



افت انتقال صوت در یک پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی با وصله‌های پیزوالکتریک

محمد رضا الهامی^{*۱}، حسین آذریون^۲، خداداد واحدی^۳

^۱ دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین^(ع)، تهران، ایران

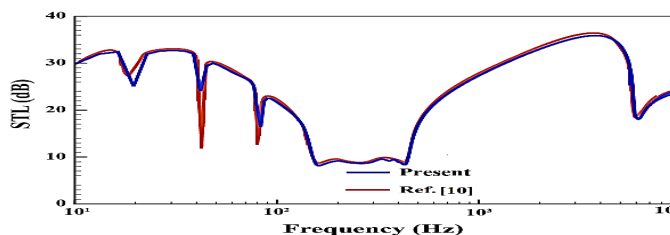
^۲ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین^(ع)، تهران، ایران

^۳ استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین^(ع)، تهران، ایران

برجسته‌ها

- با افزایش پارامتر ایندکس تابع توانی افت انتقال صوت در محدوده فرکانس پایین کاهش می‌یابد
- ولتاژ عملی قادر به بهبود افت انتقال صوت در سازه در فرکانس بالا است.

چکیده گرافیکی



مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۸

بازنگری: ۱۴۰۰/۰۵/۱۲

پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۱۰/۲۰

*نویسنده مسئول:

Melhami@ihu.ac.ir

کلید واژه ها:

افت انتقال صوت

پوسته‌های استوانه‌ای

مواد مدرج تابعی

پیزوالکتریک

تئوری میدان برشی مرتبه اول

چکیده

در این پژوهش، به بررسی افت انتقال صوت در یک پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی همراه با وصله‌های پیزوالکتریک با استفاده از نظریه میدان جابجایی برشی مرتبه اول پرداخته شده است. همچنین فرض شده است که پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی ترکیبی از سرامیک و فلز باشد و به وسیله مدل تابع توانی، خواص مواد در جهت ضخامت آن متغیر در نظر گرفته شده است. قابل ذکر است که از وصله‌های پیزوالکتریک در بیرون و داخل پوسته به عنوان عملگر و سنسور استفاده شده است. کل سازه در یک محیط آکوستیکی حاوی هوا غوطه‌ور است و تحت برخورد امواج آکوستیکی با زاویه برخورد مشخص قرار گرفته است. معادلات دینامیکی سازه با استفاده از فرضیه میدان جابجایی برشی مرتبه اول پوسته‌ها، اصل همیلتون و شرایط مرزی سیال/سازه استخراج شده‌اند. با استفاده از سری فوریه، فشارهای صوت برخوردی، برگشتی و خروجی و جابجایی‌های پوسته، معادلات دینامیکی گسسته‌سازی شده و به فرم ماتریس حالت ارائه شده‌اند. بعد از اعتبارسنجی نتایج، نهایتاً اثرات ولتاژ عملی از طرف وصله‌های پیزوالکتریک، درصد مواد مدرج تابعی، تعداد وصله‌های پیزوالکتریک، زاویه برخورد بر رفتار افت انتقال صوت سازه در محدوده فرکانسی مشخصی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج نشان داد که با افزایش پارامتر ایندکس تابع توانی افت انتقال صوت در محدوده فرکانس پایین کاهش می‌یابد. همچنین ولتاژ عملی قادر به بهبود افت انتقال صوت در سازه خصوصاً در نواحی فرکانس بالا بوده است.

۱- مقدمه

در حالی که در محدوده فرکانسی بالا جذب انرژی بیشتر شده و کنترل انتقال صوت بیشتر شده است. ژیا و همکارانش [۷] ارتعاشات و تابش صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دوجداره که توسط یک محفظه آکوستیکی به صورت هم‌مرکز به یکدیگر کوپل شده‌اند، را بررسی کردند. طالبی توتی و خامنه [۸] بررسی انتشار موج در پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی دوجداره را با استفاده از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی و استفاده از چیدمان‌های متفاوت فیبرهای کامپوزیتی ارزیابی کردند. ژانگ و همکارانش [۹] اثرات سوراخ‌های روی پوسته‌های استوانه‌ای دوجداره بر روی افت انتقال صوت با استفاده از تئوری کلاسیک پوسته‌ها، سری فوریه، شرایط مرزی هندسی بی‌نهایت، در نظر گرفتن جریان خارجی بر روی پوسته بیرونی بررسی کردند. ژو و همکارانش [۱۰] به بررسی افت انتقال صوت در دو پوسته استوانه‌ای آلومینیومی هم‌مرکز پرداختند و از مواد متخلخل در بین دو پوسته استوانه‌ای برای بهبود افت انتقال صوت استفاده کردند، تئوری پوسته لاو، تئوری لی برای مدل‌سازی انتشار موج در ماده متخلخل را در کارشان لحاظ کردند. طالبی توتی و گوهری [۱۱] افت انتقال صوت دو استوانه کامپوزیتی را که توسط محیط متخلخل به یکدیگر کوپل شده‌اند را بررسی کردند و نشان دادند که مواد متخلخل در محدوده فرکانسی بالا به خوبی سبب بهبود افت انتقال صوت می‌شود. طالبی و همکارانش [۱۲] افت انتقال صوت در طول پوسته استوانه تک لایه کامپوزیتی را با استفاده از تئوری برشی مرتبه سوم پوسته‌ها انجام دادند.

طالبی توتی و همکارانش [۱۳] افت انتقال صوت را در ساندویچ پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی ارزیابی کردند. احمدی و همکارانش [۱۴] افت انتقال صوت را در پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از فرضیه برشی مرتبه اول و در نظر گرفتن خواص مواد مدرج تابعی ارزیابی کردند. آن‌ها از بسط‌های سری فوریه برای حل معادلات دینامیکی استفاده کردند. هاشمی‌نژاد و همکارانش [۱۵] با استفاده از نظریه کلاسیک پوسته‌ها، افت انتقال صوت را در پوسته‌های ساندویچی سه

پوسته‌ها یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین اجزای سازه‌ها هستند. پوسته‌ها در شکل‌ها و کاربردهای متنوعی معرفی شده‌اند که به عنوان مثال می‌توان به استفاده از آن‌ها در بدنه، بال و موتور هواپیماها و فضاپیماها، لوله‌های انتقال نفت، گاز و مواد شیمیایی، مخازن ذخیره آب و سوخت، بدنه زیردریایی و بسیاری از کاربردهای مشابه اشاره نمود. گستردگی کاربرد پوسته‌های استوانه‌ای، علت رشد چشمگیر مطالعات انجام یافته در این حوزه است [۱]. در این سازه‌ها، اندرکنش بین سیال و سازه معمولاً سبب انتقال ناخواسته انرژی به صورت ارتعاشات آکوستیکی و یا سازه‌ای به پوسته استوانه‌ای می‌گردد. این انتقال ناخواسته انرژی، نه تنها باعث آلودگی صوت در سازه می‌شود، بلکه ممکن است منجر به شکست‌های فاجعه‌بار در سیستم شود. یکی از پدیده‌های مهم در علم آکوستیک، افت انتقال صوت در سازه‌ها است که نشان‌دهنده نسبت توان صوت گذر کرده از سازه به توان صوت برخوردی به سازه است که در صنایع هوایی مثل بدنه هواپیما و در صنایع دریایی مانند زیردریایی‌ها و بدنه کشتی‌ها کاربرد دارد. شایان‌ذکر است که برهم‌کنش سیال‌سازه (FSI) معمولاً باعث انتقال ناخواسته انرژی از سازه‌ها به صورت ارتعاش صوت می‌گردد و در نتیجه، آلودگی صوت، خستگی سازه‌ای و حتی خرابی‌های ساختاری فاجعه باری به بار می‌آیند.

تاکنون روش‌های تحلیلی، عددی مانند انرژی آماری [۲]، روش اجزای محدود [۳] و روش المان مرزی [۴] و آزمایشگاهی مختلفی جهت پیش‌بینی رفتار آکوستیکی پوسته‌های استوانه‌ای توسط برخی محققان معرفی و توسعه یافته است. برای مثال، ژو و همکارانش [۵] افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دوجداره با هسته مواد متخلخل بررسی کردند. طالبی توتی و زراستوند [۶] افت انتقال صوت پنل‌های استوانه‌ای دوانحنایی با استفاده از مواد متخلخل و تئوری برشی پوسته‌ها بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند با افزایش ضخامت لایه متخلخل، در دامنه فرکانسی پایین تغییر محسوس بر افت انتقال صوت مشاهده نمی‌شود،

استوانه‌ای سه‌جداره تشکیل شده از لایه‌های متخلخل با استفاده از نظریه میدان جابجایی کلاسیک به دست آوردند. شهسواری و همکارانش [۲۶] افت انتقال صوت را در پوسته‌های استوانه‌ای متخلخل تشکیل شده از مواد مدرج تابعی با استفاده از مدل توانی در حضور جریان خارجی ارزیابی کردند.

با مرور مقالات ارائه شده در حوزه رفتار ارتعاش-صوت پوسته‌های استوانه‌ای، مشخص شد که تاکنون افت انتقال صوت در پوسته‌های ساندویچی استوانه‌ای تشکیل شده از مواد مدرج تابعی همراه با وصله‌های پیزوالکتریک با استفاده از نظریه میدان برشی مرتبه اول مورد بررسی قرار نگرفته است؛ بنابراین در این تحقیق به این مهم پرداخته می‌شود.

۲- معادلات حاکم

همان‌گونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، پوسته استوانه‌ای با طول نامحدود تحت برخورد امواج آکوستیکی با زاویه برخورد $0 < \alpha < \pi/2$ قرار دارد. قابل توجه است که دو محیط آکوستیکی بیرون پوسته و داخل پوسته یکسان و حاوی هوا در نظر گرفته شده‌اند. همان‌گونه که پیش‌تر بیان شده، فرض شده است که پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی ترکیبی از دو فاز سرامیک و فلز با ضخامت h و شعاع R باشد که توسط وصله‌های پیزوالکتریک از جنس PZT-4 با ضخامت h_p در جهت شعاعی احاطه شده است. تعداد وصله‌های پیزوالکتریک در هر طرف از پوسته N است. قابل توجه است که وصله‌های بیرونی به صورت عملگر با ولتاژ وردی و وصله‌ها داخلی پیزوالکتریک به صورت سنسور مدل-سازی می‌شوند. همچنین زاویه انحنای هر وصله بیرونی و داخلی با β_p مشخص شده است. بدین صورت بدیهی است که محیط احاطه شده کل توسط آرایه‌های از وصله‌های پیزوالکتریک در هر سمت پوسته استوانه‌ای به صورت $N\beta_p$ است. بعلاوه به منظور حفظ پایداری سیستم فرض شده است که زاویه محیطی هر وصله پیزوالکتریک با وصله پیزوالکتریک بعدی $\beta_c = \frac{2\pi}{N} - \beta_p$ باشد.

لایه با هسته سیال الکتروژنولوژیکال با استفاده از بسط‌های سری فوریه انجام دادند. ریاحی و همکارانش [۱۶] یک مدل تحلیل برای محاسبه افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای ساخته شده از فوم‌های پلیمری را با استفاده از نظریه برشی مرتبه اول ارائه دادند. پارینلو و همکارانش [۱۷] افت انتقال صوت را در یک میدان پخشنده برای پوسته‌های استوانه‌ای چندلایه با استفاده از روش ماتریس حالت انجام دادند. اولیازاده و همکارانش [۱۸] افت انتقال صوت پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از مواد جاذب انرژی را به صورت تحلیلی و آزمایشی تحت برخورد امواج آکوستیکی با زاویه مشخص بررسی کردند. کیم و لی [۱۹] نیز با در نظر گرفتن معادلات کامل پوسته با تئوری لاو، و نیز در نظر گرفتن برهم‌کنش محیط آکوستیکی، به مقایسه نتایج روش تحلیلی با آزمایش پرداختند و به‌ویژه در فرکانس‌های بالا به تطابق خوبی دست پیدا کردند و این کار را به پوسته‌های استوانه‌ای دوجداره گسترش دادند. شجاعی‌فرد و همکاران [۲۰] از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم استفاده نمودند تا اهمیت آن را در افت انتقال صوت که پیش‌ازاین برای ضخامت‌های زیاد ضروری نشان داده شده بود، تأیید کنند. به‌علاوه تئوری سه‌بعدی نیز در چند پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است. برای مثال، طالبی و همکاران و نیز دانشجو و همکاران [۲۱ و ۲۲]، به بررسی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای ارتوتروپیک و ایزوتروپیک با ضخامت دلخواه پرداخته‌اند. مگنیز و همکاران [۲۳] از تئوری برشی مرتبه اول و تئوری الاستیسیته سه‌بعدی برای محاسبه افت انتقال صوت در یک پوسته استوانه‌ای نامحدود چندلایه متشکل از لایه ارتوتروپیک و هسته پلیمری ایزوتروپیک استفاده کردند. لیو و همکارانش [۲۴] افت انتقال صوت را در یک میدان پخشنده صوت در پوسته استوانه‌ای ساندویچی با هسته متخلخل در حضور جریان خارجی به صورت تحلیلی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که مواد متخلخل به‌خوبی سبب بهبود افت انتقال صوت در بازه فرکانسی بالا می‌شوند. گلزاری و جعفری [۲۵] افت انتقال صوت در یک میدان صوت پخشنده را در پوسته‌های

$$c_0^2 \nabla^2 p_2^T = \frac{\partial^2}{\partial t^2} p_2^T \quad (2)$$

درحالی‌که p_2^T بیانگر موج عبوری از پوسته است. همچنین ترم‌های فشار صوت برخوردی، برگشتی و عبوری از سازه به‌صورت زیر بیان می‌شوند [۲۴]:

$$p_1^I(r, \theta, x, t) = p_0 e^{i(\omega t - k_x x)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(k_{1r} r) \cos(n\theta),$$

$$p_1^R(r, \theta, x, t) = e^{i(\omega t - k_x x)} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{P}_{1n}^R H_n^{(2)}(k_{1r} r) \cos(n\theta), \quad (3)$$

$$p_2^T(r, \theta, x, t) = e^{i(\omega t - k_x x)} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{P}_{2n}^T H_n^{(1)}(k_{2r} r) \cos(n\theta)$$

درحالی‌که ω فرکانس زاویه‌ای است، p_0 دامنه موج برخوردی است $\varepsilon_0 = 1$ ، $\varepsilon_n = 2(n \geq 1)$ J_n توابع هانکل نوع اول، $H_n^{(1)}$ و $H_n^{(2)}$ توابع هانکل نوع اول و دوم هستند. \tilde{P}_{1n}^R ضریب مودال برای ترم فشار برگشتی در محیط آکوستیکی خارجی، \tilde{P}_{2n}^T ضریب مودال برای ترم فشار صوت گذر کرده در محیط آکوستیکی داخل پوسته است. بعلاوه لازم به ذکر است که محفظه داخلی پوسته استوانه‌ای بدون انعکاس صوت در نظر گرفته شده است. همچنین به دلیل اینکه امواج انتقالی در محیط آکوستیکی و پوسته بر اساس موج برخوردی به دست آمده‌اند بنابراین اعداد موج در جهت x یکسان هستند. ترم‌های محوری و شعاعی عدد موج به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$k_x = k_1 \sin \alpha, \quad k_{1r} = k_1 \cos \alpha = \left[k_1^2 - k_x^2 \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$$k_{2r} = \sqrt{k_2^2 - k_x^2}, \quad k_1 = k_2 = \omega / c_0,$$

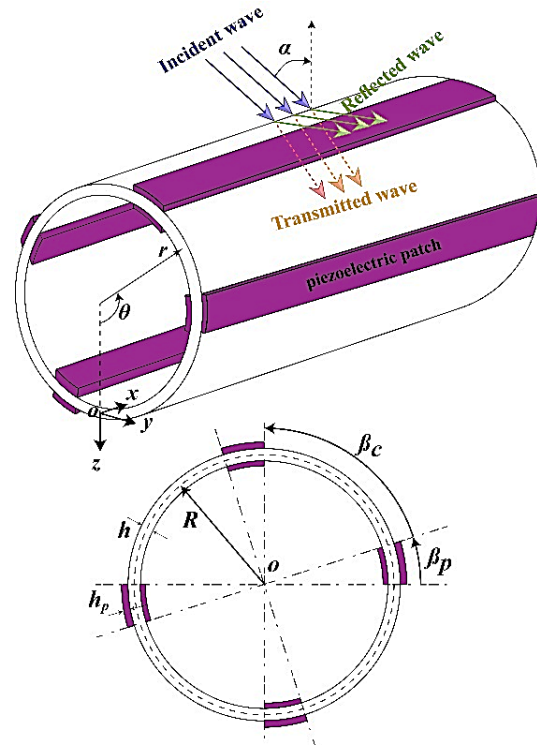
۲-۲- معادلات ساختاری سازه

بر اساس این فرضیه، میدان جابجایی برشی مرتبه اول برای پوسته استوانه‌ای تشکیل شده از وصله‌های پیزوالکتریک به‌صورت زیر بیان می‌شود [۲۷]:

$$U(x, \theta, z, t) = u(x, \theta, t) + z \psi_x(x, \theta, t)$$

$$V(x, \theta, z, t) = v(x, \theta, t) + z \psi_\theta(x, \theta, t), \quad (5)$$

$$W(x, \theta, z, t) = w(x, \theta, t),$$



شکل ۱: هندسه پوسته استوانه‌ای ساندویچی ساخته شده از مواد مدرج تابعی همراه با وصله‌های پیزوالکتریک.

۲-۱- معادلات موج در محیط آکوستیکی

قابل توجه است که برای پوسته استوانه‌ای تشکیل شده از مواد مدرج تابعی همراه با وصله‌های پیزوالکتریک، دو محیط آکوستیکی وجود دارد که عبارت است از محیط آکوستیکی خارجی که در آن موج به پوسته برخورد می‌کند و محیط آکوستیکی دوم که در داخل پوسته استوانه‌ای قرار دارد. فرض شده است که هر دو محیط دارای هوا باشد. به‌هرحال معادله موج در محیط آکوستیکی خارجی به‌صورت زیر بیان می‌شود [۲۴]:

$$c_0^2 \nabla^2 (p_1^I + p_1^R) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (p_1^I + p_1^R) = 0 \quad (1)$$

درحالی‌که p_1^I و p_1^R بیانگر موج برخوردی و برگشتی به پوسته بزرگ‌تر در محیط بیرونی هستند. c_0 سرعت صوت است. همچنین معادله موج در محیط آکوستیکی داخل پوسته به‌صورت زیر است [۲۴]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{x\theta} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}(z) & Q_{12}(z) & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21}(z) & Q_{22}(z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}(z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55}(z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{44}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$Q_{11}(z) = Q_{22}(z) = \frac{E(z)}{1 - \vartheta(z)^2}, \quad Q_{12}(z) = Q_{21}(z) = \frac{\vartheta(z)E(z)}{1 - \vartheta(z)^2},$$

$$Q_{66}(z) = Q_{55}(z) = Q_{44}(z) = \frac{E(z)}{2(1 + \vartheta(z))},$$

از طرفی بر اساس فرضیه پیزوالاستیسیته، روابط تنش - کرنش که تابعی از دوفاز الاستیکی و الکتریکی هستند به صورت زیر بیان می شوند [۲۹]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{x\theta} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}_{xi} \\ \bar{E}_{\theta i} \\ \bar{E}_{zi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} D_{xi} \\ D_{\theta i} \\ D_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 \\ e_{31} & e_{32} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}_{xi} \\ \bar{E}_{\theta i} \\ \bar{E}_{zi} \end{bmatrix}, i = ex, in$$

درحالی که D بیانگر میدان جابجایی الکتریکی برای وصله‌های پیزوالکتریک بیرونی (ex) و داخلی (in) پیزوالکتریک است. e ثوابت پیزوالکتریک، k ثوابت دی‌الکتریک و c بیانگر ثوابت الاستیسیته برای وصله‌های پیزوالکتریک هستند. به علاوه برای وصله داخلی و خارجی، \bar{E} بیانگر میدان الکتریکی است که بر اساس توابع پتانسیل الکتریکی در ادامه به دست می آیند [۳۰]:

$$\Phi_{ex}(x, \theta, z, t) = \left[\left(z - \frac{h+h_p}{2} \right)^2 - \left(\frac{h_p}{2} \right)^2 \right] \phi_{ex}(x, \theta, t) + 2 \left(z - \frac{h+h_p}{2} \right) V, \quad (10)$$

$$\Phi_{in}(x, \theta, z, t) = \left[\left(z + \frac{h+h_p}{2} \right)^2 - \left(\frac{h_p}{2} \right)^2 \right] \phi_{in}(x, \theta, t),$$

درحالی که V بیانگر ولتاژ الکتریکی خارجی اعمال شده بر وصله‌های پیزوالکتریک بیرونی است. ϕ_{in} و ϕ_{ex} به ترتیب توابع پتانسیل الکتریکی دوبعدی برای وصله‌های

درحالی که دوران‌های پوسته در جهت‌های x و θ با پارامترهای ψ_x و ψ_θ نشان داده شده است. u, v, w به ترتیب بیانگر میدان جابجایی لایه میانی در جهات θ , x, z هستند. همچنین، کرنش‌های نرمال و برشی به صورت زیر ارائه می شود:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + z \frac{\partial \psi_x}{\partial x}, \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{z}{R} \frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} + \frac{w}{R}, \\ \gamma_{x\theta} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + z \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \psi_x}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi_\theta}{\partial x} \right), \\ \gamma_{\theta z} &= \psi_\theta + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{R}, \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \end{aligned} \quad (6)$$

درحالی که ε_{xx} و $\varepsilon_{\theta\theta}$ بیانگر کرنش نرمال، $\gamma_{x\theta}$ و $\gamma_{\theta z}$ بیانگر کرنش برشی هستند. همان طور که بیان شد، فرض شده است که پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی متشکل از سرامیک و فلز باشد. در این کار فرض می - کنیم خواص ماده مانند مدول الاستیسیته E(z) و چگالی جرمی و نسبت پواسون بر اساس ضخامت متغیر باشد. بر اساس مدل تابعی برای مواد مدرج تابعی داریم [۲۸]:

$$\begin{aligned} E(z) &= E_m + (E_c - E_m) \left(0.5 + \frac{z}{h} \right)^p, \\ \rho(z) &= \rho_m + (\rho_c - \rho_m) \left(0.5 + \frac{z}{h} \right)^p, \\ \vartheta(z) &= \vartheta_m + (\vartheta_c - \vartheta_m) \left(0.5 + \frac{z}{h} \right)^p \end{aligned} \quad (7)$$

اندیس‌های c و m به ترتیب بیانگر سرامیک و فلز هستند. به علاوه p ایندکس تابعی نام دارد که نحوه توزیع خواص مکانیکی را بیان می کند که دارای مقادیر بزرگتر از صفر است. بر اساس تئوری الاستیسیته، روابط تنش - کرنش برای پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی به صورت زیر است:

تغییرات ترم کار خارجی ناشی از نیروهای آکوستیکی وارده بر پوسته ساندویچی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta \Pi_f = \int_A \Delta P \delta w dA, \quad (15)$$

$$\Delta P = (p_1^I + p_1^R) - (p_2^T)$$

قابل ذکر است که A بیانگر سطح جانبی پوسته است. با جایگذاری ترم‌های انرژی جنبشی، انرژی کرنش و ترم تغییرات کار خارجی در اصل همیلتون، و استفاده از روش انتگرال گیری جزء-جزء، معادلات دینامیکی پوسته استوانه‌ای ساندویچی به دست آمده و در پیوست بیان شده است.

همچنین بسط‌های سری فوریه میدان‌های جابجایی پوسته استوانه‌ای که شامل ۷ میدان جابجایی است به صورت زیر بیان می‌شود [۲۴]:

$$(u, \psi_x) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{i(\omega t - k_x x)} (\tilde{u}, \tilde{\psi}_x) \cos(n\theta),$$

$$(v, \psi_\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{i(\omega t - k_x x)} (\tilde{v}, \tilde{\psi}_\theta) \sin(n\theta), \quad (16)$$

$$(w, \phi_{in}, \phi_{ex}) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{i(\omega t - k_x x)} (\tilde{w}, \tilde{\phi}_{in}, \tilde{\phi}_{ex}) \cos(n\theta)$$

درحالی که $\tilde{w}, \tilde{\psi}_x, \tilde{v}, \tilde{\psi}_\theta$ و $\tilde{u}, \tilde{\phi}_{in}, \tilde{\phi}_{ex}$ بیانگر ضرایب مودال هستند و n شماره مود در جهت محیطی است.

۲-۳- شرایط سازگاری سیال/سازه

بر اساس رابطه اندرکنش سیال-سازه، در جهت شعاعی، در پوسته استوانه‌ای که با دو محیط آکوستیکی در تماس است، معادله‌های مومنتوم سیال باید به صورت زیر برقرار باشد [۲۴]:

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} (p_1^I + p_1^R) \right|_{r=R} = -\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

$$\left. \frac{\partial p_2^T}{\partial r} \right|_{r=R} = -\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (17)$$

با جایگذاری بسط‌های سری فوریه میدان جابجایی (رابطه ۱۷) و بسط‌های سری فوریه فشارهای صوت (رابطه ۳) در معادلات دینامیکی (رابطه ۱۵) و شرایط مرزی سیال/سازه (رابطه ۱۸)، رابطه ماتریسی $GX = F$ به دست می‌آید که G ماتریس حالت، X بردار ضرایب مودال و F بردار نیرو براساس معادلات ساختاری در رابطه (۱۵) است.

پیزوالکتریک بیرونی و داخلی هستند. قابل توجه است که میدان‌های الکتریکی در جهات x و θ و z برای هر وصله پیزوالکتریک بیرونی و داخلی بدون در نظر گرفتن ولتاژ الکتریکی خارجی به صورت زیر برحسب منفی گرادیان توابع پتانسیل الکتریکی بیان می‌شوند:

$$\bar{E}_{xin} = -\frac{\partial \Phi_{in}}{\partial x} \bar{E}_{xex} = -\frac{\partial \Phi_{ex}}{\partial x},$$

$$\bar{E}_{\theta in} = -\frac{1}{R+z} \frac{\partial \Phi_{in}}{\partial \theta} \bar{E}_{\theta ex} = -\frac{1}{R+z} \frac{\partial \Phi_{ex}}{\partial \theta} \quad (11)$$

$$\bar{E}_{zex} = -\frac{\partial \Phi_{ex}}{\partial z}, \quad \bar{E}_{zin} = -\frac{\partial \Phi_{in}}{\partial z}$$

به منظور به دست آوردن معادلات دینامیکی پوسته

استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی همراه با وصله‌های پیزوالکتریک از اصل همیلتون در فرم زیر استفاده می‌کنیم:

$$\int_0^t \delta (\Pi_s + \Pi_f - \Pi_K) dt = 0, \quad (12)$$

درحالی که $\delta \Pi_s$ بیانگر تغییرات انرژی کرنش تغییرات کار خارجی و $\delta \Pi_K$ تغییرات انرژی جنبشی سیستم است. تغییرات انرژی جنبشی بر اساس رابطه (۵) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta \Pi_K = \sum_{\gamma=1}^N \int_x \int_{\frac{h}{2}}^{\gamma \beta_p + (\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}-h_p} \rho_p (\dot{U} \delta \dot{U} + \dot{V} \delta \dot{V} + \dot{W} \delta \dot{W}) dz d\theta dx +$$

$$\int_x \int_0^{2\pi} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(z) (\dot{U} \delta \dot{U} + \dot{V} \delta \dot{V} + \dot{W} \delta \dot{W}) dz d\theta dx + \quad (13)$$

$$\sum_{\gamma=1}^N \int_x \int_{\frac{h}{2}}^{\gamma \beta_p + (\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} \rho_p (\dot{U} \delta \dot{U} + \dot{V} \delta \dot{V} + \dot{W} \delta \dot{W}) dz d\theta dx$$

چگالی وصله‌های پیزوالکتریک با ρ_p و چگالی پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی بر اساس رابطه (۷) با $\rho(z)$ نشان داده شده است. تغییرات انرژی کرنش با استفاده از روابط (۸-۹) به صورت زیر بیان می‌شود:

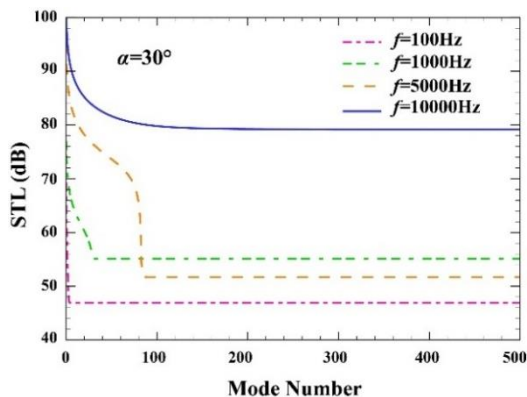
$$\delta \Pi_s = \sum_{\gamma=1}^N \int_x \int_{\frac{h}{2}}^{\gamma \beta_p + (\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}-h_p} (\sigma_{in} \delta \varepsilon_{in} - D_{in} \delta \bar{E}_{in}) dz d\theta dx$$

$$+ \int_x \int_0^{2\pi} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma \delta \varepsilon) dz d\theta dx + \quad (14)$$

$$\int_x \int_{\frac{h}{2}}^{\gamma \beta_p + (\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} (\sigma_{ex} \delta \varepsilon_{ex} - D_{ex} \delta \bar{E}_{ex}) dz d\theta dx$$

جدول ۱: خواص مکانیکی مواد به کار رفته در پژوهش [۳۱ و ۱۰]

مشخصات (وصله پیزوالکتریک)		PZT - 4
ثوابت الاستیک (GPa)	$C_{11} = 132, C_{12} = 71, C_{22} = 132, C_{13} = 73, C_{33} = 115, C_{66} = 30.5$	
ثوابت پیزوالکتریک (Cm^{-2})	$e_{31} = -4.1, e_{32} = -4.1, e_{24} = 10.5, e_{15} = 10.5$	
دی الکتریک ($10^{-9} C V^{-1} m^{-1}$)	$\kappa_{11} = 5.841, \kappa_{22} = 5.841, \kappa_{33} = 7.124$	
چگالی جرمی (kg/m^3)	$\rho_p = 7500$	
مشخصات هسته	سرامیک	فلز
ثوابت الاستیک (GPa)	$E_c = 390$	$E_m = 70$
نسبت پواسون	$\nu_c = 0.24$	$\nu_m = 0.3$
چگالی جرمی (kg/m^3)	$\rho_c = 3960$	$\rho_m = 2700$
مشخصات محیط آکوستیک	هوا	
سرعت صوت (m/s)	$c_0 = 343$	
چگالی جرمی (kg/m^3)	$\rho_0 = 1.21$	



شکل ۲: همگرایی افت انتقال صوت تحت شماره مود.

۴-۲- اعتبارسنجی نتایج

در این قسمت، پیش از ارائه نتایج اصلی به صحنه‌سنجی روابط استخراج شده می‌پردازیم. بدین منظور فرکانس طبیعی (GHz) را برای یک پوسته استوانه‌ای پیزوالکتریک با فرض $\beta_p = 2\pi$ به دست آورده و با نتایج گزارش شده توسط مرجع [۳۱] در جدول ۲ برحسب شماره مود مقایسه شده

۳- افت انتقال صوت

افت انتقال صوت (STL) بیانگر نسبت لگاریتمی از شدت توان صوت گذر کرده از پوسته استوانه‌ای به شدت توان صوت برخوردی به آن است. رابطه زیر برای محاسبه افت انتقال صوت در پوسته مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۴]:

$$STL = 10 \log \frac{1}{\tau}, \quad (18)$$

در حالی که τ فاکتور انتقالی توان صوت است که بیانگر نسب توان صوت گذر کرده از پوسته استوانه‌ای (Π^{tr}) به توان صوت برخوردی به آن (Π^{inc}) است که به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\Pi^{inc} = \frac{R p_0^2}{\rho c} \cos \alpha, \quad (19)$$

$$\Pi^{tr} = \sum_n \frac{\pi R}{\varepsilon_n} \operatorname{Re} \left[\tilde{P}_{2n}^T H_n^{(1)}(k_{2r} R) (i \omega \tilde{\omega})^* \right]$$

در حالی که $\operatorname{Re}[\cdot]$ بخش حقیقی و بالانویس (*) بیانگر مزدوج مختلط آرگومان است.

۴- بحث و نتیجه‌گیری

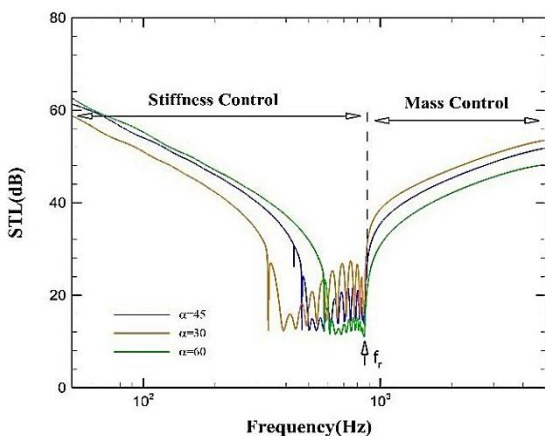
۴-۱- همگرایی نتایج

قبل از ارائه نتایج، قابل ذکر است که از نرم‌افزار میپل برای به دست آوردن نتایج استفاده شده است. از آنجاکه بسط‌های استفاده شده در فشارهای صوت برخوردی و خروجی و میدان‌های جابجایی دارای بی‌نهایت مود هستند؛ بنابراین در این قسمت همگرایی نتایج ناشی از افت انتقال صوت را برای فرکانس‌های تحریک خاص برای زاویه برخورد ($\alpha = 30^\circ$) نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل ۲ مشاهده می‌شود با افزایش فرکانس تحریک، شماره مود بیشتری برای همگرایی نتایج نیاز است که در اینجا از ۲۰۰ مود برای محاسبات استفاده شده است. به علاوه در جدول ۱ خواص مکانیکی و هندسی و آکوستیکی مورد استفاده در این آنالیز بیان شده است.

همچنین فرض شده است که:

$$h_p = 0.5 \text{ mm}, h = 1.5 \text{ mm}, R = 1 \text{ m}, p_0 = 1 \text{ Pa}$$

است. قابل ذکر است که در این بررسی f_r بیانگر فرکانس رینگ (Ring Frequency) است که در این نقطه افت انتقال صوت کمینه است و در آن محیط پوسته با طول موج طولی آن برابر می‌شود. این فرکانس همیشه مستقل از زاویه برخورد بوده است. در پدیده افت انتقال صوت هرچقدر به میزان دامنه افت انتقال صوت بیشتر باشد صدا کمتر به درون پوسته نفوذ می‌کند. قابل توجه است که در فرکانس‌های رزونانس سیستم، میزان افت انتقال صوت کمتر و صدا بیشتر از سازه عبور می‌کند که این نقاط به صورت «دره» در محدوده فرکانسی مشاهده می‌شوند. همچنین دو ناحیه سختی کنترل (stiffness control) و جرم کنترل (masscontrol) در شکل مشخص شده است که در ناحیه سختی کنترل که از فرکانس تحریک اولیه شروع می‌شود و تا فرکانس رینگ ادامه دارد اثرات سختی سازه بر بهبود افت انتقال صوت گذر کرده از سازه مؤثر هستند، درحالی‌که در ناحیه جرم کنترل که از فرکانس رینگ شروع می‌شود، اثرات جرم سازه بیشتر بر روند ارتعاش-صوت در پوسته‌های استوانه‌ای مؤثر است. از شکل ۴ مشخص است که با افزایش زاویه برخورد تا ناحیه فرکانس رینگ، افت انتقال صوت افزایش پیدا می‌کند.



شکل ۴: اثرات زاویه برخورد موج آکوستیکی بر افت انتقال صوت.

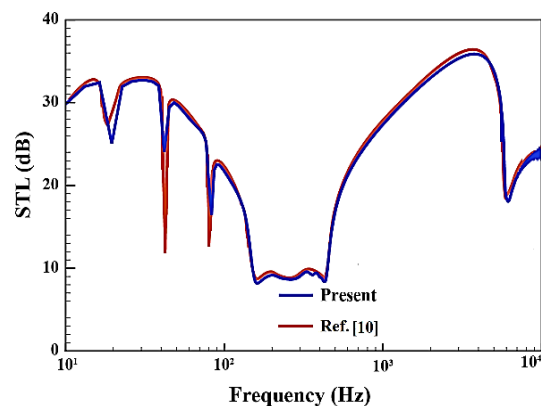
در شکل ۵، اثرات درصد مواد مدرج تابعی ترکیبی از سرامیک و فلز بر افت انتقال صوت با فرض $\alpha = 30^\circ$, $N = 2$, $\beta_p = 15^\circ$, $V = 0$ مورد بررسی قرار گرفته است. قابل ذکر است که مقدار ایندکس تابع توانی بین صفر و بی‌نهایت است که اگر صفر باشد سازه ما تمام

است. قابل توجه است که در این جدول n شماره مود است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایج ارائه شده در این قسمت از دقت قابل قبولی برخوردار هستند.

جدول ۲: اعتبارسنجی فرکانس‌های طبیعی (GHz) پوسته استوانه‌ای پیزوالکتریک

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
مرجع [۳۱]	۰/۴۵۸۳	۰/۲۴۳۳	۰/۵۳۰۱
مطالعه اخیر	۰/۴۵۸۲	۰/۲۲۹۸	۰/۴۸۰۶
درصد خطا	۰/۰۲۲	۵/۵۴	۹/۳۳

برای صحت سنجی نتایج ناشی از افت انتقال صوت، با حذف خواص وصله‌های پیزوالکتریک، افت انتقال صوت را برای یک پوسته استوانه‌ای آلومینیوم غوطه‌ور شده در محیط سیال هوا را در محدوده فرکانسی مشخص به دست آورده و با نتایج گزارش شده توسط مرجع [۱۰] در شکل ۳ مقایسه کرده‌ایم. قابل توجه است که مرجع ذکر شده از تئوری میدان جابجایی کلاسیک پوسته‌ها استفاده کرده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است نتایج از دقت بالایی برخوردار هستند.

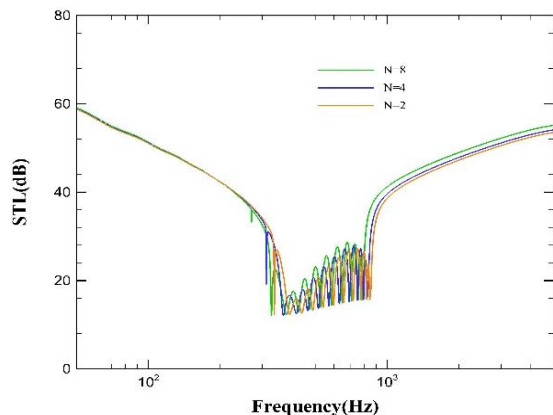


شکل ۳: مقایسه افت انتقال صوت در پوسته.

۴-۳- نتایج اصلی

در شکل ۴، اثرات زاویه موج برخوردی بر تغییرات افت انتقال صوت در پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی همراه با وصله‌های پیزوالکتریک با فرض $p = 1$, $N = 2$, $\beta_p = 15^\circ$, $V = 0$ مورد بررسی قرار گرفته

تعداد وصله‌های پیزوالکتریک، افت انتقال صوت مخصوصاً در ناحیه جرم کنترل بیشتر می‌شود.



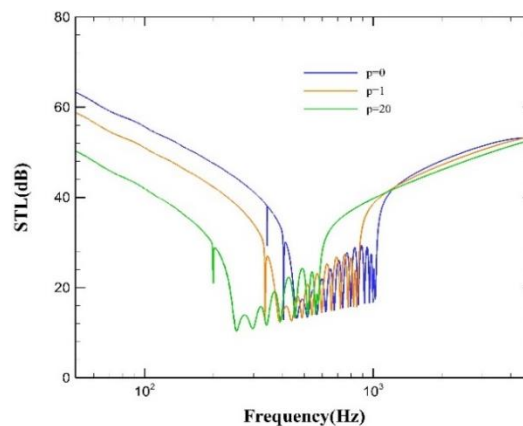
شکل ۷: اثرات تعداد وصله‌های پیزوالکتریک بر افت انتقال صوت.

۵- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، به بررسی افت انتقال صوت در پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی همراه با وصله‌های پیزوالکتریک، پرداخته شد. با استفاده از نظریه میدان برشی مرتبه اول همراه با روابط ماکسول مربوط به مواد پیزوالکتریک، معادلات ساختاری به دست آمد. برای مدل‌سازی مواد مدرج تابعی، از مدل تابع توانی که تغییرات خواص را در جهت ضخامت پوسته مشخص می‌کند استفاده شد. بعد از بررسی همگرایی و به دست آوردن تعداد مود کافی برای محاسبه افت انتقال صوت و اعتبارسنجی نتایج، اثرات پارامترهای مؤثر بر رفتار ارتعاش-صوت مانند زاویه برخورد موج آکوستیکی، ایندکس تابع توانی، تعداد وصله‌های پیزوالکتریک، ولتاژ الکتریکی اعمال شده از طرف وصله‌های پیزوالکتریک بررسی شد. برخی از مهم‌ترین نتایج حاصل شده از این پژوهش عبارت است از:

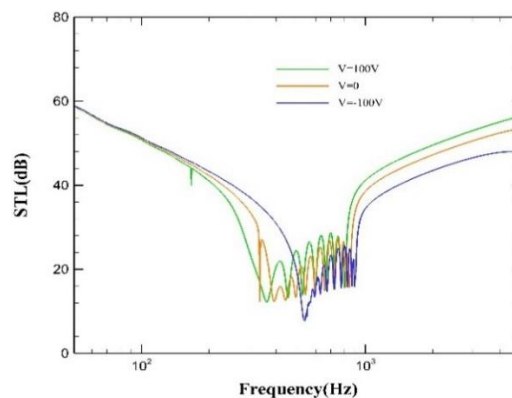
- ولتاژ اعمالی قادر به بهبود افت انتقال صوت در سازه خصوصاً در نواحی فرکانس بالا بوده است.
- با افزایش زاویه برخورد تا ناحیه فرکانس رینگ، افت انتقال صوت افزایش پیدا می‌کند.
- با افزایش پارامتر ایندکس تابع توانی، در ناحیه ابتدایی فرکانسی که ناحیه سختی کنترل نامیده می‌شود، افت انتقال صوت کمتر می‌شود.

سرامیک و اگر بی‌نهایت باشد سازه ما تماماً فلز است. با افزایش پارامتر ایندکس تابع توانی، از آنجا که خواص مکانیکی سازه به تدریج از سرامیک به فلز میل می‌کند و سختی سازه کمتر می‌شود؛ بنابراین در ناحیه ابتدایی فرکانسی که ناحیه سختی کنترل نامیده می‌شود، افت انتقال صوت کمتر می‌شود.



شکل ۵: اثرات ایندکس تابع توانی بر افت انتقال صوت.

در شکل ۶، اثرات ولتاژ وصله‌های پیزوالکتریک بیرونی بر افت انتقال صوت با فرض $\alpha = 30^\circ$, $N = 2$, $\beta_p = 15^\circ$, $p = 1$ گرفته است. همان‌گونه که از این شکل مشخص است ولتاژ اعمالی قادر به بهبود افت انتقال صوت در سازه خصوصاً در نواحی فرکانس بالا بوده است.



شکل ۶: اثرات ولتاژ بر افت انتقال صوت.

در شکل ۷، اثرات تعداد وصله‌های پیزوالکتریک بر افت انتقال صوت با فرض $\alpha = 30^\circ$, $V = 0$, $\beta_p = 15^\circ$, $p = 1$ مورد بررسی قرار گرفته است. مشاهده می‌شود که با افزایش

$$\begin{aligned} \delta\psi_\theta : & b_{66} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} \right) + d_{66} \left(\frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial \theta} \right) + \\ & \frac{b_{12}}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + \frac{d_{22}}{R} \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} g_{32} \frac{\partial \phi_m}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \bar{g}_{32} \frac{\partial \phi_{ex}}{\partial \theta} - \\ & k_s a_{44} \left(\psi_\theta + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{R} \right) - k_s l_{32} \frac{\partial \phi_m}{\partial \theta} - k_s \bar{l}_{32} \frac{\partial \phi_{ex}}{\partial \theta} + \\ & \frac{d_{12}}{R} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial \theta} + \frac{b_{22}}{R} \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) = I_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial t^2}, \\ \delta\phi_m : & l_{31} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \right) + l_{32} \left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \\ & - f_{31} \frac{\partial u}{\partial x} - g_{31} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - f_{32} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \right) - \frac{1}{R} g_{32} \frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} - \\ & p_{11} \frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} - p_{22} \frac{\partial^2 \phi_m}{\partial \theta^2} + p_{33} \phi_m = 0, \\ \delta\phi_{ex} : & \bar{l}_{31} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \right) + \bar{l}_{32} \left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \\ & - \bar{f}_{31} \frac{\partial u}{\partial x} - \bar{g}_{31} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - \bar{f}_{32} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \right) - \frac{1}{R} \bar{g}_{32} \frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} - \\ & \bar{p}_{11} \frac{\partial^2 \phi_{ex}}{\partial x^2} - \bar{p}_{22} \frac{\partial^2 \phi_{ex}}{\partial \theta^2} + \bar{p}_{33} \phi_{ex} = 0 \end{aligned}$$

در حالیکه

$$\begin{aligned} [I_0, I_1, I_2] = & \quad (۲پ) \\ & \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} \rho_P [1, z, z^2] dz d\theta + \\ & \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(Z) [1, z, z^2] dz d\theta + \\ & \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} \rho_P [1, z, z^2] dz d\theta, \\ [a_{11}, b_{11}, d_{11}] = & \\ & \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} c_{11} [1, z, z^2] dz d\theta + \\ & \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{E(z)}{1-\mathcal{G}(z)^2} [1, z, z^2] dz d\theta + \\ & \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} c_{11} [1, z, z^2] dz d\theta, \end{aligned}$$

- با افزایش تعداد وصله‌های پیزوالکتریک، افت انتقال صوت مخصوصاً در ناحیه جرم کنترل بیشتر می‌شود.

۶- پیوست

$$\begin{aligned} \delta u : & a_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b_{11} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + a_{12} \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{b_{12}}{R} \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial x \partial \theta} + \quad (۱پ) \\ & f_{31} \frac{\partial \phi_m}{\partial x} + \bar{f}_{31} \frac{\partial \phi_{ex}}{\partial x} + \frac{a_{66}}{R} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + \\ & \frac{b_{66}}{R} \left(\frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial \theta^2} \right) = I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2}, \\ \delta v : & a_{66} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} \right) + b_{66} \left(\frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial \theta} \right) + \\ & \frac{a_{12}}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + \frac{b_{12}}{R} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial \theta} + \frac{a_{22}}{R} \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \\ & f_{32} \frac{\partial \phi_m}{\partial \theta} + \bar{f}_{32} \frac{\partial \phi_{ex}}{\partial \theta} + \frac{b_{22}}{R} \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial \theta^2} + \\ & \frac{k_s}{R} a_{44} \left(\psi_\theta + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{R} \right) \\ & + k_s l_{32} \frac{\partial \phi_m}{\partial \theta} + k_s \bar{l}_{32} \frac{\partial \phi_{ex}}{\partial \theta} = I_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial t^2}, \\ \delta w : & k_s a_{55} \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + k_s l_{31} \frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} + k_s \bar{l}_{31} \frac{\partial^2 \phi_{ex}}{\partial x^2} + \\ & \frac{k_s a_{44}}{R} \left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{b_{22}}{R} \frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} \\ & - \frac{1}{R} f_{32} \phi_m - \frac{1}{R} \bar{f}_{32} \phi_{ex} = I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \Delta P, \\ \delta\psi_x : & b_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + d_{11} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + b_{12} \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \\ & \frac{d_{12}}{R} \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial x \partial \theta} + g_{31} \frac{\partial \phi_m}{\partial x} + \bar{g}_{31} \frac{\partial \phi_{ex}}{\partial x} + \\ & \frac{b_{66}}{R} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + \frac{d_{66}}{R} \left(\frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial \theta^2} \right) - \\ & k_s a_{55} \left(\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + k_s l_{31} \frac{\partial \phi_m}{\partial x} + k_s \bar{l}_{31} \frac{\partial \phi_{ex}}{\partial x} = \\ & I_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\bar{f}_{31}, \bar{g}_{31}] &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} 2e_{31} \left(z - \frac{h+h_p}{2} \right) [1, z] dz d\theta, \\
 l_{31} &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} e_{15} \left[\left(z + \frac{h+h_p}{2} \right)^2 - \left(\frac{h_p}{2} \right)^2 \right] dz d\theta, \\
 \bar{l}_{31} &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} e_{15} \left[\left(z - \frac{h+h_p}{2} \right)^2 - \left(\frac{h_p}{2} \right)^2 \right] dz d\theta \\
 P_{11} &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} k_{11} \left[\left(z + \frac{h+h_p}{2} \right)^2 - \left(\frac{h_p}{2} \right)^2 \right]^2 dz d\theta, \\
 P_{22} &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} k_{22} \left(\frac{1}{r+z} \right)^2 \left[\left(z + \frac{h+h_p}{2} \right)^2 - \left(\frac{h_p}{2} \right)^2 \right]^2 dz d\theta, \\
 \bar{P}_{22} &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} k_{22} \left(\frac{1}{r+z} \right)^2 \left[\left(z - \frac{h+h_p}{2} \right)^2 - \left(\frac{h_p}{2} \right)^2 \right]^2 dz d\theta, \\
 P_{33} &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} 4k_{33} \left(z + \frac{h+h_p}{2} \right)^2 dz d\theta, \\
 \bar{P}_{33} &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} 4k_{33} \left(z - \frac{h+h_p}{2} \right)^2 dz d\theta
 \end{aligned}$$

۷- مراجع

- [1] Bai Y, Jin W-L. Ultimate strength of cylindrical shells. *Marine Structural Design*. 2016;353-65.
- [2] Xie M, Chen H, Wu J, Sun F. Application of energy finite element method to high-frequency structural-acoustic coupling of an aircraft cabin with truncated conical shape. *Computer Modeling in Engineering & Sciences(CMES)*. 2010;61(1):1-22.
- [3] Yang Y, Mace BR, Kingan MJ. Prediction of sound transmission through, and radiation from, panels using a wave and finite element method. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2017;141(4):2452-60.

$$\begin{aligned}
 [a_{12}, b_{12}, d_{12}] &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} c_{12} [1, z, z^2] dz d\theta + \\
 \int_0^{2\pi} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\mathcal{G}(z) E(z)}{1-\mathcal{G}(z)} [1, z, z^2] dz d\theta + \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} c_{12} [1, z, z^2] dz d\theta, \\
 [a_{22}, b_{22}, d_{22}] &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} c_{22} [1, z, z^2] dz d\theta + \\
 \int_0^{2\pi} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{E(z)}{1-\mathcal{G}(z)} [1, z, z^2] dz d\theta + \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} c_{22} [1, z, z^2] dz d\theta, \\
 [a_{44}, a_{55}, a_{66}] &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} [c_{44}, c_{55}, c_{66}] dz d\theta + \\
 \int_0^{2\pi} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[\frac{E(z)}{2(1+\mathcal{G}(z))}, \frac{E(z)}{2(1+\mathcal{G}(z))}, \frac{E(z)}{2(1+\mathcal{G}(z))} \right] dz d\theta + \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} [c_{44}, c_{55}, c_{66}] dz d\theta, \\
 b_{66} &= \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} c_{66} z dz d\theta + \\
 \int_0^{2\pi} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{E(z)}{2(1+\mathcal{G}(z))} z dz d\theta + \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} c_{66} z dz d\theta,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [f_{31}, g_{31}] &= \\
 \sum_{\gamma=1}^N \int_{(\gamma-1)(\beta_p+\beta_c)}^{\gamma\beta_p+(\gamma-1)\beta_c} \int_{-\frac{h}{2}-h_p}^{\frac{h}{2}} 2e_{31} \left(z + \frac{h+h_p}{2} \right) [1, z] dz d\theta,
 \end{aligned}$$

- Mechanics Based Design of Structures and Machines. 2020:1-18.
- [15] Hasheminejad SM, Cheraghi M, Jamalpoor A. Active damping of sound transmission through an electrorheological fluid-actuated sandwich cylindrical shell. *Journal of Sandwich Structures & Materials*. 2020;22(3):833-65.
- [16] Reaei S, Tarkashvand A, Talebitooti R. Applying a functionally graded viscoelastic model on acoustic wave transmission through the polymeric foam cylindrical shell. *Composite Structures*. 2020;244:112261.
- [17] Parrinello A, Kesour K, Ghiringhelli G, Atalla N. Diffuse field transmission through multilayered cylinders using a Transfer Matrix Method. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2020;136:106514.
- [18] Oliazadeh P, Farshidianfar A, Crocker MJ. Experimental and analytical investigation on sound transmission loss of cylindrical shells with absorbing material. *Journal of Sound and Vibration*. 2018;434:28-43.
- [19] Lee J-H, Kim J. Study on sound transmission characteristics of a cylindrical shell using analytical and experimental models. *Applied acoustics*. 2003;64(6):611-32.
- [20] Shojaeefard MH, Talebitooti R, Ahmadi R, Gheibi MR. Sound transmission across orthotropic cylindrical shells using third-order shear deformation theory. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 2014;11:2039-72.
- [21] Daneshjou K, Talebitooti R, Tarkashvand A. Analysis of sound transmission loss through thick-walled cylindrical shell using three-dimensional elasticity theory. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016;106:286-96.
- [22] Talebitooti R, Ahmadi R, Shojaeefard M. Three-Dimensional wave propagation on orthotropic cylindrical shells with arbitrary thickness considering state space method. *Composite Structures*. 2015;132:239-54.
- [23] Magniez J, Chazot J-D, Hamdi MA, Troclet B. A mixed 3D-Shell analytical model for the prediction of sound transmission through sandwich cylinders. *Journal of Sound and Vibration*. 2014;333(19):4750-70.
- [24] Liu Y, He C. Diffuse field sound transmission through sandwich composite cylindrical shells with poroelastic core and external mean flow. *Composite Structures*. 2016;135:383-96.
- [25] Golzari M, Jafari AA. Sound transmission loss through triple-walled cylindrical shells with porous layers. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2018;143(6):3529-44.
- [4] Li C, Campbell BK, Liu Y, Yue DK. A fast multi-layer boundary element method for direct numerical simulation of sound propagation in shallow water environments. *Journal of Computational Physics*. 2019;392:694-712.
- [5] Zhou J, Bhaskar A, Zhang X. Sound transmission through a double-panel construction lined with poroelastic material in the presence of mean flow. *Journal of Sound and Vibration*. 2013;332(16):3724-34.
- [6] Talebitooti R, Zarastvand M. Vibroacoustic behavior of orthotropic aerospace composite structure in the subsonic flow considering the Third order Shear Deformation Theory. *Aerospace Science and Technology*. 2018;75:227-36.
- [7] Mei-xia C, Dong-ping L, Xiao-ning C, Rui-xi S. Analytical solution of radiation sound pressure of double cylindrical shells in fluid medium. *Applied Mathematics and Mechanics*. 2002;23(4):463-70.
- [8] Talebitooti R, Khameneh AC. Wave propagation across double-walled laminated composite cylindrical shells along with air-gap using three-dimensional theory. *Composite Structures*. 2017;165:44-64.
- [9] Zhang Q, Mao Y, Qi D. Effect of perforation on the sound transmission through a double-walled cylindrical shell. *Journal of Sound and Vibration*. 2017;410:344-63.
- [10] Zhou J, Bhaskar A, Zhang X. The effect of external mean flow on sound transmission through double-walled cylindrical shells lined with poroelastic material. *Journal of Sound and Vibration*. 2014;333(7):1972-90.
- [11] Talebitooti R, Gohari H. Optimization of Sound transmission through composite cylinder with poroelastic core considering VCM. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2020;27(3):238-49.
- [12] Talebitooti R, Zarastvand M, Gheibi M. Acoustic transmission through laminated composite cylindrical shell employing third order shear deformation theory in the presence of subsonic flow. *Composite Structures*. 2016;157:95-110.
- [13] Talebitooti R, Daneshjou K, Tarkashvand A. Study of imperfect bonding effects on sound transmission loss through functionally graded laminated sandwich cylindrical shells. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2017;133:469-83.
- [14] Ahmadi M, Talebitooti M, Talebitooti R. Analytical investigation on sound transmission loss of functionally graded nanocomposite cylindrical shells reinforced by carbon nanotubes.

- [26] Shahsavari H, Talebitooti R, Kornokar M. Analysis of wave propagation through functionally graded porous cylindrical structures considering the transfer matrix method. *Thin-Walled Structures*. 2021;159:107212.
- [27] Kenter JO, O'Brien L, Hockley N, Ravenscroft N, Fazey I, Irvine KN, et al. What are shared and social values of ecosystems? *Ecological economics*. 2015;111:86-99.
- [28] Lu L, Zhu L, Guo X, Zhao J, Liu G. A nonlocal strain gradient shell model incorporating surface effects for vibration analysis of functionally graded cylindrical nanoshells. *Applied Mathematics and Mechanics*. 2019;40(12):1695-722.
- [29] Mohammadimehr M, Rostami R. Bending and vibration analyses of a rotating sandwich cylindrical shell considering nanocomposite core and piezoelectric layers subjected to thermal and magnetic fields. *Applied Mathematics and Mechanics*. 2018;39(2):219-40.
- [30] Sheng G, Wang X. Nonlinear vibration control of functionally graded laminated cylindrical shells. *Composites Part B: Engineering*. 2013;52:1-10.
- [31] Ke L, Wang Y, Reddy J. Thermo-electro-mechanical vibration of size-dependent piezoelectric cylindrical nanoshells under various boundary conditions. *Composite Structures*. 2014;116:626-36.



Sound Transmission Loss of a Sandwich Cylindrical Shell with Piezoelectric Patches and Functionally Graded Materials Core

Mohammadreza Elhami^{1*}, Hossein Azarion², Khodadad Vahedi³

¹ Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran

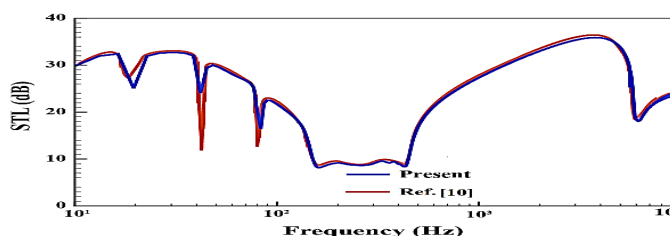
² Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran

³ Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran

HIGHLIGHTS

- With increasing the power law index, sound transmission loss decreases in the low-frequency region.
- The applied voltage is able to improve the sound transmission loss especially in high-frequency region.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 29 June 2021

Received in revised form: 3 August 2021

Accepted: 1 January 2022

Available online: 10 January 2022

*Correspondence:

Melhami@ihu.ac.ir

How to cite this article:

M. Elhami, H. Azarion, K. Vahedi. Sound transmission loss of a sandwich cylindrical shell with piezoelectric patches and functionally graded materials core. *Journal of Aerospace Mechanics*. 2022; 18(1):91-104.

Keywords:

Sound transmission loss

Cylindrical shells

Functionally graded materials

Piezoelectric

First order shear deformation theory

ABSTRACT

In this study, sound transmission loss of a cylindrical shell made out of functionally graded materials with an arrangement of piezoelectric patches is investigated in the framework of the first-order shear deformation theory. Also, power law model is utilized to take into account material characteristics distribution along the thickness of the shell. It is noteworthy that both outer and inner piezoelectric patches are used as actuator and sensor. The structure is immersed in an acoustic medium of air and is subjected to acoustic waves with certain incident angle. The derivation of vibroacoustic equations in the form of coupled relations is realized by implementing Hamilton's principle in conjunction with fluid/structure compatibility conditions. An analytical method is exploited to solve the coupled vibroacoustic governing equations with Fourier series. After validation study, parameter studies reveal the effects of the functionally graded index, incident angles, external electric voltage, and characteristics of piezoelectric patches on the sound transmission loss behavior of the structure in a certain frequency domain. Results indicated that with increasing the power law index, sound transmission loss decreases in the low-frequency region. Also, the applied voltage is able to improve the sound transmission loss especially in high-frequency region.

