



رفع تکینگی در ردیابی اهداف هوایی با استفاده از سکوی سه درجه آزادی

علی اکبر صادقی^۱، احمد رضا ولی^{۲*}، علی خاکی صدیق^۳

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

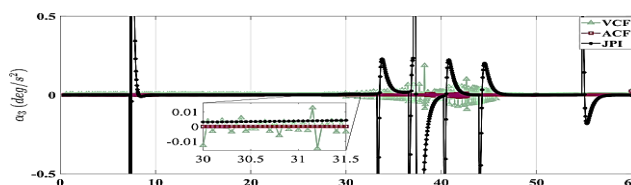
^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

^۳ استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

برجسته‌ها

- در روش کمینه‌سازی شتاب، تابع هزینه متشکل از شتاب و سرعت زاویه‌ای است.
- الگوریتم بهینه‌سازی شتاب در مجموع بهترین نتایج را دارد.

چکیده گرافیکی



مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۲۱

بازنگری: ۱۴۰۰/۰۸/۲۲

پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۲۰

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۲/۲۸

*نویسنده مسئول:

Vali@mut.ac.ir

کلید واژه‌ها:

سکوی ردیاب سه درجه آزادی

افزونگی

تکینگی

سینماتیک معکوس

کمینه‌سازی شتاب

چکیده

ردیابی اهداف هوایی برای برخی از مسیرها توسط سکوهایی دو درجه آزادی معمول، مستلزم تولید سرعت و شتاب‌های بسیار بالا است که از آن به عنوان تکینگی یاد می‌گردد. برای رفع این مشکل یک سکوی سه درجه آزادی که دارای یک درجه افزونگی است، پیشنهاد می‌شود. ایجاد افزونگی در این سکو، علاوه بر افزایش مانورپذیری و بهبود عملکرد ردیابی، امکان عبور از نقاط تکین معمول در ساختارهای دو درجه آزادی را بدون نیاز به تولید سرعت و شتاب‌های بالا در محورهای حرکتی سکو ممکن می‌کند. چالشی که سکوی سه درجه آزادی پیشنهادی با آن روبرو است، عدم وجود جواب یکتا برای حل مسئله سینماتیک معکوس این سکو است. در این مقاله برای رفع چالش سینماتیک معکوس سکوی سه درجه آزادی دارای افزونگی، دو روش مبتنی بر کمینه‌سازی سرعت و شتاب محورهای حرکتی سکو پیشنهاد و با روش مرسوم شبه معکوس ژاکوبی مقایسه شده‌اند. در روش کمینه‌سازی سرعت، تابع هزینه مناسبی متشکل از خطای ردیابی و سرعت محورها به کار گرفته شده است. در روش کمینه‌سازی شتاب نیز تابع هزینه‌ای متشکل از شتاب و سرعت زاویه‌ای محورها به کار می‌رود. برای مقایسه این سه روش از چهار معیار انتگرال قدر مطلق دامنه، انتگرال مربع دامنه، انتگرال قدر مطلق دامنه با وزن دهی زمانی و انتگرال مربع دامنه با وزن دهی زمانی استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی، برتری روش کمینه‌سازی شتاب در مقایسه با دو روش دیگر را بر اساس این معیارها نشان می‌دهد.

۱- مقدمه

راهکار دیگری که برای حل مسئله تکینگی پیشنهاد شده است استفاده از یک محور غیرفعال دوران به صورت $El/Az/Train$ یا $El/Az/Tilt$. $CrossEl/El/Az$ است که با ایجاد کجی یا چرخش محدود در زاویه قرار گرفتن سکو نسبت به پایه، مانع گذر از محدوده تکینگی می‌شود [۹]. باید توجه داشت که درجه آزادی غیرفعال، پیش از شروع فرآیند ردیابی با آگاهی از اطلاعات مداری ماهواره، مدل ریاضی مدار و موقعیت ماهواره به صورت دستی تنظیم می‌شود و در طی فرآیند ردیابی ثابت است. این راهکارها در کاربردهای نظیر پهپادها و ریزپرنده‌ها که مسیر حرکت هدف هوایی از پیش معلوم نیست یا ارتفاع پرواز آن کم است، ناکارآمد هستند. یک راه حل مناسب برای حل مسئله تکینگی در ردیابی اهداف هوایی، استفاده از یک درجه آزادی اضافی در محورهای حرکتی سکو است. استفاده از ساختار با درجات آزادی بالاتر، این امکان را به ساختار می‌دهد که قیود بیشتری را به طور هم‌زمان رعایت کند. در این حالت، ساختار می‌تواند علاوه بر ردیابی هدف، سرعت یا شتاب خود را در محدوده معینی حفظ نماید و از نقاطی در فضای کاری که ساختار را کمینه می‌کنند یا مانعی در آنها وجود دارد دوری کرده و در صورت بروز خطا، کارایی خود را تا حدی حفظ نماید. حفظ کارایی نسبی در صورت بروز خطا به شرطی امکان پذیر است که تعداد درجه آزادی فعال از تعداد درجه آزادی مورد نیاز کمتر نباشد و درجه آزادی‌های باقیمانده امکان انتقال گشتاور در زنجیره سینماتیکی را داشته باشند [۱۰]. از دیگر مزایای استفاده از یک ساختار افزونه می‌توان به کاهش ابعاد و اندازه ساختار، بهبود عملکرد پاسخ دینامیکی، مانورپذیری، ایمنی و بالا بردن ضریب اطمینان آن اشاره کرد [۱۱-۱۳].

یکی از مسائل مهمی که در استفاده از ساختارهای افزونه وجود دارد انتخاب جواب یکتا برای حل مسئله سینماتیک معکوس است. در بسیاری از موارد، برای حل سینماتیک معکوس یک مکانیزم سری افزونه، جواب تحلیلی بدیهی وجود ندارد و حل مسئله به محاسبه بی‌شمار دسته جواب منجر می‌شود [۱۴]. در مرور ادبیات موضوع، راهکارهای زیادی برای حل مسئله سینماتیک معکوس ساختارهای افزونه پیشنهاد شده است. از جمله این راهکارها می‌توان به حل عددی مساله سینماتیک معکوس [۱۵ و ۱۶]، حل سینماتیک معکوس به کمک شبه‌معکوس ماتریس ژاکوبی

تشخیص و ردیابی خودکار یک هدف هوایی از نظر تاکتیکی و امنیتی اهمیت زیادی دارد. با افزایش تعداد تهدیدات هوایی نظیر هواپیماها، موشک‌ها و پرنده‌های بدون سرنشین که در کاربردهای مختلف نظارتی و نظامی به کار گرفته می‌شوند، نیاز به یک سیستم تمام خودکار که بتواند راستای یک شی پرنده را جهت اقدامات مقابله‌ای با آن ردیابی کند، بیش از پیش احساس می‌شود. در ادبیات تجهیزات هوایی، به سامانه‌ای که توانایی شناسایی تابش الکترومغناطیسی از اشیای پرنده را دارد و سعی می‌کند راستای موقعیت آن‌ها را در خط دید خود قرار دهد ردیاب گفته می‌شود [۳-۱].

جهت ردیابی راستای یک هدف هوایی در فضای سه بعدی، به دو درجه آزادی نیاز است. در پژوهش‌های انجام شده دو نوع سکوهایی دو درجه آزادی برای ردیابی اهداف هوایی پیشنهاد شده است؛ سکوهایی سمت/ارتفاع (El/Az) و سکوهایی XY . ایراد عمده این سکوها عدم توانایی در ردیابی برخی از مسیرهای خاص است. ساختار El/Az در ردیابی اهدافی که در ارتفاع بالا، نزدیک به اوج آسمان یا سمت الرأس حرکت می‌کنند دچار مشکل می‌شود و ساختار XY توانایی ردیابی اهداف نزدیک به افق را ندارد. عدم توانایی در ردیابی به این معنی است که به علت محدودیت‌های سینماتیکی در این ساختارها، ردیابی اهداف سمت الرأسی برای ساختار El/Az و ردیابی در افق برای ساختار XY معادل گذر از نقاط تکین ساختار است. در محدوده‌های ذکر شده، سکوها برای ادامه روند ردیابی هدف باید سرعت و شتاب بسیار بالایی را در محورهای خود ایجاد کنند تا بتوانند موقعیت خواسته شده را تعقیب کند [۷-۴]. این مسئله در کاربردهای عملی، فشار زیادی به عملگرها وارد می‌کند و بسیاری از عملگرها توان تولید چنین سرعت و شتاب بالایی را برای محورهای حرکتی ندارند [۵].

وجود نقاط تکین در فضای کاری سکوهایی دو درجه آزادی، استفاده از آن‌ها را در کاربردهای عمومی محدود می‌کند. در برخی از کاربردها مانند ردیابی ماهواره که مسیر حرکت آن از پیش معلوم است، می‌توان با پیش‌برنامه‌ریزی نرم‌افزاری مسیر حرکت، عبور از نقاط تکین را مدیریت کرد [۸].

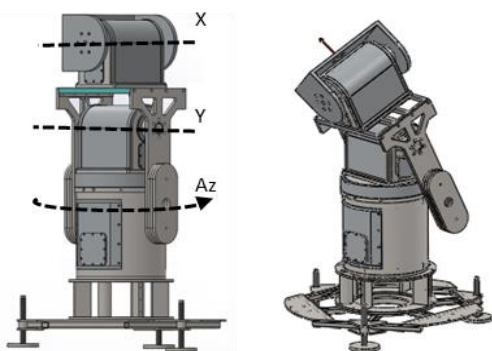
¹ Elevation over Azimuth

فراهم می‌کند که از این روش در کاربردهای عملی استفاده شود.

ساختار این مقاله به این صورت است که در بخش دوم به تحلیل سینماتیکی ساختار سکوی ردیاب با سه درجه آزادی پرداخته شده است. در بخش سوم طرح مسئله و فرمول‌بندی ریاضی سه روش مختلف برای حل مسئله سینماتیک معکوس مورد بحث قرار گرفته و در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی برای این سه روش ارائه شده و با مقایسه نتایج روش‌های پیشنهادی با روش کلاسیک، کارآمدی هر یک از روش‌های پیشنهادی تایید می‌گردد.

۲- ساختار سکوی پیشنهادی

راهکار پیشنهادی این مقاله برای رفع محدودیت تکینگی در ردیابی اهداف هوایی، اضافه کردن یک محور حرکتی در راستای سمت به یک سکوی XY به‌عنوان افزونگی مطلوب جهت رفع مشکلات ساختارهای دو درجه آزادی است. با توجه به درجات آزادی در نظر گرفته شده برای این سکو، ساختار آن به‌صورت XY/Az نام‌گذاری می‌شود. شکل ۱ نمایی از سکوی سه درجه آزادی پیشنهادی را نشان می‌دهد.



شکل ۱: نمایی از سکوی سه درجه آزادی پیشنهادی

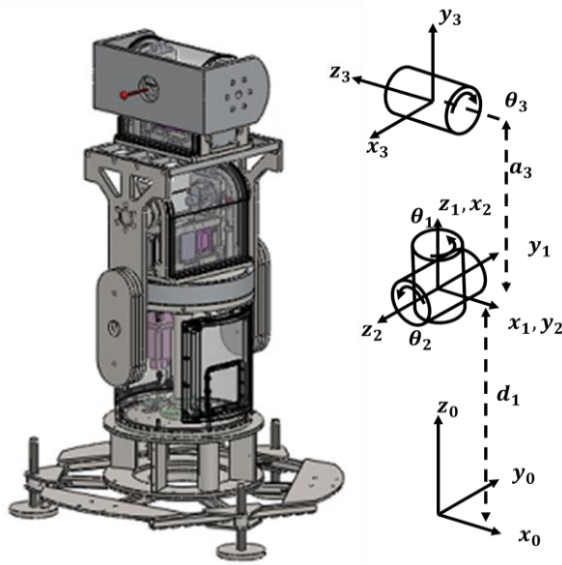
در این مکانیزم، حرکت پیچ با دوران حول محور X، حرکت رول با دوران حول محور Y و حرکت سمت با دوران حول محور Az انجام می‌شود. همان‌طور که بیان شد، برای ردیابی راستای یک هدف هوایی در محدوده‌های مشخص در فضا، دو درجه آزادی کافی است و درجه آزادی افزونه با هدف محدود کردن گشتاور و سرعت مورد نیاز در مفاصل و گذر از نقاط تکین به ساختار سکو اضافه شده است.

[۱۷]، استفاده از روش شبه‌معکوس ماتریس ژاکوبی توسعه یافته [۱۸]، استفاده از الگوریتم‌های فازی [۱۹] و روش مبتنی بر کمترین مربعات [۲۰] اشاره کرد. از دیگر روش‌های مورد استفاده در حل مسئله سینماتیک معکوس، تعریف یک تابع هزینه مناسب و بهینه‌سازی آن است. با توجه به این‌که پیشرفت فناوری ساخت پردازنده‌های سرعت بالا، امکان حل مسائل بهینه‌سازی به صورت بلادرنگ را فراهم می‌کند، استفاده از این روش‌ها در کاربردهای عملی می‌تواند در دستور کار قرار گیرد.

اکثر روش‌های ارائه شده در مرور ادبیات موضوع، مبتنی بر تکرار یک الگوریتم برای رسیدن به همسایگی پاسخ هستند. در این میان روش‌هایی که مبتنی بر شبه‌معکوس ماتریس ژاکوبی هستند، سریع‌تر به پاسخ همگرا می‌شوند، ولی لزوماً پاسخ بهتری نسبت به روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی ارائه نمی‌دهند. از سوی دیگر در روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی انعطاف بیشتری برای تحمیل قیود مطلوب به مسئله دیده می‌شود و در صورت وجود توان پردازشی کافی برای انجام بلادرنگ محاسبات، بهتر است از این روش‌ها استفاده شود.

در این پژوهش، سه روش برای انتخاب دسته جواب مناسب از بین پاسخ‌های مسئله سینماتیک معکوس ارائه و بررسی شده است. یک روش حل مسئله به کمک شبه‌معکوس ماتریس ژاکوبی می‌باشد که در ادبیات موضوع به صورت گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته است [۲۱]. علاوه بر بررسی و آنالیز روش ارائه شده در مرجع [۲۱] در این مقاله دو روش جدید پیشنهاد می‌شود. در روش اول پیشنهادی علاوه بر ردیابی هدف، قیدی روی سرعت زاویه‌ای محورها قرار می‌گیرد تا از بین مسیرهای ممکن، مسیری انتخاب شود که سرعت‌های بالا در محورهای حرکتی ایجاد نکند. در روش دوم پیشنهادی علاوه بر محدودیت بر روی سرعت زاویه‌ای، شتاب زاویه‌ای مفاصل نیز وارد تابع هزینه شده است. نتایج شبیه‌سازی با توجه به معیارهای تعریف‌شده، برتری روش سوم را نسبت به دو روش دیگر نشان می‌دهد. علاوه بر این در پیاده‌سازی سکوهای ردیاب، معمولاً عملگرها در وضعیت کنترل گشتاور راه‌اندازی می‌شوند؛ از این رو، محدود بودن شتاب در مسیر محاسبه شده، این امکان را

محورهای x در دو دستگاه مختصات متوالی در راستای محور z_i را نشان می‌دهند. پارامترهای a_i و α_i نیز به ترتیب فاصله و زاویه بین محورهای Z در راستای محور x_{i-1} هستند. با توجه به تقسیم‌بندی و چهارچوب‌گذاری محور مختصات برای هر مفصل، ساختار دناویت-هارتنبِرج برای سکوی پیشنهادی در شکل ۲ نشان شده است. زوایای θ_1 ، θ_2 و θ_3 به ترتیب، دوران حول محورهای حرکتی سمت، رول و پیچ هستند.



شکل ۲: شماتیک چهارچوب قاب‌های سکوی بر اساس روش دناویت-هارتنبِرج

پارامترهای دناویت-هارتنبِرج برای سکوی سه‌درجه آزادی پیشنهادی به صورت جدول ۱ به دست آمده است.

جدول ۱: پارامترهای دناویت-هارتنبِرج سکوی پیشنهادی

مفصل	θ_i (Rad)	d (m)	α_i (Rad)	a_i (m)
۱	θ_1	d_1	0	0
۲	$\theta_2 + \frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	0
۳	$\theta_3 - \frac{\pi}{2}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	a_3

با استفاده از رابطه ۱ و جاگذاری مقادیر پارامترهای هر مفصل از جدول ۱، همچنین از خاصیت ضربی ماتریس انتقال، ماتریس انتقال کلی به صورت رابطه ۲ به دست می‌آید. درایه‌های ماتریس T_3^0 به صورت زیر به دست می‌آیند:

همان طور که در شکل ۱ نیز دیده می‌شود، مکانیزم پیشنهادی یک مکانیزم سری با توزیع متقارن جرم در بازوها نسبت به محل قرارگیری مفصل‌هاست. با استفاده از وزنه‌های تعادل متناسب با بار مجری نهایی در محور سازه، مرکز جرم بازوها در نزدیکی محور چرخش عملگرها قرار گرفته است تا گشتاور کمتر و یکنواختی به عملگرها تحمیل شود.

با توجه به این که از این سکوی در قرار دادن راستای تجهیزاتی مانند رادار، دیش‌های مخابراتی، سامانه‌های ردیاب الکترواپتیکی جهت تعقیب اجسام پرنده استفاده می‌شود، این ملاحظات، کارایی سکوی را در حضور هر یک از این تجهیزات و متعلقات مورد نیاز تضمین می‌کند. در ادامه به بررسی مدل سینماتیکی و مدل سینماتیک معکوس این سکوی پرداخته خواهد شد.

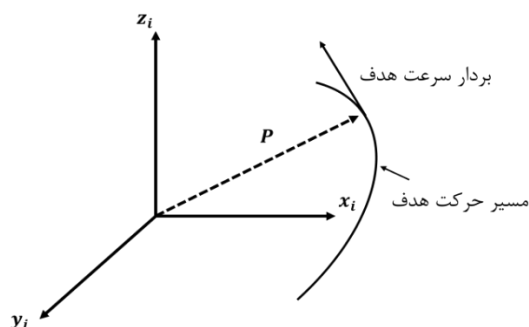
۲-۱- تحلیل سینماتیکی سکوی سه درجه آزادی

معادلات سینماتیکی، بیان‌کننده مشخصه حرکتی یک مکانیزم هستند. در این بخش به تحلیل سینماتیکی مکانیزم سه درجه آزادی XY/AZ پرداخته می‌شود. یکی از روش‌های مطرح و کارا جهت تحلیل سینماتیک یک ساختار، روش دناویت-هارتنبِرج است. در این پژوهش از روش دناویت-هارتنبِرج بهبود یافته به منظور استخراج معادلات سینماتیکی سکوی دارای افزونگی XY/AZ استفاده شده است. برای استخراج معادلات سینماتیکی در این روش، لازم است ماتریس‌های انتقال برای تمامی مفاصل سکوی مطابق رابطه ۱ به دست آیند. ماتریس انتقال کلی نیز از ضرب ماتریس‌های انتقال تمامی مفاصل قابل استخراج است [۲۲].

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} R_i^{i-1} & O_i^{i-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_i \\ s\theta_i c\alpha_i & c\theta_i c\alpha_i & -s\alpha_i & -d_i s\alpha_i \\ s\theta_i s\alpha_i & c\theta_i s\alpha_i & c\alpha_i & d_i c\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

در رابطه ۱، R_i^{i-1} ماتریس دوران^۱ و O_i^{i-1} بردار انتقال هستند. عبارت‌های $c\theta_i$ و $s\theta_i$ به ترتیب کسینوس و سینوس زاویه θ_i را نشان می‌دهند. متغیرهای θ_i ، d_i ، α_i و a_i نیز پارامترهای ثابت دناویت-هارتنبِرج هستند که مشخصات طولی و جهت‌گیری ساختار را نشان می‌دهند. زاویه θ_i دوران حول محورهای حرکتی و متغیر d_i فاصله بین

۳ اگر بردار موقعیت هدف در فضا، در دستگاه مختصات سکوی ردیاب با بردار P نشان داده شود، در مسئله سینماتیک معکوس، مطلوب است که زاویه‌های θ_1 ، θ_2 و θ_3 به نحوی به دست آیند که بردار P همواره در راستای خط دید مجری نهایی قرار گیرد.



شکل ۳: نمایش مسیر حرکتی هدف

همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است خط دید مجری نهایی منطبق بر محور x فرض شده است. از آنجا که لازم است این خط دید، یعنی بردار $P^1 = [1, 0, 0]^T$ همان بردار P باشد، زاویه مجری نهایی پس از حرکت زوایای سکو با استفاده از رابطه ۴ به صورت رابطه ۵ به دست می‌آید.

$$P = R_3^0 P^1 = \begin{bmatrix} s\theta_1 c\theta_3 - c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 \\ -c\theta_1 c\theta_3 - s\theta_2 s\theta_3 s\theta_1 \\ s\theta_3 c\theta_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

در حل مسئله کافی است تنها راستای بردار P مدنظر قرار گیرد. از این رو در رابطه ۶ بردار P به صورت نرمال شده در نظر گرفته می‌شود.

$$P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}, \quad P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 = 1 \quad (6)$$

در رابطه ۶، P_x ، P_y و P_z مقادیر نرمال شده مکان هدف در فضای کارترین هستند. از این معادلات به منظور استخراج سینماتیک معکوس استفاده می‌گردد.

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s\theta_1 c\theta_3 - c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 \\ -c\theta_1 c\theta_3 - s\theta_2 s\theta_3 s\theta_1 \\ s\theta_3 c\theta_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

با توجه به وابستگی سطرهای بردار P در رابطه ۷ می‌توان نشان داد که این معادله دارای بی‌نهایت جواب است؛ یعنی

$$T_3^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 = \begin{bmatrix} R_3^0 & O_3^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} T_{11} &= s\theta_1 c\theta_3 - c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 \\ T_{12} &= -s\theta_1 s\theta_3 - c\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 \\ T_{13} &= -c\theta_1 c\theta_2 \\ T_{14} &= -a_3 c\theta_1 s\theta_2 \\ T_{21} &= -c\theta_1 c\theta_3 - s\theta_2 s\theta_3 s\theta_1 \\ T_{22} &= c\theta_1 s\theta_3 - s\theta_2 s\theta_3 c\theta_1 \\ T_{23} &= -s\theta_1 c\theta_2 \\ T_{24} &= -a_3 s\theta_1 s\theta_2 \\ T_{31} &= s\theta_3 c\theta_2 \\ T_{32} &= c\theta_3 c\theta_2 \\ T_{33} &= -s\theta_2 \\ T_{34} &= d_1 + a_3 c\theta_2 \end{aligned} \quad (3)$$

با استفاده از رابطه ۲، ماتریس دوران و همچنین ماتریس انتقال کلی از رابطه ۴ به دست می‌آیند. این ماتریس‌ها موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی نسبت به چهارچوب مرجع $\{0\}$ را نشان می‌دهند.

$$R_3^0 = \begin{bmatrix} s\theta_1 c\theta_3 - c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 & -s\theta_1 s\theta_3 - c\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 & -c\theta_1 c\theta_2 \\ -c\theta_1 c\theta_3 - s\theta_2 s\theta_3 s\theta_1 & c\theta_1 s\theta_3 - s\theta_2 s\theta_3 c\theta_1 & -s\theta_1 c\theta_2 \\ s\theta_3 c\theta_2 & c\theta_3 c\theta_2 & -s\theta_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$O_3^0 = \begin{bmatrix} -a_3 c\theta_1 s\theta_2 \\ -a_3 s\theta_1 s\theta_2 \\ d_1 + a_3 c\theta_2 \end{bmatrix}$$

در رابطه ۴ پارامترهای سکوی سه درجه آزادی بر اساس مدل طراحی شده در محیط سالدورکس به صورت $a_3 = 0.45m$ و $d_1 = 1.30m$ به دست می‌آیند.

۲-۲- سینماتیک معکوس سکوی پیشنهادی

در بخش قبل، روابطی برای گذر از فضای مفصلی به فضای دکارتی به دست آمد. چالشی که بیشتر در سکوه‌های ردیابی با ساختار سری مطرح می‌شود حل مسئله سینماتیک معکوس است. از آنجا که ساختار سکوی پیشنهادی دارای افزونگی است، مانند بسیاری از مکانیزم‌های افزونه، تعداد پاسخ‌های این مسئله نیز نامحدود است [۱۳]. مطابق شکل

حل مسئله سینماتیک معکوس پیشنهاد شده است که در ادامه به معرفی این سه روش پرداخته می‌شود.

۳-۱- روش شبه معکوس ژاکوبی

استفاده از روش شبه معکوس ماتریس ژاکوبی در بسیاری از مراجع به عنوان یکی از پایه‌ای‌ترین روش‌های برخورد با مسئله افزونگی مطرح شده است [۲۱]. در این روش سعی می‌شود با استفاده از یک تقریب و با تکرار محاسبات در هر گام پاسخ بهتری برای مسئله سینماتیک معکوس پیدا شود. اگر معادلات سینماتیک مستقیم سکو به صورت $x = f(\theta)$ تعریف شود، می‌توان تقریب زیر را برای آن در نظر گرفت.

$$\Delta x \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \Delta \theta = J \Delta \theta \quad (10)$$

در رابطه ۱۰ ماتریس ژاکوبی سکو است. با ساده‌سازی این رابطه می‌توان $\Delta \theta$ را به صورت زیر به دست آورد:

$$\Delta \theta = J^+ \Delta x, \quad J^+ = (J^T J)^{-1} J^T \quad (11)$$

در رابطه ۱۱ شبه معکوس ماتریس ژاکوبی نامیده می‌شود. در نهایت به روزرسانی θ به صورت زیر انجام خواهد شد.

$$\theta \leftarrow \theta + \alpha \Delta \theta \quad (12)$$

همان‌طور که گفته شد روش شبه معکوس ماتریس ژاکوبی، یک الگوریتم مبتنی بر تکرار است. در این الگوریتم با فرض داشتن نقطه‌ی θ_0 در فضای مفصلی و نقطه‌ی x_0 متناظر با آن در فضای کاری، پس از مشخص شدن نقطه x_1 به عنوان هدف بعدی، نقطه‌ی θ_1 با چند مرحله محاسبه $\Delta \theta$ طبق روند نمای شکل ۴ تولید می‌شود. فرایند یافتن پاسخ سینماتیک معکوس به این صورت انجام می‌شود که در یک حلقه تکراری، با دریافت موقعیت مطلوب، مقدار $\Delta \theta$ محاسبه شده و مقدار θ_1 به کمک آن اصلاح می‌شود. در این حلقه α سرعت اصلاح را تنظیم می‌کند. با تغییر مقدار α می‌توان سرعت همگرایی را تغییر داد. البته باید توجه داشت که در صورت تنظیم نادرست، الگوریتم می‌تواند واگرا شود. هرچه پارامتر α بزرگ‌تر انتخاب شود، گام‌هایی که الگوریتم در راستای رسیدن به مقدار صحیح θ طی می‌کند

جهت ردیابی راستای هدف، زوایای مفصلی سکو می‌توانند دسته پاسخ متعددی را اختیار نمایند. حال با توجه به رویکرد حل مسئله سینماتیک معکوس، یکی از این دسته جواب‌ها انتخاب می‌شود. برای محاسبه پاسخ مسئله می‌توان یکی از زوایا را ثابت فرض کرده و دو زاویه دیگر را برحسب مقدار معلوم، محاسبه کرد. برای مثال با انتخاب زاویه θ_1 ، دو زاویه دیگر به منظور ردیابی هدف به صورت روابط ۸ و ۹ قابل محاسبه است.

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{P_z}{\sin(\theta_3)} \right) \quad (8)$$

$$\theta_3 = \cos^{-1} (-P_y \cos(\theta_1) + P_x \sin(\theta_1)) \quad (9)$$

همان‌طور که بیان شد، در مکانیزم پیشنهادی امکان تغییر هر سه زاویه مفصلی وجود دارد و برای ردیابی راستای هدف در فضای کارترین، تغییر دو زاویه در فضای مفصلی کافی است. در حقیقت با ایجاد افزونگی در محورهای حرکتی سکو و انتخاب زوایای حرکتی دلخواه برای هر یک از محورها، سرعت‌ها در دو محور دیگر هموارتر شده و تا حد قابل قبولی کاهش می‌یابند. با این کار از تکینگی معادلات حرکتی سکو به علت محدودیت سینماتیکی در هدف‌گیری اهداف افقی و اهداف بالای سر جلوگیری می‌شود که تأثیر قابل ملاحظه‌ای در مسئله کنترل و ردیابی سکو خواهد داشت. در ادامه به بررسی پیشنهادهایی برای انتخاب دسته جواب مناسب مسئله سینماتیک معکوس پرداخته می‌شود. در این پیشنهادها با اعمال قیدهایی که با محدودیت‌های سینماتیکی و طراحی سکو تطابق دارند، دسته جواب بهینه انتخاب خواهد شد.

۳- روش‌های حل مسئله سینماتیک معکوس

در این بخش روش‌هایی برای محاسبه پاسخ مسئله سینماتیک معکوس ارائه می‌شوند که با محدودیت‌های مکانیکی سکو سازگار باشند. همان‌طور که پیش‌تر بیان شد، با توجه به افزونه بودن سکو، مسئله سینماتیک معکوس بیش از یک دسته جواب دارد. در این مقاله سه روش برای

شکل ۴: روند نمای حل مسئله سینماتیک معکوس به کمک شبه معکوس ژاکوبی

۳-۲- روش کمینه سازی سرعت محورها

در کاربردهای عملی جهت طراحی مکانیزم‌های حرکتی نظیر سکوها، انتخاب عملگرها با توجه به سرعت، شتاب و توان موردنیاز محورهای حرکتی صورت می‌گیرد. اگر در حل مسئله سینماتیک معکوس و محاسبه مسیر بتوان به ردیابی قابل قبول دست پیدا کرد و درعین حال سرعت موردنیاز را محدود نگه داشت، می‌توان در ساخت سکو از عملگرهای ارزان قیمت‌تری استفاده کرد.

در رویکرد بهینه‌سازی مسیر با توجه به سرعت، علاوه بر خطای ردیابی، سرعت موردنیاز محورها برای طی کردن مسیر محاسبه شده وارد تابع هزینه می‌شود. اگر سرعت موردنیاز محورها در محاسبه تابع هزینه لحاظ نشود، مسیر محاسبه شده از نظر ردیابی هدف بسیار خوب عمل می‌کند، ولی تغییرات ناگهانی سرعت احتمالی در طول مسیر می‌تواند منجر به افزایش خطای ردیابی و از دست دادن هدف یا حتی آسیب دیدن سکو شود؛ لذا مسئله بهینه‌سازی به صورت رابطه ۱۳ مطرح می‌شود.

$$\min C(\theta, \dot{\theta}, t) = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\alpha \theta^T \theta + \beta \dot{\theta}^T \dot{\theta}}{2} dt$$

s.t.:

$$\Delta f(\theta) = \Delta x \quad (13)$$

$$\Delta(J(\theta)\dot{\theta}) = \Delta \dot{x}$$

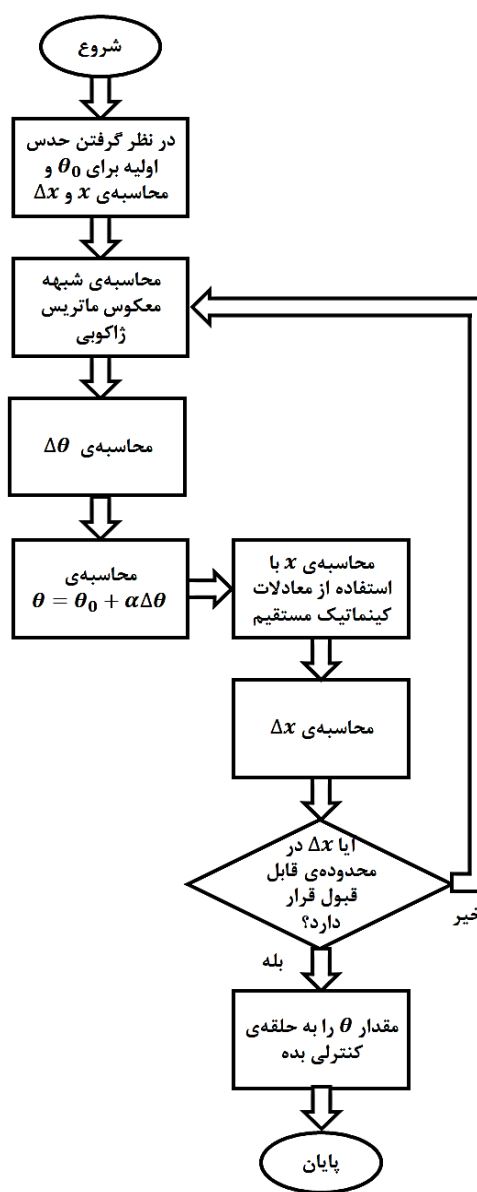
$$\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$$

$$\dot{\theta}_{\min} \leq \dot{\theta} \leq \dot{\theta}_{\max}$$

در این رابطه، عبارت θ مقدار فعلی متغیرهای مفصلی را نشان می‌دهد. عبارت $\dot{\theta}$ مربوط به سرعت موردنیاز برای طی کردن گام بعدی است و $\Delta f(\theta)$ تغییر در معادلات سینماتیک مستقیم سکو را نشان می‌دهد که باید با تغییر بردار موقعیت مجری نهایی مطلوب برابر باشد. عبارت $\Delta(J(\theta)\dot{\theta})$ تغییرات سرعت متغیرهای مفصلی را به تغییر بردار سرعت مجری نهایی تبدیل می‌کند که باید با تغییر بردار سرعت مطلوب برابر باشد. همچنین باید در نظر داشت که بردار موقعیت در

بزرگ‌تر می‌شود و در نتیجه تفکیک‌پذیری روش پایین می‌آید.

همچنین باید اشاره کرد که این حلقه لزوماً تا رسیدن به خطای صفر ادامه نمی‌یابد و به محض رسیدن به محدوده قابل قبول از خطا، اجرای الگوریتم متوقف می‌شود. در تنظیم محدوده قابل قبول برای خطا نیز مانند تنظیم α باید دقت شود، چراکه انتخاب محدوده بیش از حد نیاز کوچک، منجر به طولانی شدن فرایند اجرای روندنما می‌شود که در کاربرد ردیابی هدف هوایی قابل قبول نیست.



این مسئله به سادگی قابل انجام است، چراکه پارامترهای شتاب با مشتق گرفتن از پارامترهای سرعت زاویه‌ای و زاویه مفصل‌ها به دست می‌آیند. در اینجا بهتر است قیود نامساوی رابطه ۱۵ به صورت یک قید کلی $\underline{\gamma} \leq \ddot{\theta} \leq \bar{\gamma}$ بازنویسی شود:

$$\begin{aligned} \underline{\gamma} &= \max\{k_p(\theta_{\min} - \theta_i + \vartheta), k_v(\dot{\theta}_{\min} - \dot{\theta}_i), \ddot{\theta}_{\min}\} \\ \bar{\gamma} &= \min\{k_p(\theta_{\max} - \theta_i + \vartheta), k_v(\dot{\theta}_{\max} - \dot{\theta}_i), \ddot{\theta}_{\max}\} \end{aligned} \quad (15)$$

در این مسئله با توجه به این که خارج شدن متغیرهای مفصلی از محدوده مجاز می‌تواند برای سکوی خطرآفرین باشد، پارامتر $\vartheta > 0 \in \mathbb{R}$ طوری تعریف می‌شود که نواحی بحرانی، یعنی نواحی که به مرز محدوده متغیرهای مفصلی نزدیک است در یک سو به صورت $[\theta_{\min}, \theta_{\min} + \vartheta]$ و در سوی دیگر به صورت $[\theta_{\max} - \vartheta, \theta_{\max}]$ باشد. در رابطه ۱۵، ثابت‌های k_p و k_v اعداد حقیقی مثبتی هستند که به منظور تنظیم میزان افت سرعت معرفی شده‌اند.

در مسئله بهینه‌سازی رابطه ۱۴، هدف تبدیل مسئله به فرم کلی رابطه ۱۶ است.

$$\begin{aligned} \min & \left(\frac{q^T Q q}{2} + P^T q \right) \\ \text{s.t.} & \\ & Cq = d \\ & \underline{\gamma} \leq q \leq \bar{\gamma} \end{aligned} \quad (16)$$

در رابطه ۱۶ متغیرهای مسئله با استفاده از رابطه ۱۵ به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} q &:= \ddot{\theta} \\ C &:= J(\theta) \\ d &:= \ddot{x} - \dot{J}(\theta)\dot{\theta} + k_1(x - J(\theta)\dot{\theta}) + k_2(x - f(\theta)) \end{aligned} \quad (17)$$

در ادامه، تابع هدف با ساختار رابطه ۱۸ در نظر گرفته می‌شود.

$$CF = \frac{\ddot{\theta}^T H \ddot{\theta}}{2} + \ddot{\theta}^T (\dot{B}^T B + \lambda H) \ddot{\theta} \quad (18)$$

در این رابطه $\lambda > 0$ یک پارامتر حقیقی طراحی است، ماتریس $E := B\dot{\theta} \in \mathbb{R}^n$ شرط $B^T B = H$ را برآورده می‌کند. بردار

محدوده قابل قبول برای درجات آزادی سکوی محاسبه شود و سرعت از حد معین و ممکن برای سکوی بیشتر نشود. با توجه به نیاز مسئله، تنظیم ضرایب بزرگ‌تر از صفر α و β می‌تواند، توازن بین سرعت پایین و دقت بالا را تنظیم کند.

۳-۳- روش کمینه‌سازی شتاب محورها

همان‌طور که بیان شد توانایی عملگرها در تولید سرعت و شتاب لحظه‌ای برای محورهای حرکتی سکوی محدود است و یکی از مسائل مهم در انتخاب یک عملگر مناسب، مسئله توانایی در تولید سرعت و شتاب لحظه‌ای موردنیاز است. در واقع با توجه به این که معمولاً عملگرهای الکتریکی در کاربردهایی نظیر سکوی ردیابی در مد گشتاور کنترل می‌شوند [۲۳]، توانایی تولید شتاب به‌طور مستقیم با توانایی حلقه‌ی کنترلی در برآورده کردن اهداف کنترلی در ارتباط است. از این رو پیدا کردن مسیری که در آن مقدار شتاب محورهای حرکتی در محدوده قابل قبول باشد می‌تواند به عملکرد بهتر سکوی کمک کند؛ بنابراین مسئله بهینه‌سازی شتاب زاویه‌ای محورهای حرکتی به صورت رابطه ۱۴ مطرح می‌شود.

$$\begin{aligned} \min C(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, t) &= \int_{t_0}^{t_f} \frac{\alpha \ddot{\theta}^T \ddot{\theta} + \beta \dot{\theta}^T \dot{\theta}}{2} dt \\ \text{s.t.} & \\ J(\theta)\ddot{\theta} &= \ddot{x} - \dot{J}(\theta)\dot{\theta} + k_1(x - J(\theta)\dot{\theta}) + k_2(x - f(\theta)) \\ J(\theta)\dot{\theta} &= \dot{x} \\ \theta_{\min} &\leq \theta \leq \theta_{\max} \\ \dot{\theta}_{\min} &\leq \dot{\theta} \leq \dot{\theta}_{\max} \\ \ddot{\theta}_{\min} &\leq \ddot{\theta} \leq \ddot{\theta}_{\max} \end{aligned} \quad (14)$$

در این مسئله، تابع هزینه طوری انتخاب شده است که شتاب و سرعت زاویه‌ای موردنیاز مفاصل برای طی مسیر محاسبه شده، کم باشد. در قیود مسئله، کم کردن خطای ردیابی و مناسب بودن شتاب با ضرایب k_1 و k_2 تنظیم می‌شوند. برای متغیرهای فضای مفصلی، مشتق اول و مشتق دوم آن‌ها با توجه به محدودیت‌های سکوی، محدود فرض می‌شود. برای حل این مسئله بهینه‌سازی، فرم آن به صورت به یک مسئله شناخته‌شده تبدیل می‌شود. در گام اول قیود نامساوی، تحت یک قید نامساوی کلی بازنویسی می‌شود.

پرنده، به صورت شکل ۵ در نظر گرفته شده است. در این مسیر هدف در مدت ۶۰ ثانیه از موازات افق حرکت خود را شروع کرده و پس از طی کردن مسیر به بالای سر سکو رسیده و برای پوشش بهتر فضای کاری، در ادامه مسیر به گونه‌ای طراحی شده که هدف بر روی یک منحنی حول سکو حرکت کند.

محل قرارگیری سکو، مبدأ مختصات است که با یک مستطیل سیاه در شکل مشخص شده است. لازم به ذکر است که در این مسیر، هدف هم در خط افق سکو قرار می‌گیرد و هم از بالای سر آن عبور می‌کند. همان‌طور که در بخش مقدمه اشاره شد که سکوه‌ای معمول، قادر به ردیابی این نقاط در فضای کاری خود نیستند. در سناریوهای شبیه‌سازی که در این بخش مطرح شده، با توجه به طراحی سکو، محدودیت‌هایی برای زاویه و سرعت محورها در نظر گرفته شده که در جدول ۲ قابل مشاهده است.

جدول ۲: محدودیت‌های زوایا و سرعت‌های زاویه‌ای

مفصل lam	$\omega_{i_{min}}$	$\omega_{i_{max}}$	$\theta_{i_{min}}$	$\theta_{i_{max}}$
۱	۵	-۵	۱۸۰	-۱۸۰
۲	۵	-۵	۹۰	-۹۰
۳	۵	-۵	۹۰	-۹۰

در ادامه به محاسبه متغیرهای فضای مفصلی به کمک الگوریتم‌های معرفی شده پرداخته می‌شود. به بیان دیگر در این بخش با استفاده از روش‌های تابع هزینه مبتنی بر سرعت (VCF)، تابع هزینه مبتنی بر شتاب (ACF) و روش شبه معکوس ماتریس ژاکوبی (JPI) مقادیر مطلوب موقعیت برای مفاصل برای ردیابی هدف محاسبه شده است. در روش بهینه‌سازی مبتنی بر سرعت، پارامترهای $\alpha = 1$ و $\beta = 10^{-5}$ در نظر گرفته شده‌اند به این معنی که در تابع هزینه، اهمیت مربع خطا از سرعت مورد نیاز بیشتر است. در روش بهینه‌سازی مبتنی بر شتاب نیز پارامترهای $\alpha = 1$ و $\beta = 2 * 10^{-5}$ در نظر گرفته شده‌اند به این معنی که کاهش شتاب مورد نیاز اولویت بالاتری از سرعت مورد نیاز

طوری تعریف می‌شود که به صورت نمایی به سمت صفر حرکت کند. با این فرضیات می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}^T H \dot{\theta} &= \dot{\theta}^T B^T B \dot{\theta} = \|B \dot{\theta}\|_2^2 \\ \dot{E} &= -\lambda E \end{aligned} \quad (19)$$

با توجه به بخش دوم رابطه ۱۹ و تعریف ماتریس E می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} B \ddot{\theta} + \dot{B} \dot{\theta} + \lambda B \dot{\theta} &= 0 \\ \rightarrow \frac{(B \ddot{\theta} + \dot{B} \dot{\theta} + \lambda B \dot{\theta})^T (B \ddot{\theta} + \dot{B} \dot{\theta} + \lambda B \dot{\theta})}{2} \\ &= \frac{\|B \ddot{\theta} + \dot{B} \dot{\theta} + \lambda B \dot{\theta}\|_2^2}{2} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

در نهایت با معرفی متغیر $I = \dot{B} \dot{\theta} + \lambda B \dot{\theta}$ و با در نظر گرفتن این نکته که $I^T I$ مثبت معین و مستقل از $\dot{\theta}$ (در نتیجه در معیار بهینه‌سازی جهت کمینه کردن شتاب بدون تأثیر) است، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} CF &= \frac{\dot{\theta}^T H \dot{\theta}}{2} + \dot{\theta}^T (B^T B + \lambda H) \dot{\theta} + \frac{I^T I}{2} \\ &= \frac{\dot{\theta}^T (\alpha H + \beta I) \dot{\theta}}{2} + \alpha \dot{\theta}^T (B^T B + \lambda H) \dot{\theta} \end{aligned} \quad (21)$$

معادله ۲۱ به راحتی با روش برنامه‌نویسی مربعی ترتیبی (SQP) قابل حل است. این روش یکی از مؤثرترین روش‌ها برای حل مسائل بهینه‌سازی با قيود غیرخطی است. در این روش در هر گام یک زیرمسئله بهینه‌سازی مربعی ایجاد و حل می‌شود. روش SQP را می‌توان تعمیم روش بهینه‌سازی نیوتون برای مسائل نامقید در نظر گرفت که با به حداقل رساندن یک مدل مربعی از مسئله، پاسخ را یک گام به مقدار درست نزدیک می‌کند [۲۴]. در بخش شبیه‌سازی نشان داده می‌شود که این رویکرد نه تنها منجر به زیاد شدن خطای ردیابی نخواهد شد بلکه مسیر هموارتری نیز تولید خواهد کرد.

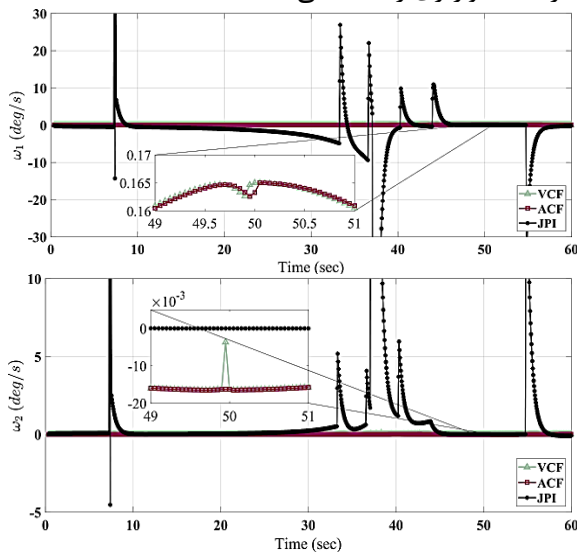
۴- شبیه‌سازی

در این بخش به شبیه‌سازی و مقایسه الگوریتم‌های پیشنهاد شده به کمک نرم‌افزار متلب پرداخته می‌شود. مسیر هدف

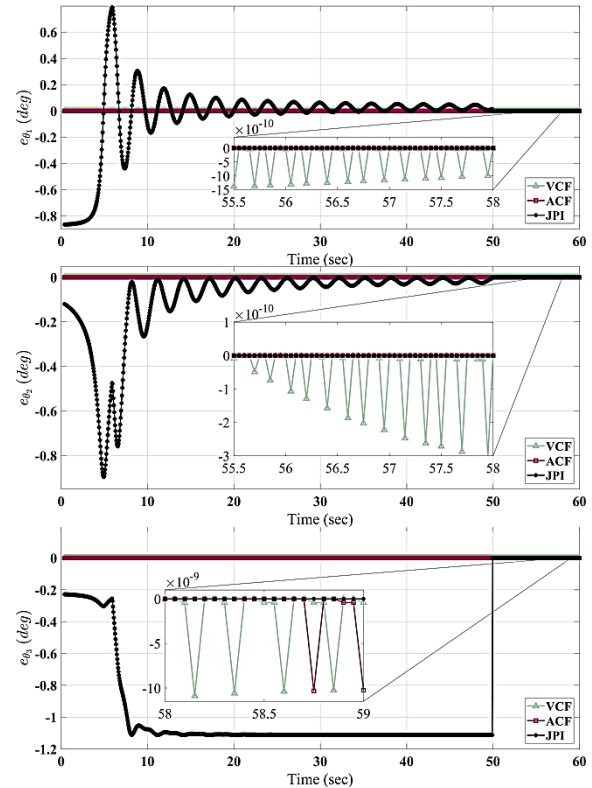
شکل ۶: خطای ردیابی محورهای سکوی سه درجه آزادی توسط الگوریتم‌های پیشنهادی

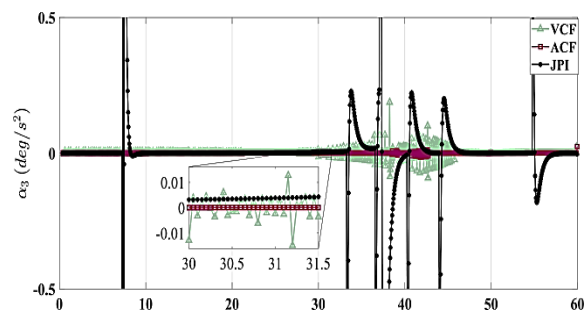
در مورد الگوریتم کمینه کردن سرعت و کمینه کردن شتاب، شرایط تقریباً مشابه است. البته میزان خطای الگوریتم کمینه کردن شتاب، اندکی کمتر است. این دو الگوریتم در مقایسه با روش شبه‌معکوس ژاکوبی، خطای نسبتاً کمتری تولید می‌کنند. همچنین زمانی که در این روش‌ها صرف همگرایی می‌شود بسیار کمتر است و به محض رسیدن هدف به محدوده دید، ردیابی شروع می‌شود. در مجموع هر سه الگوریتم خطای ردیابی قابل قبولی تولید می‌کنند ولی الگوریتم کمینه کردن شتاب، الگوریتم مناسب‌تری جهت ردیابی اهداف هوایی است.

در شکل ۷ سرعت تولیدشده در مفصل‌ها با اعمال الگوریتم‌های پیشنهادی مشاهده می‌شود. الگوریتم‌های مبتنی بر بهینه‌سازی شتاب و سرعت همان‌طور که انتظار می‌رود عملکرد کاملاً مناسبی از دیدگاه سرعت موردنیاز در طول مسیر دارند. مشاهده می‌شود که سرعت در روش شبه-معکوس ژاکوبی، برای تعقیب مسیر نوسانات پرحجمه‌ای دارد که نسبت به الگوریتم‌های کمینه‌سازی سرعت و شتاب، شرایط دشوارتری را ایجاد می‌کند.



دارد. در روش شبه‌معکوس ژاکوبی نیز پارامتر $\alpha = 0.399$ انتخاب شده که با آزمون و خطا به دست آمده است. در شکل ۶ خطای ردیابی برای هر سه الگوریتم آورده شده است. روال شبیه‌سازی به این صورت است که مسیر موردبخت، توسط الگوریتم‌های معرفی‌شده، محاسبه گردیده و خطای ردیابی در هر مورد به دست آمده است. هر یک از نمودارها مربوط به یکی از محورهاست. برای مقایسه بهتر، بخشی از نمودار بزرگنمایی شده است. مطابق انتظار، الگوریتم شبه‌معکوس ژاکوبی به زمان نسبتاً طولانی برای همگرایی نیاز دارد. این زمان به مسیر و موقعیت اولیه هدف وابسته است. همچنین دیده می‌شود که الگوریتم شبه‌معکوس ژاکوبی برای محور سوم در ابتدا به مقدار درستی همگرا نشده است که این مسئله در الگوریتم‌های مبتنی بر گرادیان نزولی با در نظر گرفتن محدوده برای همگرایی شایع است. در کاربرد ردیابی اهداف هوایی، از دست دادن زمان برای همگرایی الگوریتم به‌سادگی می‌تواند منجر به گم نمودن هدف شود. در نتیجه استفاده از این روش برای ردیابی اهداف هوایی توصیه نمی‌شود.





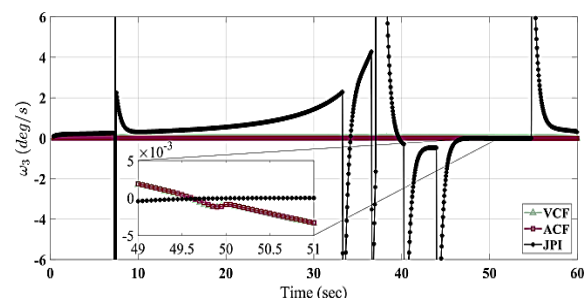
شکل ۸: شتاب موردنیاز در طول مسیر برای محورهای سه درجه آزادی با الگوریتم‌های پیشنهادی

یکی از نکات مهم در انتخاب یک الگوریتم برای پیاده‌سازی عملی، حجم محاسبات و سرعت همگرایی آن است. در جدول ۳ زمان موردنیاز برای محاسبه مسیر ۶۰ ثانیه‌ای طی شده توسط هدف، در هر یک از الگوریتم‌ها آورده شده است. این مقادیر با شبیه‌سازی روی یک سیستم با پردازنده Intel core i7-4500U @ 2.00GHz 2.60GHz با 12Gb رم و ورژن 2017b نرم‌افزار متلب به دست آمده است. همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی به زمان بیشتری برای محاسبه مسیر نیاز دارند. این مسئله مانع از پیاده‌سازی آن‌ها در کاربرد ردیابی سکو نیست؛ زیرا تمامی روش‌های پیشنهاد شده در این مقاله، قادر به محاسبه مسیر در زمانی کمتر از مدت‌زمان طی شده آن توسط هدف هستند.

جدول ۳: زمان اجرای الگوریتم‌های پیشنهادی

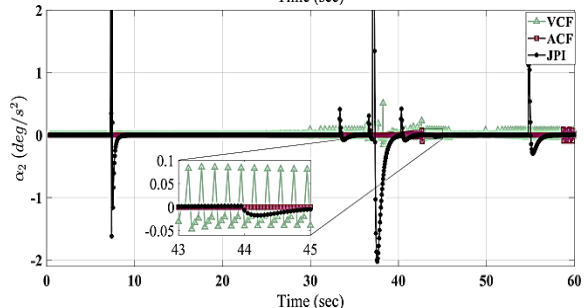
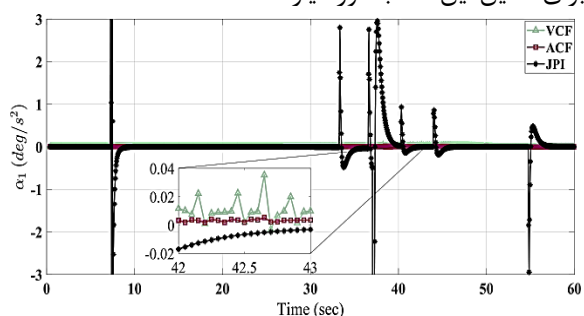
الگوریتم	بهینه‌سازی سرعت	بهینه‌سازی شتاب	شبه معکوس ژاکوبی [۲۰]
زمان (s)	۲۳/۰۲۱	۲۵/۲۰۹	۶/۹۲۲

با توجه به این‌که شتاب موردنیاز برای طی کردن مسیر مهم‌ترین عامل در انتخاب یک عملگر مناسب برای هر مفصل است، در جدول ۴ به مقایسه کمی این سه روش با چهار معیار انتگرال قدرمطلق دامنه، انتگرال مربع دامنه، انتگرال قدرمطلق دامنه با وزن‌دهی زمانی و انتگرال مربع دامنه با وزن‌دهی زمانی پرداخته شده است. مشاهده می‌شود که روش بهینه‌سازی مبتنی بر شتاب با اختلاف بهترین روش از بین روش‌های بررسی شده است.



شکل ۷: سرعت موردنیاز در طول مسیر برای محورهای سه درجه آزادی توسط الگوریتم‌های پیشنهادی

در شکل ۸ نمودارهای مربوط به شتاب هر مفصل با اعمال الگوریتم‌های پیشنهادی رسم شده است. بخشی از نمودار که اختلاف سه روش پیشنهادی را بهتر نشان می‌دهد بزرگنمایی شده است. با بررسی شتاب‌های موردنیاز محورهای حرکتی سکوی سه درجه آزادی مشاهده می‌شود که الگوریتم کمینه کردن شتاب به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای به شتاب کمتری برای تولید مسیر محاسبه شده نیاز دارد. در رویکرد کمینه کردن سرعت، نوسانات شتاب موردنیاز بسیار شدیدتر از روش کمینه کردن شتاب است ولی دامنه آن در محدوده مناسب قرار دارد. در روش شبه‌معکوس ژاکوبی منحنی شتاب بسیار پدانه‌تر از دو روش دیگر است ولی نوسانات کمتری دارد به این معنی که عملگر قدرتمندی برای تأمین این شتاب موردنیاز است.



[1] Gawronski WK. Modeling and control of antennas and telescopes: Springer; 2008.

[2] Park S, Kim HT, Lee S, Joo H, Kim H. Survey on anti-drone systems: Components, designs, and challenges. IEEE Access. 2021;9:42635-59.

[3] Cutler JW, Kitts CA, editors. Mercury: A satellite ground station control system. 1999 IEEE Aerospace Conference Proceedings (Cat No 99TH8403); 1999: IEEE.

[4] Stevens BL, Lewis FL, Johnson EN. Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems: John Wiley & Sons; 2015.

[5] Fathabadi H. Novel high accurate sensorless dual-axis solar tracking system controlled by maximum power point tracking unit of photovoltaic systems. Applied Energy. 2016;173:448-59.

[6] Taheri A, Shoorehdeli MA, Bahrami H, Fatehi MH. Implementation and control of X-Y pedestal using dual-drive technique and feedback error learning for LEO satellite tracking. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2013;22(4):1646-57.

[7] Rolinski A, Carlson D, Coates R. The XY antenna mount for data acquisition from satellites. IRE Transactions on Space Electronics and Telemetry. 1962(2):159-63.

[8] Safari S. A survey on different methods of satellite tracking. M. Sc. Thesis, Malek-Ashtar university, 2011.

[9] Nasirian M. Pedestals for tracking objects in space. lab report, Malek-Ashtar university, 2016.

[10] Zaplana I, Basanez L. A novel closed-form solution for the inverse kinematics of redundant manipulators through workspace analysis. Mechanism and machine theory. 2018;121:829-43.

[11] Johansen TA, Fossen TI. Control allocation—A survey. Automatica. 2013;49(5):1087-103.

[12] Johansen TA, Fuglseth TP, Tøndel P, Fossen TI. Optimal constrained control allocation in marine surface vessels with rudders. Control engineering practice. 2008;16(4):457-64.

[13] Ducard G, Hua M-D. Discussion and practical aspects on control allocation for a multi-rotor helicopter. International Archives of the

جدول ۴: مقایسه کمی الگوریتم‌های پیشنهادی در معیار شتاب موردنیاز میانگین برای مفاصل حرکتی

الگوریتم	شبه معکوس ژاکوبی [۲۰]	بهینه‌سازی سرعت	بهینه‌سازی شتاب
معیار IAA	۱۲/۳۵۱۶	۰/۵۰۸۰	۰/۰۷۳۸
معیار ISA	۱۸۳/۱۴۹۶	۰/۰۳۰۹	۰/۰۰۲۰
معیار ITAA	۳۳۰/۲۸۱۲	۲۱/۸۳۳۲	۳/۴۲۰۵
معیار ITSA	۳۸۴۸/۸۹۹۸	۱/۴۲۱۱	۰/۱۰۶۳

در مجموع می‌توان گفت الگوریتم بهینه‌سازی شتاب علاوه بر قابلیت استفاده در کاربردهای عملی، بهترین عملکرد را برای سکوی ردیاب سه‌درجه آزادی پیشنهادی دارد.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش به معرفی یک ساختار سه درجه آزادی برای رفع مشکل تکینگی در ردیابی اهداف هوایی پرداخته و نشان داده شد که جهت حل مسئله سینماتیک معکوس این ساختار، بیش از یک دسته جواب برای متغیرهای مفصلی وجود دارد. در ادامه با معرفی سه روش شبه‌معکوس ژاکوبی، کمینه‌سازی سرعت و کمینه‌سازی شتاب مفاصل، راهکارهایی برای حل مسئله سینماتیک معکوس ارائه شد. در روش اول با یک الگوریتم مبتنی بر تکرار، یک دسته پاسخ برای مسئله محاسبه گردید. در روش دوم و سوم با معرفی یک تابع هزینه که در آن به ترتیب سرعت و شتاب موردنیاز برای طی مسیر همراه با خطای ردیابی در نظر گرفته شده است، به محاسبه پاسخ مسئله پرداخته شد. برای مقایسه سه روش از چهار معیار انتگرال قدرمطلق دامنه، انتگرال مربع دامنه، انتگرال قدرمطلق دامنه با وزن‌دهی زمانی و انتگرال مربع دامنه با وزن‌دهی زمانی استفاده شد. هر یک از این الگوریتم‌ها در یک شبیه‌سازی با شرایط مشابه موردبررسی قرار گرفتند که نتایج نشان دادند الگوریتم بهینه‌سازی شتاب در مجموع بهترین نتایج را دارد.

۶- مراجع

Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. 2011;38(1/C22):95-100.

[14] Spong MW, Hutchinson S, Vidyasagar M. Robot modeling and control: Wiley New York; 2006.

[15] Fei T, Chen X, Xu J, editors. Inverse Kinematic Control Method of Redundant Manipulators with Joint Limits Constraints. 2018 37th Chinese Control Conference (CCC); 2018: IEEE.

[16] Whitney DE. Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses. IEEE Transactions on man-machine systems. 1969;10(2):47-53.

[17] Buss SR. Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods. IEEE Journal of Robotics and Automation. 2004;17(1-19):16.

[18] Benzaoui M, Chekireb H, Tadjine M, editors. Redundant robot manipulator control with obstacle avoidance using extended jacobian method. 18th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'10; 2010: IEEE.

[19] Kim S-W, Lee J-J, Sugisaka M, editors. Inverse kinematics solution based on fuzzy logic for redundant manipulators. Proceedings of 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'93); 1993: IEEE.

[20] Buss SR, Kim J-S. Selectively damped least squares for inverse kinematics. Journal of Graphics tools. 2005;10(3):37-49.

[21] Karpińska J, Tchoń K. Performance-oriented design of inverse kinematics algorithms: extended jacobian approximation of the jacobian pseudo-inverse. Journal of Mechanisms and Robotics. 2012;4(2).

[22] Rigelsford J. Fundamentals of robotic mechanical systems. Industrial Robot: An International Journal. 2003.

[23] Liu T, Li C, Inoue Y, Shibata K. Reaction force/torque sensing in a master-slave robot system without mechanical sensors. Sensors. 2010;10(8):7134-45.

[24] Bonnans J-F, Gilbert JC, Lemaréchal C, Sagastizábal CA. Numerical optimization: theoretical and practical aspects: Springer Science & Business Media; 2006.



The Elimination of Singularity to Track Aerial Objects Using a 3-DOF Pedestal

Ali Akbar Sadeghi¹, Ahmad Reza Vali^{2*}, Ali Khaki Sedigh³

¹ Ph.D. Student, Department of Electrical and Computer Engineering, Malek-Ashtar University, Tehran, Iran

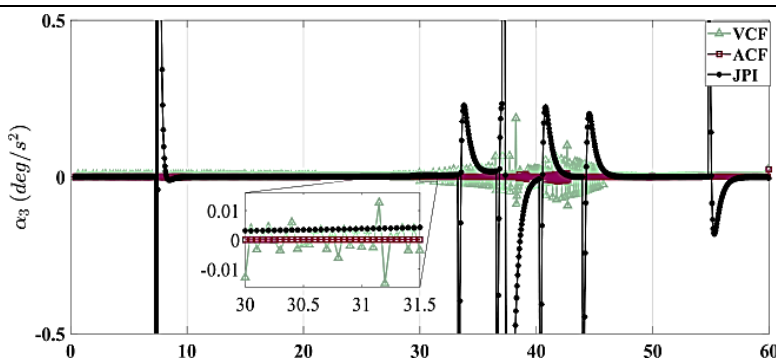
² Associate Professor, Department of Electrical and Computer Engineering, Malek-Ashtar University, Tehran, Iran

³ Professor, Department of Electrical and Computer Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

HIGHLIGHTS

- In the acceleration minimization method, the cost function consists of acceleration and angular velocity.
- Acceleration optimization algorithm has the best results overall.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 10 April 2021

Received in revised form: 13 November 2021

Accepted: 10 January 2022

Available online: 18 May 2022

*Correspondence: Vali@mut.ac.ir

How to cite this article:

A.A. Sadeghi, A. R. Vali, A. K. Sedigh.

The elimination of singularity to track aerial objects using a 3-dof pedestal.

Journal of Aerospace Mechanics. 2022; 18(1):77-90.

Keywords:

3-DoF tracker

Redundancy

Singularity

Inverse Kinematic

Acceleration optimization

ABSTRACT

Tracking aerial objects using conventional 2-DOF pedestals requires excessive angular acceleration and velocity in the joints for some trajectories that pass through singular points. In this research, a 3-DOF redundant pedestal is proposed to solve such a problem. The redundant DOF increases the maneuverability and overall performance of the pedestal. Moreover, all of the possible trajectories can be tracked without facing any singularities. One of the main challenges in working with this redundant pedestal is that the inverse kinematic problem does not have a unique set of answers. In this paper, two optimization-based algorithms regarding limited joint velocities and limited joint accelerations are proposed to solve the inverse kinematic problem. In the limited joint velocities approach, a cost function of tracking error and joint velocities is formed and minimized. In the limited joint acceleration, on the other hand, joint velocities and accelerations are the elements that form the cost function. The simulation results for these algorithms are then compared with a conventional pseudo-inverse of the Jacobean approach. The criteria used to compare these methods are Integral of Squared Amplitude (ISA), Integral of Absolute Amplitude (IAA), Integral of Time-weighted Absolute Amplitude (ITAA), and Integral of Time-weighted Squared Amplitude (ITSA). The simulation results show the superiority of the limited joint acceleration method compared to the other two approaches.

