانند تغییرشکل پایدار مرکز جرم ورق و نسبت تغییرشکل مرکز جرم ورق به ضخامت آن زده می‌شود [۷]. این تخمین با به‌کارگیری ضرایب ماده در روابط ساختاری کوپر-سیمونز و به‌صورت تابعی از ضخامت ورق زده می‌شود. استخراج مستقیم اعداد پیشنهادی از معادلات تعادل دینامیکی نشان‌دهنده‌ی مفهوم فیزیکی اعداد موردنظر است [۱۳]. از مزیت‌های اصلی این روش می‌توان به سازمان‌دهی کارهای تجربی، پیشگیری از آزمایش‌های تکراری، بررسی و شناخت اثر هر یک از متغیرهای وابسته به فرآیند و همچنین تحلیل و تجزیه داده‌های آزمایشگاهی اشاره کرد. مشابه با روش تحلیلی از معادلات ارائه‌شده برای تحلیل مسئله موردنظر استفاده می‌شود.

باوجود پیچیدگی‌های زیاد درزمینه‌ی بررسی فرآیند شکل‌دهی ورق، روش تحلیل ابعادی دارای سابقه و کاربرد گسترده‌ای درزمینه‌ی پیش‌بینی تغییرشکل ورق‌ها است. لذا با توجه به غیرخطی بودن رفتار سیستم حاکم بر فرآیندهای شکل‌دهی، از این روش بیشتر برای پیدا کردن یک رابطه ریاضی بین متغیرها و همچنین پیش‌بینی رفتار غیرخطی سیستم استفاده می‌شود [۱۴].

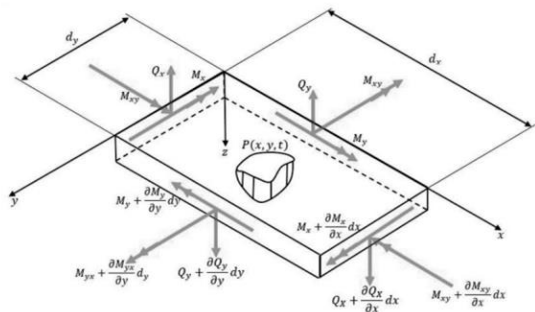
روش تحلیل ابعادی یک روش بسیار مفید برای بهبود بهره‌وری کارهای تجربی انجام‌شده و دوری از انجام آزمایش‌های غیرضروری است. در این روش، تعدادی اعداد بی‌بعد بر مبنای تئوری پای باکینگهام در نظر گرفته می‌شوند. مطابق این تئوری، اگر فرآیندی به تعدادی متغیر

بررسی اثرات نرخ کرنش، بار اعمالی و هندسه ورق بر تغییرشکل ورق توسعه دادند و نتیجه گرفتند که افزایش ضخامت هر یک از لایه‌ها منجر به کاهش جابجایی لایه دیگر می‌شود. در این مقاله، تئوری پلاستیک بی‌بعد برای تحلیل پاسخ پلاستیک دینامیکی ورق‌های فلزی مثلثی نازک بر اثر انفجار مخلوط گاز ارائه می‌شود. برای این کار، معادلات رفتاری اساسی برای ورق مثلثی گیردار در مرزها تبدیل به معادلات بی‌بعد می‌شود. بررسی رفتار ماده حساس به نرخ کرنش با پیشنهاد دستگاهی از اعداد بی‌بعد مستقل انجام می‌شود. در نظرگیری تأثیر نیروهای غشایی ضروری است. در ادامه نسبت فشار دینامیکی به تنش تسلیم شبه استاتیکی به‌صورت حاصل‌ضرب فشار گاز اکسیژن در فشار گاز استیلن تقسیم‌بر مربع تنش تسلیم استاتیکی تعریف می‌شود. این تعریف برای ورود تأثیر فشارهای پیش‌انفجار مخلوط گاز در پاسخ پلاستیک سازه استفاده می‌شود. به‌عنوان نتیجه، یک عدد بی‌بعد برای پیش‌بینی جابجایی مرکز جرم ورق مثلثی پیشنهاد می‌شود. در نهایت بیشینه تغییرشکل عرضی ورق توسط دستگاهی از اعداد بی‌بعد مستقل محاسبه می‌شود. معادلات تجربی برای مدل‌سازی و پیش‌بینی جابجایی به ضخامت ورق‌های مثلثی تحت انفجار مخلوط گازها استخراج‌شده‌اند. برای این کار از روش تفکیک مقادیر تکین در ارتباط با اعداد بدون بعد برای استخراج معادلات تجربی استفاده شد. یکی از مشکلات موجود در مراجع قبلی، عدم بیان دلیل برای معرفی اعداد بی‌بعد بود. لذا در این تحقیق هدف آن است که اعداد بی‌بعد پیشنهادی از بی‌بعدسازی معادلات تعادل دینامیکی حاکم بر ورق استخراج شوند و همچنین کمیت‌های مهمی نظیر هندسه ورق، توانایی مقاومت دینامیکی ماده در برابر بار وارده، حساسیت ماده به نرخ کرنش و همچنین اینرسی بار واردشده را در نظر بگیرد. در انتها معادلات ساختاری تجربی بر اساس نتایج تجربی موجود و همچنین روش تجزیه مقادیر تکین به دست می‌آیند.

۲- آنالیز ابعادی

در این بخش، با بی‌بعدسازی معادلات تعادل دینامیکی حاکم بر ورق، اعداد بی‌بعد برای تحلیل ابعادی فرآیند

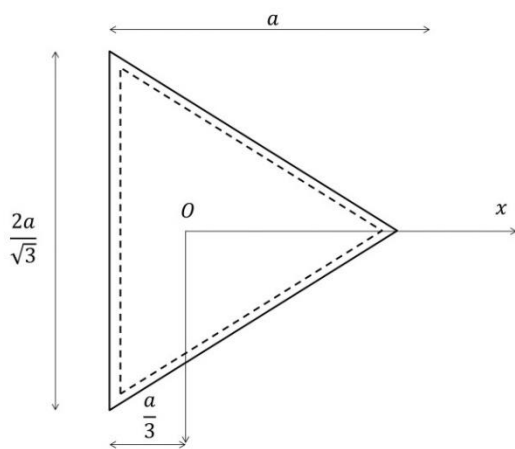
که $Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_{xy}$ نیروهای برشی عرضی و ممان‌های خمشی هستند. حاصل جمع بردارهای نیرو در راستای z ضمن استفاده از نیروهای برشی عرضی رابطه‌های (۶) و (۷) به معادله (۸) ختم می‌شود [۱۵].



شکل (۱): دیاگرام ممان‌های خمشی و نیروی برشی بر المان دیفرانسیلی ورق.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + p = \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (۸)$$

که p نیروی دینامیکی عرضی و w تغییرشکل اند. شرایط مرزی برای ورق مثلثی نشان داده شده در شکل ۲ لبه‌های گیردار شده $x = -a/3$ ، $x = -\sqrt{3}y + \frac{2a}{3}$ و $x = \sqrt{3}y - \frac{2a}{3}$ با شرایط مرزی $w = 0$ و $\frac{\partial w}{\partial x} = 0$ اند.



شکل (۲): مثلث متساوی اضلاع به ضلع a که ارتفاعش در راستای محور x قرار دارد.

پارامترهای مؤثر در فرایند شکل‌دهی، ضربه فشار اعمالی، چگالی فولاد، شعاع ورق تغییرشکل یافته، ضخامت ورق،

وابستگی داشته باشد، تعداد گروه‌های بی‌بعد مستقل باید برابر یا کمتر از اختلاف تعداد ابعاد اصلی و تعداد متغیر وابسته باشد.

اساس مدل‌سازی، شناسایی یک تابع ریاضی مانند \hat{F} است که نزدیک به تابع واقعی باشد تا خروجی \hat{Y} برای یک بردار ورودی خاص $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ نزدیک به خروجی واقعی بشود؛ بنابراین M سری عدد برای مجموعه داده‌های چند ورودی و تک‌خروجی در رابطه (۱) در نظر گرفته می‌شود.

$y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}), i = 1, 2, 3, \dots, M$ (۱)
حالا به دست‌آوری \hat{F} برای هر بردار ورودی داده شده برای پیش‌بینی مقادیر خروجی \hat{Y}_i به رابطه (۲) می‌انجامد.

$\hat{y}_i = \hat{f}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}), i = 1, 2, 3, \dots, M$ (۲)
مسئله اصلی تعیین \hat{F} این است که مربع تفاوت بین خروجی‌های اصلی و پیش‌بینی شده کمینه شود.

$$\sum_{i=1}^M [f(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}) - y_i]^2 \rightarrow \text{Min} \quad (۳)$$

در روش آنالیز بی‌بعد، به جای متغیرهای فیزیکی واقعی $\{y, x\} = \{y, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ یک سری بدون بعد $\pi = (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k)$ برای محاسبه \hat{F} استفاده می‌شود.

$\hat{\pi}_{0i} = \hat{f}(\pi_{i1}, \pi_{i2}, \pi_{i3}, \dots, \pi_{ki}), i = 1, 2, \dots, M$ (۴)
نکته مهم این است که جمع مربع تفاضل \hat{F} از مقادیر واقعی کمینه باشد.

$$\sum_{i=1}^M [\hat{f}(\pi_{i1}, \pi_{i2}, \pi_{i3}, \dots, \pi_{in}) - \pi_{0i}]^2 \rightarrow \text{Min} \quad (۵)$$

برای پیدا کردن بهترین گروه‌های بی‌بعد برای پاسخ غیر الاستیک دینامیکی ورق‌های مثلثی تحت بار انفجاری مخلوط گازی، تئوری ورق کلاسیک استفاده می‌شود. مطابق شکل ۱ المان $dx \cdot dy$ از ورق تحت نیروی توزیع شده یکنواخت p قرار دارد [۷]. تعادل ممان‌ها حول محورهای x و y به ترتیب در معادله‌های (۶) و (۷) آورده شده‌اند [۱۵].

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0 \quad (۶)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0 \quad (۷)$$

به خاطر استفاده از روش تفکیک مقادیر منفرد باید از رابطه (۱۵) لگاریتم گرفته شود تا هدف اصلی مدل سازی محقق شود؛ بنابراین، پس از استفاده از لگاریتم طبیعی، معادله به صورت رابطه خطی وابسته به ضرایب توسط رابطه (۱۶) نوشته می شود.

$$\ln(\pi_0) = \eta + \alpha \ln(\pi_1) + \beta \ln(\pi_2) + \dots + \gamma \ln(\pi_3) + \lambda \ln(\pi_4) \quad (16)$$

در نهایت بر اساس جفت های تجربی M ورودی-خروجی یک سیستم از M معادله جبری خطی با پنج ضریب ناشناخته ساخته می شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta + \alpha \zeta_{11} + \beta \zeta_{12} + \gamma \zeta_{13} + \lambda \zeta_{14} = \zeta_{10} \\ \eta + \alpha \zeta_{21} + \beta \zeta_{22} + \gamma \zeta_{23} + \lambda \zeta_{24} = \zeta_{20} \\ \dots\dots\dots \\ \eta + \alpha \zeta_{M1} + \beta \zeta_{M2} + \gamma \zeta_{M3} + \lambda \zeta_{M4} = \zeta_{M0} \end{array} \right. \quad (17)$$

که

$$\zeta_{ij} = \ln(\pi_{ij}) \quad i=1,2,3,\dots,M \quad j=1,2,3,4 \quad (18)$$

و

$$\zeta_{i0} = \ln(\pi_{i0}) \quad i=1,2,3,\dots,M \quad (19)$$

که $M \geq K = 4$ سیستم معادلات خطی به صورت رابطه $AX = Y$ نوشته می شود.

$$X = \{\eta \alpha \beta \gamma \lambda\}^T \quad (20)$$

$$Y = \{\zeta_{10} \zeta_{20} \dots \zeta_{M0}\}^T \quad (21)$$

و

$$A = \begin{Bmatrix} 1 & \zeta_{11} & \zeta_{12} & \zeta_{13} & \zeta_{14} \\ 1 & \zeta_{21} & \zeta_{22} & \zeta_{23} & \zeta_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \zeta_{M1} & \zeta_{M2} & \zeta_{M3} & \zeta_{M4} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

برای حل معادله $\pi_0 = \frac{W_0}{H} = f(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$ روش تفکیک مقادیر تکی قابل اتکا است. برای حل بسیاری از مسائل حداقل مربعات خطی که تکینگی در آن یافت می شود، روش تفکیک مقادیر تکی بهترین است [۱۶].

برای به دست آوردن ضرایب ناشناخته، داده های تجربی به یک سری داده بدون بعد تبدیل شده اند؛ بنابراین، یک مدل ساده برای تغییر شکل ورق مثلثی گیردار تحت تأثیر انفجار مخلوط گازی توسط روش تجزیه مقادیر تکی بنا شد.

سرعت صوت در اکسیژن، سرعت صوت در استیلن، فشار اکسیژن، فشار استیلن، تنش تسلیم استاتیکی، چگالی اکسیژن، چگالی استیلن و مدول الاستیک ورق هستند؛ بنابراین، این پارامترها برای ایجاد اعداد بدون بعد مستقل برای مدل سازی تغییر شکل نقطه میانی ورق های گیردار مثلثی تحت انفجار مخلوط گازها بر اساس سه بعد طول و جرم و زمان استفاده می شوند. اعداد بی بعد باید حاوی متغیرهای فیزیکی مانند هندسه ورق، خواص مادی و اینرسی نیروی اعمالی برای محاسبه پاسخ دینامیکی ورق باشد

$$\pi_0 = \frac{W_0}{H} \quad (9)$$

$$\pi_1 = B/H \quad (10)$$

$$\pi_2 = h/H \quad (11)$$

$$\pi_3 = I / \rho B h H \sqrt{C_{O_2} C_{C_2H_2}} \quad (12)$$

$$\pi_4 = \frac{P_{O_2} + P_{C_2H_2}}{\rho_{O_2} + \rho_{C_2H_2}} \cdot \frac{\rho}{\sigma_y} \quad (13)$$

که W_0 جابجایی مرکز جرم، H ضخامت ورق، B قاعده مثلث، h ارتفاع مثلث، ρ چگالی ورق، C_{O_2} سرعت صوت در اکسیژن، $C_{C_2H_2}$ سرعت صوت در استیلن و σ_y تنش تسلیم استاتیکی اند. از میان این گروه های بی بعد، π_1 و π_2 برای در نظرگیری نقش ابعاد ورق وارد شده اند. چون برای ورق هایی که تحت بار ضربه ای قرار می گیرند، فشار دینامیکی متناسب با سرعت تغییر شکل ورق $V_0 = I/m$ است که V_0 سرعت اولیه ورق به صورت نسبت بزرگی ضربه I به جرم ورق m تعریف می شود، π_3 حاوی سرعت تغییر شکل مرتبط با اینرسی نیروی اعمالی بی بعد شده برای بار اعمالی ضربه ای وارد شده است. عدد بی بعد π_4 برای وارد کردن نرخ کرنش به پاسخ غیر الاستیک دینامیکی ورق استفاده شده است؛ بنابراین با توجه به گروه های بی بعد اشاره شده، جابجایی بیشینه ورق مثلثی بر اثر انفجار مخلوط گازها توسط رابطه (۱۴) نوشته می شود.

$$\pi_0 = \frac{W_0}{H} = f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4) \quad (14)$$

که

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4) = C \cdot (\pi_1)^\alpha \cdot (\pi_2)^\beta \cdot (\pi_3)^\gamma \cdot (\pi_4)^\delta \quad (15)$$

آمدند. با قرار دادن رابطه (۲۵) در رابطه (۲۴)، رابطه (۲۹) به دست می‌آید.

$$\dot{\epsilon}_m = \frac{4I}{\sqrt{2}\rho B^2 h^2} \left(-0.3958 \cdot \phi^{0.6137} \right) \quad (29)$$

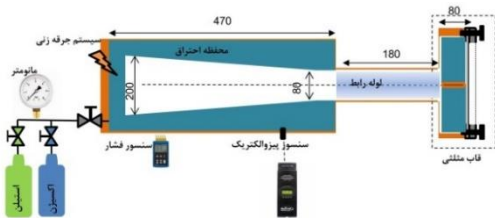
درنهایت، تنش تسلیم دینامیکی به دست می‌آید و معادله (۲۵) به صورت رابطه (۳۰) نوشته می‌شود.

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_y} = \kappa = 1 + \left(\frac{-0.3958 \cdot I \cdot \phi^{0.6137}}{\sqrt{2}\rho B^2 h^2 D} \right)^{\frac{1}{q}} \quad (30)$$

پس از جایگذاری این معادله در $\pi_0 = \frac{W_0}{H} = f(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$ ضرایب به صورت $\alpha = -1.2280$ ، $C = 56.1934$ و $\beta = 0.3619$ و $\gamma = 1.6259$ و $\lambda = -1.1603$ به دست می‌آیند.

۳- آزمایش تجربی

این مطالعه محدود به یک محفظه احتراق پرفشار است که در یک انتها بسته است و انتهای دیگر توسط یک لوله بلند به قاب مثلثی متصل شده است. یک جرعه ناگهانی منجر به ایجاد و حرکت موج شوک فشرده به داخل لوله متصل به انتهای باز در حداکثر فشار می‌شود. سپس، امواج در فشار زیاد به قاب مثلثی می‌رسند. موج انفجار رقیق باعث حرکت توده‌ای پرفشار با سرعت زیاد درست پشت صفحه می‌شود. به محض رسیدن به صفحه، امواج انفجار ورودی منعکس می‌شوند و به سمت محفظه احتراق حرکت می‌کنند. ذرات گاز در مقابل موج بازتاب شده بسیار واکنش پذیر بوده که منجر به ایجاد فشار انفجار در پشت موج شوک منعکس شده می‌شوند. امواج منعکس شده با یکدیگر مقابله می‌کنند و یک منطقه پرفشار درست پشت صفحه ایجاد می‌کنند. این فرایند با برخورد امواج انفجار به دیواره و صفحه محفظه احتراق پیش می‌رود تا درنهایت صفحه تغییر شکل دهد. شکل ۳ حاوی رسم شماتیک اجزای آزمایش تجربی است.



شکل (۳): اجزای آزمایش تجربی.

مقادیر ضرایب اشاره شده به صورت زیر به دست می‌آیند $C = 45.6$ ، $\alpha = -1.3374$ ، $\beta = 0.3754$ ، $\gamma = 1.6527$ و $\lambda = -0.9754$.

برای مشاهده تأثیر نرخ کرنش ماده، تنش تسلیم دینامیکی به جای تنش تسلیم استاتیکی برای مدل کردن تغییر شکل نقطه مرکز استفاده می‌شود. نکته مهم آن است که فقط π_4 تغییر می‌کند و بقیه پارامترهای بدون بعد ثابت هستند.

$$\pi_4 = \frac{P_{O_2} + P_{C_2H_2}}{\rho_{O_2} + \rho_{C_2H_2}} \cdot \frac{\rho}{\sigma_d} \quad (23)$$

فرض شده است که تنش جریان دینامیکی متوسط σ_d به صورت ضرب یک اسکالر در تنش تسلیم استاتیکی تعریف می‌شود.

$$\sigma_d = \kappa \sigma_y \quad (24)$$

معادله کوپر-سیمونز برای محاسبه کاربردی است. معادله کوپر-سیمونز توسط رابطه (۲۵) نوشته می‌شود [۱۶].

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_y} = \kappa = 1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}_m}{D} \right)^{\frac{1}{q}} \quad (25)$$

$$V_0 = I / m$$

$$m = \rho B h H / 2$$

که $\dot{\epsilon}_m$ نرخ کرنش متوسط و $\sigma_y = 290 \text{MPa}$ تنش تسلیم استاتیکی برای آلیاژ فولاد St13 هستند [۱۶، ۱۷]. ثابت‌های ماده $q = 5$ و $D = 40.4 \text{s}^{-1}$ برای فولاد استفاده می‌شوند [۷]. نرخ کرنش متوسط با استفاده از سرعت اولیه ورق ناشی از ضربه به سطح آن توسط رابطه (۲۶) بیان می‌شود [۸].

$$\dot{\epsilon}_m = \frac{2V_0 W_0}{\sqrt{2} B h} \quad (26)$$

با استفاده از $V_0 = I / m$ و تقریب جرم ورق $m = \rho B h H / 2$ نرخ کرنش توسط رابطه (۲۷) داده می‌شود [۱۶].

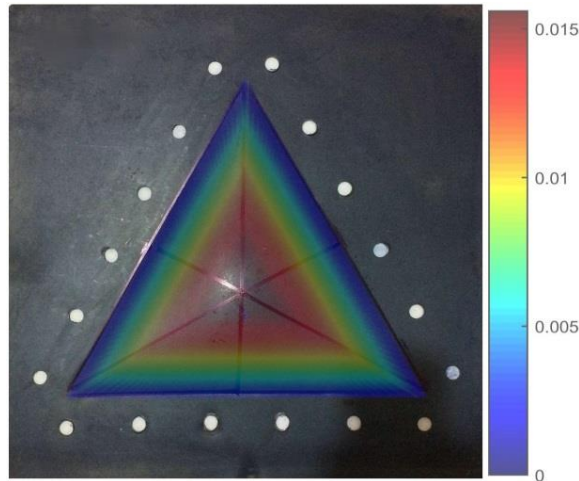
$$\dot{\epsilon}_m = \frac{4I}{\sqrt{2}\rho B^2 h^2} \left(\frac{W_0}{H} \right) \quad (27)$$

با معرفی عدد بی بعد ϕ می‌توان مقدار $\frac{W_0}{H}$ را توسط رابطه ساده شده (۲۸) بیان کرد.

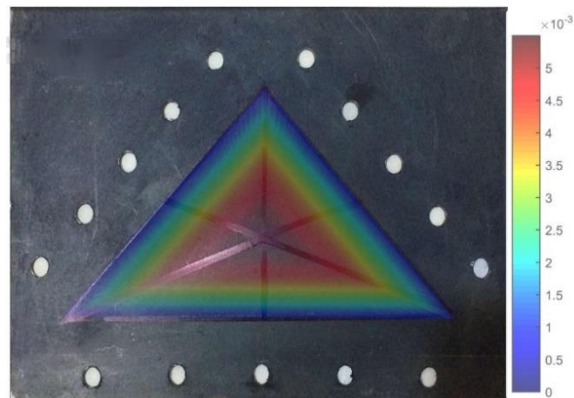
$$\frac{W_0}{H} = \delta \cdot \phi^\mu, \left(\phi = \frac{I}{\pi H^2 \sqrt{B h \rho \sigma_y}} \right) \quad (28)$$

مقادیر پارامترهای δ و μ توسط روش تفکیک مقادیر منفرد و نتایج آزمایشگاهی به صورت -0.3958 و 0.6137 به دست

ناحیه بر کافی نبودن نیروی گیره وارده بر این ضلع با توجه به کم بودن مساحت تحت فشار گیره در آن ناحیه تأکید دارد. اضلاع ساق مثلث با توجه به گیردار شدن در سطح بزرگتری تحت نیروی گیره قابل توجهی قرار دارند. این نیروی زیاد موجب مقاومت ورق بین قاب و قالب و بهره بردن از نیروی انفجار برای شکل دادن قطعه می‌شود.



شکل (۴): تغییر شکل ورق مثلثی بزرگ.



شکل (۵): تغییر شکل ورق مثلثی کوچک.

جدول ۱ نشان‌دهنده‌ی مقایسه‌ی بین مقادیر پیش‌بینی‌شده جابجایی مرکز جرم ورق مثلثی به ضخامت ورق با مقادیر واقعی برای ورق‌های کوچک و بزرگ [۱۸] است. ملاک بزرگ یا کوچک بودن ورق، مساحت سطح ورق است. چیزی که در جدول مشخص است ارتباط نزدیک نتایج واقعی و پیش‌بینی‌شده و دست‌کم گرفتن مقادیر پیش‌بینی‌شده است. تمامی مقادیر پیش‌بینی‌شده با یک اطمینان ۵ تا ۱۰ درصدی کوچک‌تر از مقدار واقعی هستند که استفاده از این حد اطمینان می‌تواند دستیابی به نتایج دقیق را میسر کند.

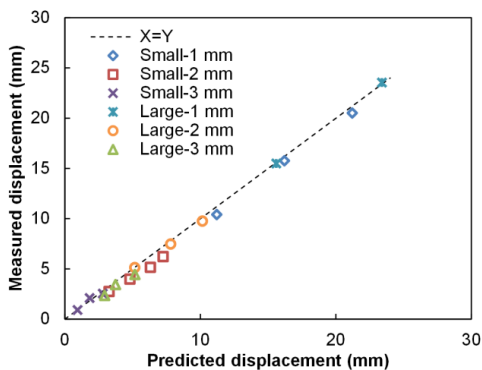
فرآیند با اشتعال مخلوط گازی آغاز می‌شود که باعث ایجاد موج انفجار می‌شود. این موج انفجار به‌طور متقارن از طریق محفظه انفجار به شکل کره‌ای گسترش می‌یابد. امواج انفجار از طریق مجرای انفجار از سطح مقطع بزرگ‌تر محفظه احتراق در داخل فضای مخروطی به سطح مقطع کوچک‌تر مخروط ناقص حرکت می‌کنند. این امواج شوک به شکل امواج فشرده که دلالت بر افزایش فشار در هنگام عبور از لوله اتصال دارند عبور می‌کند، سپس به‌صورت یک پالس شوک گسترده، گسترش می‌یابد که منجر به افت فشار در حین عبور از قاب مثلثی می‌شود. بعد از این، موج شوک به صفحه می‌رسد که بین قالب‌های مثلثی ضخیم ۱۲ میلی‌متری نگه‌داشته شده است. قاب مثلثی، موج را به شکل صفحه‌ای به سطح بدون پوشش نمونه انتقال می‌دهد. سپس موج در انتهای دستگاه منعکس شده و بعداً به‌عنوان یک موج شوک با دامنه کاهش یافته برمی‌گردد. این موج شوک چندین بار بین محفظه و صفحه منعکس می‌شود تا اینکه انرژی آن به‌طور کامل صرف شکل‌دهی ورق شود.

۴- نتایج و بحث

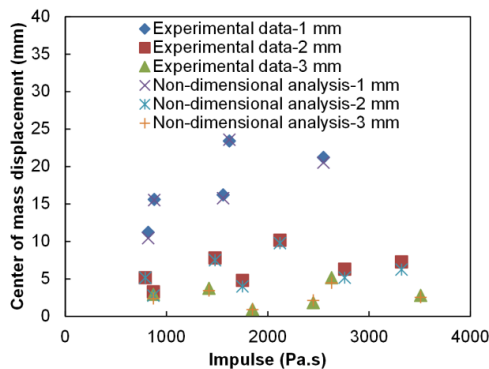
دو نوع از نتایج تجربی در درجه اول اهمیت قرار دارند (۱) پروفایل تغییر شکل مشاهده‌شده در صفحات تست و (۲) داده‌های کمی دریافت‌شده از طریق اندازه‌گیری و محاسبات مربوط به مرکز جابجایی جرمی و ایمپالس. تغییر مکان دائمی صفحات برای بررسی ارتباط بین تغییر شکل دائمی و پارامترهای بارگذاری ثبت شده است. نتایج همچنین شامل تأثیر برخی پارامترهای کلیدی، از جمله ضخامت صفحه، اندازه قاب مثلثی و فشار پیش‌انفجار هستند.

در شکل ۴ تغییر شکل ورق مثلثی بزرگ آورده شده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است بیشترین جابجایی مربوط به محل تلاقی خطوط یعنی مرکز جرم مثلث است. بافاصله گرفتن از مرکز جرم مثلث، جابجایی کاهش می‌یابد و در مرکز گیردار به صفر می‌رسد. شکل ۵ به‌خوبی تغییر شکل ورق مثلثی کوچک را نشان می‌دهد. چیزی که جلب توجه می‌کند کشیدگی محل سوراخ در ضلع پایینی مثلث است که ضمن تأکید بر وقوع فشار بسیار زیاد بر این

گستره‌ی وسیعی از بزرگی ضربه را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است با کاهش ضخامت ورق، جابجایی مرکز جرم افزایش فراوانی می‌یابد درحالی‌که افزایش بزرگی ضربه باوجوداینکه موجب افزایش جابجایی ورق شد ولی تأثیر دو برابر کردن فشار نسبت به تأثیر نصف کردن ضخامت قابل توجه نیست. شکل ۸ نشان‌دهنده‌ی جابجایی مرکز جرم پیش‌بینی شده برای ورق با ضخامت‌ها و طول قاعده‌های مختلف است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش طول قاعده مثلث، جابجایی مرکز جرم افزایش می‌یابد. با توجه به این نتیجه می‌توان بر تأثیر مثبت افزایش سطح بدون پوشش ورق صحنه گذاشت. البته تأثیر ضخامت بیشتر از تأثیر طول قاعده مثلث است که با توجه به اینکه ضربه به صورت عرضی بر سطح ورق وارد می‌شود، تأثیر عاملی که در راستای عرضی سطح ورق عمل می‌کند مانند ضخامت بسیار بیشتر از تأثیر عاملی دیگر مانند قاعده مثلث است که در راستای تغییر شکل عرضی عمل نمی‌کند.



شکل (۶): مقایسه بین نتایج تجربی و خروجی روش آنالیز ابعادی برای ورق‌های کوچک و بزرگ.



شکل (۷): جابجایی مرکز جرم واقعی و پیش‌بینی شده مثلث نسبت به ضربه.

جدول (۱): مقایسه‌ی بین مقادیر پیش‌بینی شده و واقعی نسبت جابجایی مرکز جرم به ضخامت ورق [۱۸]

فشار (بار)	ضخامت (میلی‌متر)	اندازه	مقدار واقعی W_0/h	مقدار پیش‌بینی W_0/h
۳	۱	کوچک	۲۱/۲	۲۰/۵۷
۲	۱	کوچک	۱۶/۲	۱۵/۷۶
۱	۱	کوچک	۱۱/۲	۱۰/۳۶
۴	۲	کوچک	۷/۲۵	۶/۲۳
۳	۲	کوچک	۶/۳	۵/۱۶
۲	۲	کوچک	۴/۸	۳/۹۸
۱	۲	کوچک	۳/۲۵	۲/۷۲
۴	۳	کوچک	۲/۸	۲/۸۴
۳	۳	کوچک	۱/۸۳	۱/۹۱
۲	۳	کوچک	۰/۹۳	۰/۹۷
۲	۱	بزرگ	۲۳/۴	۲۳/۸۸
۱	۱	بزرگ	۱۵/۶	۱۵/۵
۳	۲	بزرگ	۱۰/۱۵	۹/۷۹
۲	۲	بزرگ	۷/۸	۷/۵۲
۱	۲	بزرگ	۵/۱۵	۵/۱۴
۳	۳	بزرگ	۵/۱۶	۴/۴۶
۲	۳	بزرگ	۳/۷۳	۳/۴۶
۱	۳	بزرگ	۲/۹۳	۲/۳۷

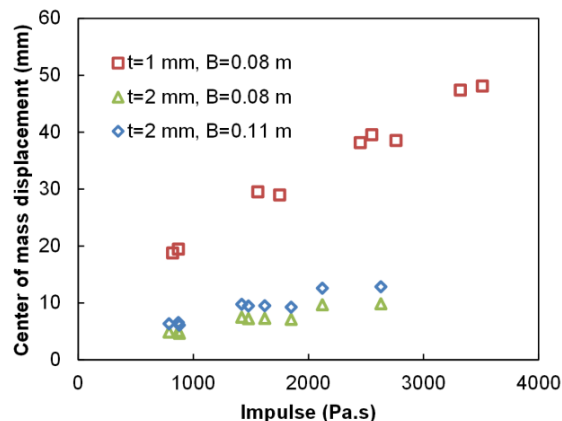
شکل ۶ به خوبی نشان‌دهنده‌ی تطابق قابل قبول نتایج آنالیز ابعادی و نتایج تجربی گزارش شده است. تجمع داده‌ها حول خط $X=Y$ مبین توانایی روش آنالیز ابعادی در پیش‌بینی جابجایی مرکز جرم ورق مثلثی است. قرارگیری داده‌های مربوط به ورق با ضخامت ۱ میلی‌متر در منطقه جابجایی بیشتر مشخص‌کننده نقش ضخامت ورق بر تغییر شکل ناشی از ضربه است. در تمام داده‌ها، ورق بزرگ‌تر، جابجایی مرکز جرم بیشتری نسبت به ورق کوچک‌تر دارد که مبین تأثیر سطح بدون پوشش بر جابجایی ورق است. چون با افزایش سطح بدون پوشش فاصله از لبه‌ها افزایش می‌یابد و سطح ورق آزادی بیشتری برای تغییر شکل در راستای عرضی دارد. شکل ۷ نشان‌دهنده‌ی جابجایی مرکز جرم با بزرگی ضربه برای داده‌های تجربی و نتایج پیش‌بینی شده آنالیز بی‌بعد است. شکل ۷ به خوبی تطابق قابل قبول آنالیز ابعادی در

۵- نتیجه گیری

استفاده از روش مقادیر منفرد راهی برای جلوگیری از تکرار آزمایش‌های پرهزینه و پیش‌بینی جابجایی مرکز جرم ورق برای گستره‌ی وسیعی از فشارهای پیش‌انفجار گاز، ضخامت‌ها و اندازه ورق گشود. استفاده از این روش با بهره بردن از مفهوم نرخ کرنش، دقت بیشتری را موجب شد و بر تطابق قابل قبول پیش‌بینی‌ها با داده‌های آزمایشگاهی در طیف وسیعی از نتایج تأکید داشت. روند افزایش جابجایی مرکز جرم با افزایش فشار پیش‌انفجار مشاهده شد. این روند، که بر رابطه غیرخطی جابجایی مرکز جرم نمونه مثلثی با بزرگی ضربه دلالت داشت. نتیجه این‌که در یک شکل‌دهی با سرعت زیاد، کشش قابل توجه موجب انحراف زیاد و تغییر شکل‌های کششی بزرگ می‌شود. علاوه بر این، مقاومت در برابر تغییر شکل برای صفحات ضخیم‌تر بیشتر بود که نشان‌دهنده قابلیت جذب انرژی صفحه ضخیم‌تر است.

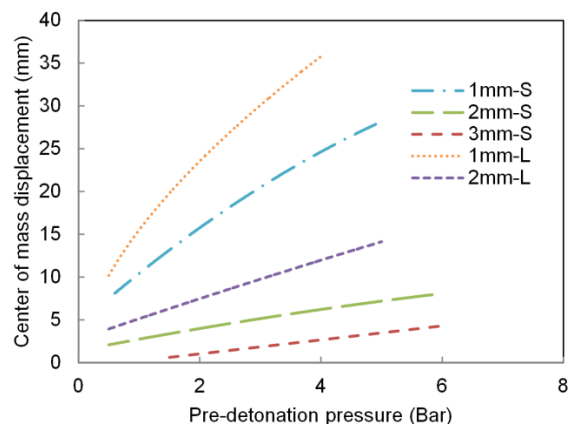
۶- مراجع

- [1] Yaşar M, Demirci HI, Kadi I. Detonation forming of aluminium cylindrical cups experimental and theoretical modelling. *Materials & design*. 2006;27(5):397-404.
- [2] Yasar M. Gas detonation forming process and modeling for efficient spring-back prediction. *Journal of materials processing technology*. 2004;150(3):270-9.
- [3] Khaleghi M, Aghazadeh BS, Bisadi H. Efficient oxyhydrogen mixture determination in gas Detonation forming. *Int J Mech Mechatron Eng*. 2013;7:1748-54.
- [4] Langdon G, Rossiter I, Balden V, Nurick G. Performance of mild steel perforated plates as a blast wave mitigation technique: Experimental and numerical investigation. *International Journal of Impact Engineering*. 2010;37(10):1021-36.
- [5] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M. Theoretical analysis on the effect of uniform and localized impulsive loading on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates. *Thin-Walled Structures*. 2016;109:367-76.
- [6] Patil SP, Prajapati KG, Jenkouk V, Olivier H, Markert B. Experimental and numerical studies of



شکل (۸): جابجایی مرکز جرم با ضربه برای ضخامت‌ها و طول‌های مختلف قاعده مثلث.

شکل ۹ معرف پیش‌بینی جابجایی مرکز جرم ورق مثلثی تحت پیش‌فشارهای انفجاری مختلف است. همان‌طور که از این شکل می‌توان دید، رابطه بدون بعد برای ورق کوچک با ضخامت ۳ میلی‌متر کمترین جابجایی را پیش‌بینی می‌کند در حالی که ورق ۱ میلی‌متر بیشترین جابجایی را خواهد داشت. همچنین می‌توان دید که برای جابجایی‌های کوچک و متوسط مربوط به ورق ضخیم، افزایش جابجایی با پیش فشار به صورت یکنواخت افزایش می‌یابد در حالی که برای ورق نازک این افزایش ابتدا تند است و به مرور زمان یکنواخت می‌شود. شکل ۹ به خوبی نشان می‌دهد که رابطه بدون بعد به دست آمده با تأثیرپذیری از ابعاد ورق، روند متفاوتی را برای جابجایی مرکز جرم ورق‌هایی با ابعاد متفاوت پیش‌بینی می‌کند.



شکل (۹): برازش نتایج تجربی.

- [15] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M. The influence of gas mixture detonation loads on large plastic deformation of thin quadrangular plates: Experimental investigation and empirical modelling. *Thin-Walled Structures*. 2017;118:1-11.
- [16] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M, Lu G, Ruan D. Large transverse deformation of double-layered rectangular plates subjected to gas mixture detonation load. *International Journal of Impact Engineering*. 2019;125:93-106.
- [17] Zamani J, Safari K, Ghamsari A, Zamiri A. Experimental analysis of clamped AA5010 and steel plates subjected to blast loading and underwater explosion. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 2011;46(3):201-12.
- [18] Haghgoo M, Babaei H, Mostofi TM. Dynamic response of thin triangular plates under gaseous detonation loading. *Materials Today Communications*. 2022;31:103423.
- sheet metal forming with damage using gas detonation process. *Metals*. 2017;7(12):556.
- [7] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Armoudli E. On dimensionless numbers for the dynamic plastic response of quadrangular mild steel plates subjected to localized and uniform impulsive loading. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*. 2017;231(5):939-50.
- [8] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T. New dimensionless numbers for deformation of circular mild steel plates with large strains as a result of localized and uniform impulsive loading. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*. 2020;234(2):231-45.
- [9] Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Alitavoli M. Experimental and theoretical study on large ductile transverse deformations of rectangular plates subjected to shock load due to gas mixture detonation. *Strain*. 2017;53(4):e12235.
- [10] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M, Hosseinzadeh S. On dimensionless numbers for predicting large ductile transverse deformation of monolithic and multi-layered metallic square targets struck normally by rigid spherical projectile. *Thin-Walled Structures*. 2017;112:118-24.
- [11] Zhao Y-P. Suggestion of a new dimensionless number for dynamic plastic response of beams and plates. *Archive of Applied Mechanics*. 1998;68(7):524-38.
- [12] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Alitavoli M. Experimental and theoretical study of large deformation of rectangular plates subjected to water hammer shock loading. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*. 2017;231(3):490-6.
- [13] Babaei H, Mostofi TM, Alitavoli M, Darvizeh A. Empirical modelling for prediction of large deformation of clamped circular plates in gas detonation forming process. *Experimental Techniques*. 2016;40(6):1485-94.
- [14] Babaei H, Mostofi TM, Alitavoli M, Saeidinejad A. Experimental investigation and dimensionless analysis of forming of rectangular plates subjected to hydrodynamic loading. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2017;58(1):139-47.



The Prediction of Center of Mass Displacement of Triangular Plate Using Non-dimensional Analysis

Mojtaba Haghgoo¹, Hashem Babaei^{2*}, Tohid Mirzababaie Mostofi³

¹ Ph.D., Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

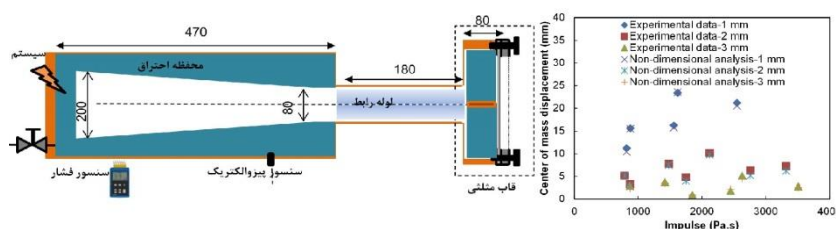
² Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

³ Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Iran

HIGHLIGHTS

- Non-linear relation of specimen's center of mass displacement with impulse intensity
- More resistance against deformation for thicker plates
- Increase of the center of mass displacement with the increase of pressure

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 8 April 2022

Received in revised form: 20 April 2022

Accepted: 20 May 2022

Available online: 28 June 2022

*Correspondence:

ghbabaei@guilan.ac.ir

How to cite this article:

M. Haghgoo, H. Babaei, T.M. Mostofi. The prediction of center of mass displacement of triangular plate using non-dimensional analysis. Journal of Aerospace Mechanics. 2022; 18(4):17-27.

Keywords:

Empirical modeling
Triangular plate
Internal detonation
Dimensional analysis

ABSTRACT

The understanding some characteristics of the influence of an interior gaseous detonation within a confined space on plate deformation is valuable for production purposes. In this study, the center of mass displacement of thin steel triangular plates subjected to acetylene and oxygen mixture detonation loading is investigated theoretically. Empirical modeling is presented to find the relationships between effective parameters in the gas detonation forming process such as mechanical properties of plate, impulse of applied load, plate geometry and strain-rate sensitivity effect and center of mass displacement of the triangular plate. Some important parameters, including plate thickness and yield strength, different triangular clamp sizes were studied to show the exposed area effect on the center of mass displacement. The results from non-dimensional analysis demonstrated a good agreement compared with experimental data and showed that the center of mass displacement decreases greatly with involving thicker plate. Non-dimensional analysis as a profitable tool in the evaluation of the center of mass displacement demonstrates that midpoint deflection was decreased by the smaller size of the exposed area of the plate.

