



تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویکرد مد لغزشی توسعه یافته زمان گسسته

مهسا جواهری پور^۱، احمدرضا ولی^۲، وحید بهنام گل^{۳*}، فیروز الهوردی زاده^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

^۲ دانشیار، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

^۳ استادیار، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

برجسته‌ها

- طراحی رویکرد مد لغزشی توسعه یافته زمان گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید و ارزیابی آن در حلقه هدایت.
- بهتر است رویکرد از ابتدا به صورت زمان گسسته طراحی گردد تا مسائل پیاده سازی آن از مرحله طراحی در نظر گرفته شده شود.

مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۱۳

بازنگری: ۱۴۰۰/۰۵/۰۹

پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۹

ارائه برخط: ۱۴۰۰/۱۱/۰۲

*نویسنده مسئول:

vahid_behnamgol@mut.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

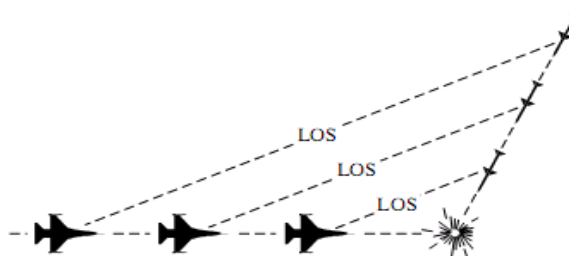
مد لغزشی زمان گسسته

رویکرد توسعه یافته

تخمین نرخ چرخش خط دید

جستجوگر چسبیده به بدنه

چکیده گرافیکی

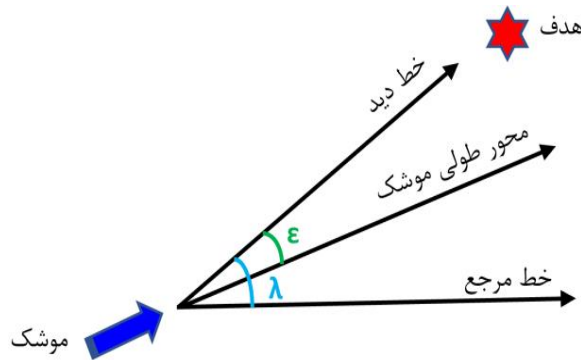


چکیده

ناوبری تناسبی معمولاً در فاز نهایی موشک‌های آشیانه‌یاب مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای پیاده‌سازی این قانون هدایت نیاز به اندازه‌گیری و یا محاسبه متغیر نرخ چرخش خط دید است. برای اندازه‌گیری این متغیر معمولاً نیاز به استفاده از جستجوگرهای طوقه‌دار است؛ اما در صورتی که سامانه مجهز به جستجوگر چسبیده به بدنه باشد، این متغیر باید از روش‌های مشتق‌گیری و یا تخمین محاسبه گردد. با توجه به اینکه سیگنال اندازه‌گیری شده توسط جستجوگرها معمولاً آغشته به نویز است؛ لذا مشتق‌گیری از این سیگنال نیازمند عبور از فیلتر پایین‌گذر بوده که منجر به تغییر رفتار در متغیر اندازه‌گیری شده خواهد شد. مسئله موردنظر در این مقاله طراحی رویکرد مد لغزشی توسعه یافته زمان گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید و ارزیابی آن در حلقه هدایت می‌باشد که این کار با انجام شبیه‌سازی کامپیوتری بررسی می‌شود. پیاده‌سازی رویکردهای زمان پیوسته در پردازنده‌ها دارای چالش‌هایی از قبیل انتخاب زمان نمونه‌برداری است و بهتر است رویکرد از ابتدا به صورت زمان گسسته طراحی گردد تا مسائل پیاده‌سازی آن از مرحله طراحی در نظر گرفته شده و در شبیه‌سازی‌های کامپیوتری نیز بررسی گردد.

۱- مقدمه

این جستجوگرها مرکز تصویر همواره در راستای طولی موشک است و هدف در صفح تصویر جابه‌جا می‌شود و قفل کردن بر روی هدف نیز با روش پردازش تصویر انجام می‌شود. خروجی جستجوگر نیز زاویه محور جستجوگر با خط دید هدف از موشک می‌باشد که این زاویه با نماد (ϵ) در شکل ۲ نمایش داده شده است [۱].



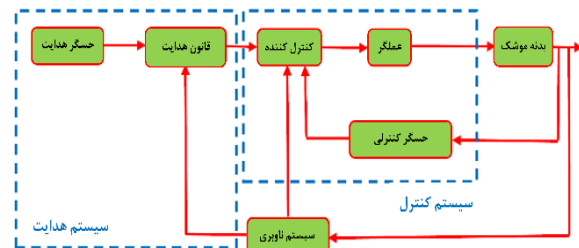
شکل (۲): چگونگی اندازه‌گیری خطای ردیابی توسط

جستجوگر در صفحه فراز

با توجه به نوع جستجوگر و اطلاعات اندازه‌گیری شده توسط آن، می‌توان از الگوریتم‌ها و قوانین هدایت مختلفی استفاده نمود. برای تعیین قانون هدایت، ابتدا باید نوع الگوریتم هدایت مشخص شود و بر اساس آن، قانون هدایت مناسب برای برخورد موشک با هدف طراحی شود. آشیانه‌یابی یکی از الگوریتم‌های هدایت بوده که در آن از یک وسیله برای مشاهده‌ی هدف استفاده کرده و بر اساس اطلاعات اندازه‌گیری شده توسط این وسیله موشک به سمت هدف هدایت می‌شود. در این روش دو نقطه مهم (موشک و هدف) وجود دارد و خط واصل بین موشک و هدف، خط دید نامیده می‌شود. قانون هدایت در این روش معمولاً بر اساس نرخ چرخش خط دید می‌باشد. این الگوریتم هدایت برای فاز نهایی پرواز مناسب است ولی در برخی موارد مانند موشک‌های کوتاه برد در تمام طول مسیر از آن استفاده می‌گردد.

در الگوریتم هدایت آشیانه‌یاب اغلب از قوانین هدایت خانواده ناوبری تناسبی استفاده می‌شود (شکل ۳). در ناوبری تناسبی، برای تضمین برخورد موشک به هدف دو شرط اساسی وجود دارد:

وسایل پرنده کاربردهای گسترده‌ای دارند و قادر به انجام مأموریت‌های پروازی متنوعی از جمله جابجایی مسافر و بار از یک مکان به مکان دیگر، برخورد به یک هدف، قرار دادن ماهواره در مدار و... هستند. در انجام هر یک از این مأموریت‌ها، لازم است وسیله پرنده روی یک مسیر خاص حرکت کند. برای این منظور، لازم است در هر لحظه موقعیت وسیله پرنده تعیین شود؛ موقعیت نهایی‌ای که وسیله پرنده می‌خواهد به آن برسد مشخص گردد و به منظور رسیدن از موقعیت فعلی به موقعیت جدید یا دنبال کردن مسیر مطلوب، اقدامی انجام دهد. این اقدامات، توسط سیستم‌های ناوبری، هدایت و کنترل وسیله پرنده انجام می‌شود. برای اجرای این فرآیند حلقه هدایت به صورت نمایش داده شده در شکل ۱ خواهد بود [۱].

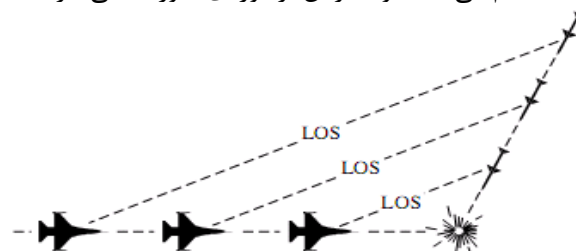


شکل (۱): حلقه هدایت آشیانه‌یاب

اطلاعاتی از قبیل موقعیت نسبی موشک و هدف توسط حسگرهای هدایت انجام می‌شوند. جستجوگر حسگری است که در نوک موشک نصب شده و اطلاعاتی در مورد سینماتیک نسبی موشک و هدف مانند نرخ چرخش خط دید، سرعت نزدیک شدن موشک به هدف و... را اندازه‌گیری می‌کند. جستجوگرها از نظر نحوه پیاده‌سازی به دو دسته کلی ثابت (چسبیده به بدنه) و طوقه‌دار تقسیم می‌شوند. در جستجوگرهای طوقه‌دار، ابزار بینایی بر روی طوقه‌ها سوار شده‌اند. در این جستجوگرها، سعی می‌شود که ابزار بینایی به سمت هدف نشانه‌روی نموده و مرکز تصویر روی هدف نگه‌داری شود. بدین منظور، باید توسط یک سیستم کنترل، حرکت وضعی موشک و حرکت انتقالی موشک و هدف جبران‌سازی شده و حرکت‌های لازم به طوقه‌ها داده شود؛ اما در جستجوگرهای چسبیده به بدنه، ابزار بینایی به‌طور ثابت در سر موشک نصب می‌شوند. در

موشک زمین به هوا می‌پردازد. در این مرجع فرض می‌شود نرخ چرخش خط دید اندازه‌گیری شده و مشتقات مراتب بالاتر زاویه خط دید از روی اندازه‌گیری این متغیر توسط فیلتر کالمن تخمین زده شده و با ترکیب این مشتقات به تابعی تحت عنوان نرخ چرخش خط دید معادل رسیده و از آن در سیستم هدایت استفاده کرده است. در مرجع [۶]، با فرض استفاده از جستجوگر چسبیده به بدنه، مسئله استخراج نرخ چرخش خط دید حل شده و برای این کار دو روش ارائه شده است: (۱) به دست آوردن نرخ چرخش خط دید با حل معادله دیفرانسیلی زاویه خط دید نسبت به زمان و (۲) تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از فیلتر کالمن. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش دوم بهتر از روش اول است؛ اما لازم به ذکر است که روش‌هایی همچون فیلتر کالمن برای تخمین در سامانه‌های خطی مناسب بوده و کارایی آن در سامانه‌های غیرخطی کاهش می‌یابد. برای استفاده از روش‌هایی همچون فیلتر کالمن برای تخمین نرخ چرخش خط دید لازم است که دینامیک هندسه درگیری در فاز نهایی خطی‌سازی شود که این امر موجب کاهش دقت تخمین خواهد شد. برای حل این مشکل می‌توان از رویکردهای غیرخطی برای تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده کرد. در مرجع [۷]، کارایی قانون هدایت APN با به‌کارگیری فیلتر کالمن و رویکرد غیرخطی مد لغزشی مرتبه دوم مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که در سیستم هدایت APN با استفاده از رویکرد ذکر شده برای تخمین نرخ چرخش خط دید به‌جای فیلتر کالمن، می‌توان به فاصله از دست‌دهی کمتر رسید. به‌طور مشابه، در مرجع [۸]، با استفاده از شبیه‌سازی‌های مونت کارلو، کارایی هدایت تناسبی، هدایت تناسبی افزوده و قانون هدایت بهینه با فیلتر کالمن در مقابل هدایت تناسبی با جبران‌ساز پیش‌فاز و همچنین بدون آن با استفاده از رویکرد مد لغزشی مقایسه شده است. در این مرجع نشان داده شده است که رویکرد مد لغزشی نسبت به فیلتر کالمن، به کمتر شدن فاصله از دست‌دهی کمک بیشتری می‌کند. در مرجع [۹]، مسئله استفاده از تئوری مد لغزشی برای طراحی رویکرد غیرخطی مدنظر قرار گرفته و یک ساختار رویکرد غیرخطی شامل جملات سویچینگ ارائه گردیده است. نتایج

- (۱) ثابت بودن جهت خط دید نسبت به فضای اینرسی (موازی بودن خط دید نسبت به خط دید اولیه در هر لحظه تا زمان برخورد)
- (۲) کم شدن فاصله نسبی موشک و هدف (ممکن است شرط اول برقرار باشد اما در صورتی که فاصله در حال افزایش باشد، موشک و هدف در حال دور شدن از هم می‌باشند و بنابراین برخوردی صورت نمی‌گیرد)



شکل (۳): نحوه عملکرد موشک در قانون هدایت ناوبری تناسبی

ناوبری تناسبی محض اولین قانون هدایت ارائه شده در این دسته بوده و از نرخ چرخش خط دید و سرعت موشک برای محاسبه دستور شتاب جانبی موشک استفاده می‌کند. نوع اصلاح‌شده این قانون هدایت، ناوبری تناسبی حقیقی بوده که از نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک‌شوندگی موشک به هدف برای تولید دستور شتاب جانبی استفاده می‌کند. نشان داده شده است که این قوانین هدایت یک حل بهینه برای مسائل آشیانه‌یابی با دینامیک خطی بوده و بدون در نظر گرفتن دینامیک خودخلبان برای رهگیری کامل اهداف بدون مانور مناسب می‌باشند. قانون هدایت تناسبی حقیقی برای تولید دستور شتاب جانبی موشک نیاز به متغیرهای نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک‌شوندگی دارد [۱-۳]. پیاده‌سازی هدایت تناسبی نیازمند اندازه‌گیری و یا تخمین نرخ چرخش خط دید است. در صورتی که از جستجوگر چسبیده به بدنه استفاده شود، اندازه‌گیری مستقیم این متغیر امکان‌پذیر نبوده و لذا تخمین نرخ چرخش خط دید باید انجام شود. یکی از روش‌های موجود برای تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده از فیلتر کالمن می‌باشد که در مراجع متعددی برای این منظور طراحی شده است. در مرجع [۴]، کاربرد یک فیلتر کالمن تطبیقی برای تخمین نرخ چرخش خط دید مورد مطالعه قرار گرفته است. مرجع [۵] به ارائه و پیاده‌سازی روشی جدید در هدایت یک

در ساختار رویتر و گسسته بودن سیگنال ورودی، سیگنال خروجی سیگنال همواری خواهد بود. از این رو، طراحی رویتر زمان گسسته در سال‌های اخیر مورد توجه محققین قرار گرفته است. در مرجع [۱۲] شرط لازم و کافی برای وجود یک رویتر غیرخطی زمان گسسته بیان شده است. در مرجع [۱۳]، طراحی رویتر برای سیستم‌های غیرخطی با استفاده از دو رویکرد بررسی شده است: ۱- رویتر بر اساس یک مدل تقریبی زمان گسسته فرآیند طراحی شده است و ۲- رویتر بر اساس مدل زمان پیوسته فرآیند طراحی شده و سپس به منظور پیاده‌سازی، گسسته شده است. در مرجع [۱۴]، از رویتر مد لغزشی زمان گسسته برای تخمین ولتاژ خازن‌های یک مبدل چندسطحی بر اساس رویکرد مدل زمان گسسته استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند رویتر طراحی شده در این مرجع دارای عملکرد پایداری می‌باشد. در مرجع [۱۵] نیز طراحی رویتر مد لغزشی زمان گسسته با مرتبه دلخواه برای سیستم‌های غیرخطی ارائه شده است.

نوآوری اصلی این مقاله، طراحی رویتر غیرخطی زمان گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از داده‌های جستجوگر چسبیده به بدنه است. در روش سنتی استخراج نرخ چرخش خط دید، پس از فیلتر کردن خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه، از این سیگنال مشتق گرفته می‌شود. استفاده از فیلتر پایین‌گذر در این مرحله منجر به تأخیر در حلقه هدایت و افزایش فاصله از دست‌دهی خواهد شد؛ بنابراین تخمین متغیر نرخ چرخش خط دید به جای مشتق‌گیری از زاویه خط دید، منجر به افزایش کارایی خواهد شد. حال آنکه مسئله هدایت در فاز نهایی یک مسئله غیرخطی بوده و از این رو استفاده از رویتر غیرخطی برای تخمین نرخ چرخش خط دید مطلوب خواهد بود. همچنین برای بررسی دقیق‌تر و سهولت در پیاده‌سازی، رویتر مورد نظر در این مقاله به صورت زمان گسسته طراحی خواهد شد. نوآوری دیگر این مقاله تعمیم رویتر غیرخطی زمان گسسته ارائه شده در مراجع به صورت توسعه یافته برای ایجاد قابلیت تخمین مشتقات نامعینی و اثبات پایداری این نوع رویتر می‌باشد.

نشان می‌دهند که رویتر طراحی شده با وجود خطاهای مدل‌سازی و نویز حس‌گر از عملکرد مناسبی برخوردار است. در مرجع [۱۰] در حلقه هدایت از رویتر مد لغزشی مرتبه بالا برای تخمین متغیرهای حالت استفاده شده است. رویتر طراحی شده در این مرجع بر پایه اصول الگوریتم فراپیش از مد لغزشی مرتبه دوم می‌باشد. این رویتر در مقایسه با فیلتر کالمن به اطلاعات کمتری نیاز دارند، بنابراین به کارگیری این رویتر در موشک‌های آشیانه‌یاب سودمند می‌باشد و می‌توان از آن‌ها در سیستم هدایت موشک استفاده نمود.

رویتگرهای مبتنی بر مد لغزشی در تخمین اغتشاش و نامعینی نیز عملکرد خوبی دارند و برای تخمین نامعینی‌ها مانند مانور هدف می‌توان از نوع توسعه یافته این رویترها استفاده نمود. برای این منظور در مرجع [۱۱] رویتر مد لغزشی توسعه یافته برای تخمین مانور هدف مورد استفاده قرار گرفته است. این رویتر در حضور نامعینی‌ها قادر به تخمین مانور هدف در راستای عمود بر خط دید می‌باشد؛ همچنین، این روش دارای محاسبات ساده‌ای است.

رویتگرهای زمان پیوسته می‌توانند متغیرهای حالت و نامعینی‌ها و اغتشاشات را با سرعت بالایی تخمین بزنند؛ اما هنگام پیاده‌سازی این رویترها در پردازنده مسائلی از جمله انتخاب زمان نمونه‌برداری وجود دارد و مجدداً نیازمند تنظیمات الگوریتم در پردازنده می‌باشد. البته با استفاده از روش‌های مرسوم می‌توان کد رویتر زمان پیوسته را تولید کرد و آن را بر روی پردازنده بارگذاری نمود؛ اما بهتر است رویتر از ابتدا به صورت زمان گسسته طراحی گردد و در مرحله شبیه‌سازی نیز به صورت زمان گسسته ارزیابی شود. در این صورت در هنگام پیاده‌سازی نیز چالش‌های کمتری وجود خواهد داشت. از دیگر مزیت‌های طراحی رویتر به صورت زمان گسسته که بیشتر در رویترهای غیرخطی مشهود است می‌توان به این مورد اشاره کرد که هنگامی که کد رویتر زمان پیوسته بر روی پردازنده پیاده شود، با گسسته بودن سیگنال ورودی رویتر، خروجی آن سیگنالی نوسانی خواهد بود که به دلیل وجود توابع غیرخطی در ساختار رویتر می‌باشد؛ بنابراین در صورتی که رویتر به صورت زمان گسسته طراحی شود، با وجود توابع غیرخطی

$$\dot{R} = V_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_m \cos(\gamma_m - \lambda) \quad (1)$$

همچنین، سرعت نسبی جانبی بین موشک و هدف که باعث چرخیدن خط دید خواهد شد، از تفریق مؤلفه‌های سرعت آن‌ها در راستای عمود بر خط دید به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱]:

$$V_\lambda = R\dot{\lambda} = V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda) \quad (2)$$

بنابراین:

$$\dot{\lambda} = \frac{V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R} \quad (3)$$

که $\dot{\lambda}$ بیانگر نرخ چرخش خط دید می‌باشد.

جدول (۱): متغیرهای استفاده شده در شکل ۴

نماد	متغیر
R	برد نسبی بین موشک و هدف
λ	زاویه‌ی بین خط دید و خط مرجع
γ_m	زاویه‌ی مسیر پرواز موشک
γ_t	زاویه‌ی مسیر پرواز هدف
a_m	بردار شتاب جانبی موشک
a_t	بردار شتاب جانبی هدف
V_m	بردار سرعت طولی موشک
V_t	بردار سرعت طولی هدف

نرخ تغییرات زاویه پرواز موشک ($\dot{\gamma}_m$) و هدف ($\dot{\gamma}_t$) مطابق زیر می‌باشد:

$$\dot{\gamma}_m = \frac{a_m}{V_m} \quad (4)$$

$$\dot{\gamma}_t = \frac{a_t}{V_t} \quad (5)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۱) و همچنین فرض ثابت بودن سرعت‌های موشک و هدف می‌توان نوشت:

$$\ddot{R} = -V_t(\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda}) \sin(\gamma_t - \lambda) + \quad (6)$$

$$V_m(\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda}) \sin(\gamma_m - \lambda)$$

با جایگذاری روابط (۲) و (۴) و (۵) در معادله (۶)، رابطه (۷) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \ddot{R} &= -a_t \sin(\gamma_t - \lambda) + \dot{\lambda}(V_t \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &- V_m \sin(\gamma_m - \lambda)) + a_m \sin(\gamma_m - \lambda) \quad (7) \\ &= R\dot{\lambda}^2 - a_t \sin(\gamma_t - \lambda) + a_m \sin(\gamma_m - \lambda) \end{aligned}$$

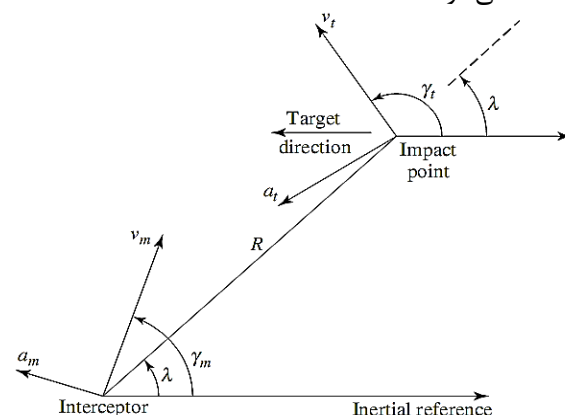
در بخش دوم مقاله به مدل‌سازی و بررسی دینامیک غیرخطی هندسه درگیری در فاز نهایی پرداخته می‌شود. در بخش سوم اصول طراحی رویتگر غیرخطی توسعه‌یافته زمان‌گسسته ارائه شده و در بخش چهارم این رویتگر برای تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی خواهد شد. در بخش پنجم نتایج شبیه‌سازی دوبعدی و شش درجه آزادی ارائه شده و در نهایت در بخش ششم جمع‌بندی نتایج انجام خواهد شد.

۲- حلقه هدایت آشیانه‌یاب

در این بخش ابتدا سینماتیک نسبی دوبعدی تشریح شده و سپس به ارائه نحوه محاسبه نرخ چرخش خط دید با استفاده از اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه پرداخته می‌شود. در انتها به صورت اجمالی قانون هدایت تناسبی که از خروجی رویتگر پیشنهاد شده در این مقاله استفاده خواهد کرد، توضیح داده می‌شود.

۲-۱- سینماتیک نسبی دوبعدی

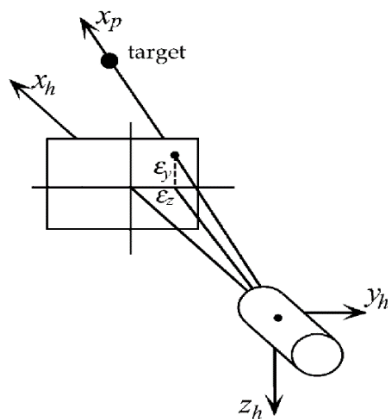
در شکل ۴، هندسه درگیری دوبعدی موشک و هدف مشاهده می‌شود:



شکل (۴): هندسه‌ی دوبعدی درگیری موشک و هدف [۱]

متغیرهای مورد استفاده در شکل ۴ به صورت جدول ۱ تعریف می‌شوند. سرعت نزدیک شدن موشک به هدف ($V_c = -\dot{R}$) بیانگر اختلاف سرعت موشک با هدف در راستای خط دید می‌باشد که از تفریق مؤلفه‌های سرعت آن‌ها در راستای خط دید به صورت زیر محاسبه می‌گردد [۱]:

زوایای خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه در صفحه سمت و فراز مطابق شکل ۵ است. در این شکل، ε_y و ε_z به ترتیب خروجی جستجوگر در صفحات فراز و سمت می‌باشند که بیانگر اختلاف زاویه میان محور طولی موشک و خط دید بین موشک و هدف است.



شکل (۵): زوایای خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه در صفحه سمت و فراز [۱۶]

زاویه بین خط دید و خط مرجع (λ) در صفحه فراز و سمت از رابطه (۱۲) به دست می‌آید [۱۶]:

$$\dot{\lambda}_y = \dot{\varepsilon}_y + \int q dt - \int p \varepsilon_z dt \quad (12)$$

$$\dot{\lambda}_z = \dot{\varepsilon}_z + \int r dt + \int p \varepsilon_y dt$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۱۲)، نرخ چرخش خط دید میان موشک و هدف در دو صفحه به صورت نوشته می‌شود:

$$\dot{\lambda}_y = \dot{\varepsilon}_y + q - p \varepsilon_z \quad (13)$$

$$\dot{\lambda}_z = \dot{\varepsilon}_z + r + p \varepsilon_y$$

p, q, r مؤلفه‌های بردار سرعت زاویه‌ای موشک در دستگاه اینرسی می‌باشند.

با توجه به روابط (۱۲) و (۱۳)، برای محاسبه نرخ چرخش خط دید دو رویکرد سنتی وجود دارد:

رویکرد اول: مشتق‌گیری از خروجی‌های جستجوگر و محاسبه نرخ چرخش خط دید. در این رویکرد ابتدا از خروجی‌های جستجوگر مشتق گرفته شده و با جایگذاری آن در معادله (۱۳) نرخ چرخش خط دید حاصل می‌شود.

رویکرد دوم: محاسبه زاویه خط دید و مشتق‌گیری از آن برای به دست آوردن نرخ چرخش خط دید. در این رویکرد نیز با جایگذاری زوایای خروجی جستجوگر در معادله (۱۲)

همچنین با مشتق‌گیری از رابطه (۳) و فرض ثابت بودن سرعت‌ها می‌توان نوشت:

$$\ddot{\lambda} = \frac{V_t(\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda}) \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} - \frac{-V_m(\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda}) \cos(\gamma_m - \lambda) - \dot{R}\dot{\lambda}}{R} \quad (8)$$

با جایگذاری روابط (۱) و (۴) و (۵) در معادله (۸)، رابطه (۹) به دست می‌آید:

$$\ddot{\lambda} = \frac{-2\dot{R}\dot{\lambda} + a_t \cos(\gamma_t - \lambda) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \quad (9)$$

اگر متغیرهای حالت به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ \dot{R} \\ \lambda \\ \dot{\lambda} \\ \gamma_m \\ \gamma_t \end{bmatrix} \quad (10)$$

با استفاده از معادلات (۱)، (۳)، (۴)، (۵)، (۷) و (۹) و در نظر گرفتن $u = a_m$ به عنوان شتاب محاسبه شده توسط سیستم هدایت و ورودی سیستم کنترل و $y = \lambda$ به عنوان خروجی سینماتیک نسبی موشک و هدف، معادلات حرکت به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 x_4^2 - a_t \sin(x_6 - x_3) \\ x_4 \\ -2x_2 x_4 + a_t \cos(x_6 - x_3) \\ x_1 \\ 0 \\ \frac{a_t}{V_t} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(x_5 - x_3) \\ 0 \\ -\cos(x_5 - x_3) \\ x_1 \\ \frac{1}{V_m} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$y = x_3$

۲-۲- محاسبه نرخ چرخش خط دید با استفاده از اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه

حقیقی را برای اعمال در راستای عمود بر بردار سرعت موشک اصلاح نمود. برای این منظور دستور شتاب جانبی به صورت زیر خواهد بود [۱]:

$$a_m = \frac{NV_c \dot{\lambda}}{\cos(\gamma_m - \lambda)} \quad (18)$$

۳- اصول طراحی رویتگر غیرخطی

در شرایطی که بردار حالت ممکن است صرفاً یک کمیت ریاضی باشد و از نظر فیزیکی مفهومی نداشته باشد، در این صورت قابل اندازه‌گیری توسط متغیرهای فیزیکی سیستم نیست و نمی‌توان آن را فیدبک کرد. در این شرایط، بردار حالت باید تخمین زده شود. از طرف دیگر، اگرچه ممکن است که بردار حالت از متغیرهای فیزیکی سیستم تشکیل شده باشد؛ لیکن اندازه‌گیری و فیدبک کلیه این متغیرها یا بعضی از آنها ممکن است عملاً امکان‌پذیر نباشد. به عنوان نمونه، متغیر ممکن است در موقعیتی باشد که اندازه‌گیری آن با وسایل موجود ممکن نباشد و یا به کارگیری وسایل پیشرفته اندازه‌گیری مقرون به صرفه نباشد (برای مثال در درجه حرارت‌های بسیار بالا یا پایین، عملکردهای فوق‌العاده سریع و دقیق ...) و یا اینکه ممکن است به دلیل وجود نویز شدید، اندازه‌گیری آلوده به نویز و غیردقیق باشد. در این چنین مواردی باید از روش‌هایی برای محاسبه یا تخمین مقدار هر متغیر حالت استفاده کرد. از بردار حالت تخمین زده شده برای تشکیل بردار کنترل استفاده خواهد شد [۱۷].

سیستم دینامیکی‌ای که بردار حالت را تخمین می‌زند، رویتگر نامیده می‌شود. با به کارگیری رویتگر در سیستم، دینامیک آن جزئی از دینامیک سیستم حلقه بسته خواهد شد و لذا اثر مستقیمی بر عملکرد سیستم حلقه بسته می‌گذارد [۱۷].

۳-۱- بررسی رویت‌پذیری سیستم‌های غیرخطی

اگرچه روش‌های بسیار زیادی برای بررسی رویت‌پذیری سیستم‌های خطی وجود دارد، اما روش‌های بررسی رویت‌پذیری سیستم‌های غیرخطی محدود بوده و به‌طور کلی

زوایای خط دید به دست می‌آید و با مشتق‌گیری از آن، نرخ چرخش خط دید حاصل می‌شود.

توجه شود که هر دو روش ذکر شده شامل مشتق‌گیری بوده که به دلیل نویز آلود بودن اطلاعات جستجوگر می‌بایست در این فرآیند از فیلترهای سنگینی نیز استفاده نمود.

۲-۳- هدایت تناسبی

در این بخش به صورت مختصر، هدایت تناسبی تشریح می‌شود. در ناوبری تناسبی محض (PPN)، بردار سرعت موشک متناسب با نرخ چرخش خط دید از طریق اعمال شتابی در راستای عمود بر بردار سرعت چرخانده می‌شود تا بتواند نرخ چرخش خط دید را صفر کند؛ بنابراین:

$$\dot{\gamma}_m = N \dot{\lambda} \quad (14)$$

همچنین رابطه شتاب جانبی موشک و بردار سرعت آن نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$a_m = V_m \dot{\gamma}_m \quad (15)$$

در نتیجه رابطه شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت ناوبری تناسبی محض مطابق رابطه (۱۶) به دست می‌آید:

$$a_m = NV_m \dot{\lambda} \quad (16)$$

با اعمال این شتاب در راستای عمود بر بردار سرعت موشک، این بردار متناسب با نرخ چرخش خط دید چرخانده می‌شود تا بتواند آن را صفر کند.

در قوانین ناوبری تناسبی، هدف صفر کردن نرخ چرخش خط دید است؛ بنابراین اگر شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت به جای عمود بر بردار سرعت موشک، در راستای عمود بر خط دید اعمال شود، تأثیر بیشتری در صفر کردن نرخ چرخش خط دید خواهد داشت. در این صورت، قانون هدایت جدیدی تحت عنوان ناوبری تناسبی حقیقی (TPN) معرفی شده و شتاب محاسبه شده توسط این قانون به صورت زیر است:

$$a_{m,\lambda} = NV_c \dot{\lambda} \quad (17)$$

با توجه به اینکه اکثر موشک‌های آشیانه‌یاب در فاز نهایی از کنترل آیرودینامیکی استفاده می‌کنند و با این نوع سیستم کنترل تنها امکان دستور شتاب جانبی در راستای عمود بر راستای طولی موشک فراهم می‌باشد؛ لذا در این موشک‌ها باید ناوبری تناسبی

که $D(x(k), u(k))$ تابعی غیرخطی از متغیرهای حالت سیستم و ورودی کنترلی می‌باشد که به‌عنوان نامعینی در نظر گرفته شده است.

دینامیک رویکرد مد لغزشی زمان گسسته برای سیستم (۲۳) به‌صورت زیر پیشنهاد گردیده است [۱۹]:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A\hat{x}(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) + \beta(k) \\ \hat{y}(k) &= C\hat{x}(k) \end{aligned} \quad (24)$$

که $\hat{x}(k)$ تخمین حالت‌های سیستم، $\hat{y}(k)$ تخمین خروجی و $\beta(k)$ تابع اشباع است که مطابق زیر می‌باشد:

$$\beta(k) = R \text{sat}\left(\frac{y(k) - C\hat{x}(k)}{\gamma}\right) \quad (25)$$

که $R = [r_1, r_2, r_3, \dots]^T$ می‌باشد و $r_1, r_2, r_3, \dots, \gamma > 0$ هستند و:

$$\text{sat}(y) = \begin{cases} y, & \text{if } (|y| \leq 1) \\ \text{sign}(y), & \text{if } (|y| > 1) \end{cases} \quad (26)$$

با استفاده از رویکرد پیشنهاد شده در رابطه (۲۴)، تنها می‌توان حالت‌های سیستم را تخمین زد. برای تخمین نامعینی، رویکرد موجود باید به رویکرد توسعه‌یافته تبدیل شود. برای

این منظور فرض می‌شود کران بالای $D(k+1) = h(k)$ مشخص و برابر h_m است؛ بنابراین با اضافه کردن $D(k)$ به‌عنوان متغیر حالت جدید، معادلات فضای حالت به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} z(k+1) &= A'z(k) + Eh(k) \\ y'(k) &= C'z(k) \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن $z(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ D(k) \end{bmatrix}$ می‌باشد. برای این سیستم

رویکرد توسعه‌یافته به‌صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned} \hat{z}(k+1) &= A'\hat{z}(k) + L(y'(k) - \hat{y}'(k)) + \beta'(k) \\ \hat{y}'(k) &= C'\hat{z}(k) \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن $\beta'(k)$ برابر رابطه (۲۹) می‌باشد:

$$\beta'(k) = R \text{sat}\left(\frac{y'(k) - C'\hat{z}(k)}{\gamma}\right) \quad (29)$$

این رویکرد می‌تواند علاوه بر حالت‌های سیستم، مقدار نامعینی را نیز تخمین بزند. برای اثبات پایداری این رویکرد $Q(k)$ و خطای تخمین مطابق زیر تعریف می‌شوند:

$$Q(k) = y'(k) - \hat{y}'(k) = C'z(k) - C'\hat{z}(k) \quad (30)$$

$$= C'e(k)$$

$$e(k) = z(k) - \hat{z}(k) \quad (31)$$

بررسی رویت‌پذیری در سیستم‌های غیرخطی بسیار پیچیده‌تر از سیستم‌های خطی است. در ادامه، قضیه‌ای برای تعیین رویت‌پذیری سیستم‌های غیرخطی ارائه می‌شود.

قضیه: سیستم غیرخطی بدون ورودی به فرم زیر را در نظر بگیرید:

$$\psi_{nl} \begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (19)$$

تحقق فضای حالت بالا در یک همسایگی $U_0 \subset D$ شامل مبدأ به‌طور محلی رویت‌پذیر است اگر:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \nabla h \\ \vdots \\ \nabla L_f^{n-1} h \end{bmatrix} = n \quad \forall x \in U_0 \quad (20)$$

اثبات: برای سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان شرایط بالا با شرایط رویت‌پذیری خطی معادل است. سیستم خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\psi_l \begin{cases} \dot{x} = Ax \\ y = Cx \end{cases} \quad (21)$$

که در آن $f(x) = Ax$ و $h(x) = Cx$ می‌باشند. برای بررسی رویت‌پذیری این سیستم با استفاده از قضیه بالا می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \nabla h(x) &= C = S_1 \\ \nabla L_f h &= \nabla\left(\frac{\partial h}{\partial x} \dot{x}\right) = \nabla(CAx) = CA = S_2 \end{aligned} \quad (22)$$

...

$\nabla L_f^{n-1} h = CA^{n-1} = S_n$
بنابراین ψ_l رویت‌پذیر است اگر و تنها اگر $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n\}$ مستقل خطی باشد یا به‌طور معادل $\text{rank}(S) = n$ باشد [۱۸].

۳-۲- رویکرد مد لغزشی توسعه‌یافته زمان گسسته

در این بخش، به بیان روابط رویکرد مد لغزشی زمان گسسته پرداخته می‌شود و پایداری آن نیز اثبات می‌شود. سیستم زیر مفروض است:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + BD(x(k), u(k)) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (23)$$

با جایگذاری رابطه (۳۷) در رابطه (۳۳) دینامیک خطا مطابق زیر به دست می‌آید:

$$e(k+1) = (A' - LC')e(k) + Eh(k) - R\left(\frac{C'e(k)}{\gamma}\right) \quad (38)$$

$$= (A' - LC' - \frac{RC'}{\gamma})e(k) + Eh(k)$$

در این حالت اگر مقادیر ویژه ماتریس در سمت چپ محور موهومی باشد، مقادیر ویژه ماتریس $A_{e1} = A' - LC' - P(k)C'$ در سمت چپ محور موهومی خواهد بود؛ بنابراین با محدود بودن $h(k)$ ، سیستم (۳۸) پایدار خواهد بود [۱۹]. در نتیجه پایداری رویتگر برای هر دو محدوده داخل و خارج لایه مرزی ثابت شد.

۴- طراحی رویتگر

برای طراحی رویتگر با فرض زاویه خط دید به‌عنوان متغیر اندازه‌گیری شونده، ابتدا فرم فضای حالت سینماتیک نسبی با تغییر متغیر $\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$ به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ D(t) \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$y = z_1$$

که در آن:

$$D(t) = \ddot{\lambda} = \frac{-2R\dot{\lambda} + a_t \cos(\gamma_t - \lambda) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \quad (40)$$

برای طراحی رویتگر، ابتدا باید از رویت‌پذیری سیستم اطمینان حاصل شود. از آنجاکه سیستم (۳۹) سیستمی غیرخطی می‌باشد، بنابراین باید رویت‌پذیری آن از روش رویت‌پذیری سیستم‌های غیرخطی که در بخش ۳-۱ گفته شد، بررسی شود.

۴-۱- بررسی رویت‌پذیری حلقه هدایت

با توجه به مطالب گفته شده برای بررسی رویت‌پذیری سیستم (۳۹)، باید $rank(S = \{S_1, S_2\}) = 2$ باشد. در این صورت سیستم رویت‌پذیر است و با طراحی رویتگر مد لغزشی توسعه‌یافته برای

حال دینامیک خطا در خارج از محدوده لایه مرزی $(|Q(k)| > \gamma)$ و همچنین در داخل آن محدوده $(|Q(k)| \leq \gamma)$ تحلیل می‌شود.

الف) دینامیک خطا خارج از لایه مرزی $(|Q(k)| > \gamma)$

با استفاده از رابطه (۳۱) دینامیک خطا تشکیل می‌شود:

$$e(k+1) = z(k+1) - \hat{z}(k+1) \quad (32)$$

با جایگذاری روابط (۲۷) و (۲۸)، رابطه (۳۲) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$e(k+1) = A'z(k) + Eh(k) - [A'\hat{z}(k) + L(y'(k) - C'\hat{z}(k)) + \beta'(k)] \quad (33)$$

$$= (A' - LC')e(k) + Eh(k) - \beta'(k)$$

لم ۱: در محدوده $(|Q(k)| > \gamma)$ با فرض این‌که بردار $P(k)$ ای در بازه $0 < P(k) < \frac{2R}{\gamma}$ وجود داشته باشد، رابطه (۳۴) برقرار می‌شود:

$$Eh(k) - \beta'(k) = -P(k)Q(k) \quad (34)$$

اثبات: در محدوده $|Q(k)| > \gamma$ مقدار $\beta'(k)$ برابر رابطه (۳۵) می‌باشد:

$$\beta'(k) = \begin{cases} +R, & \text{if } Q > \gamma \\ -R, & \text{if } Q < -\gamma \end{cases} \quad (35)$$

با انتخاب $R > h_m$ که بیشینه اندازه $Eh(k)$ می‌باشد $|Eh(k) - \beta'(k)|$ در بازه $(0, 2R)$ قرار دارد؛ بنابراین به‌ازای $|Q(k)| > \gamma$ و $0 < P(k) < \frac{2R}{\gamma}$ مقدار $|-P(k)Q(k)|$ نیز در محدوده $(0, 2R)$ قرار دارد. با جایگذاری رابطه (۳۰) و (۳۴) در رابطه (۳۳) دینامیک خطا به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$e(k+1) = (A' - LC')e(k) - P(k)Q(k) = (A' - LC' - P(k)C')e(k) \quad (36)$$

مقادیر بهره رویگر $(L = [l_1, l_2, l_3, \dots]^T)$ باید به‌نحوی انتخاب شوند تا مقادیر ویژه ماتریس $A_{e1} = A' - LC' - P(k)C'$ در سمت چپ محور موهومی قرار بگیرد. در این صورت، خطای تخمین به مقدار صفر خواهد رسید [۱۹].

ب) دینامیک خطا داخل لایه مرزی $(|Q(k)| \leq \gamma)$

در محدوده $|Q(k)| \leq \gamma$ ، $\beta'(k)$ برابر با مقدار زیر است:

$$\beta'(k) = R \text{sat}\left(\frac{y'(k) - C'\hat{z}(k)}{\gamma}\right) = R\left(\frac{C'e(k)}{\gamma}\right) \quad (37)$$

معادله (۴۴) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{bmatrix} z_1(k+1) \\ z_2(k+1) \\ z_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \\ z_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} Th(k) \quad (45)$$

$$y(k) = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \\ z_3(k) \end{bmatrix}$$

با مقایسه سیستم (۲۷) و سیستم (۴۵)، می‌توان گفت:

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C' = [1 \ 0 \ 0] \quad (46)$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

با توجه به رابطه (۲۸) که ساختار رویکرد مد لغزشی توسعه یافته زمان گسسته را نشان می‌دهد، این رویکرد برای سیستم (۴۵) و با توجه به رابطه (۴۶) مطابق رابطه (۴۷) طراحی می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} \hat{z}_1(k+1) \\ \hat{z}_2(k+1) \\ \hat{z}_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_1(k) \\ \hat{z}_2(k) \\ \hat{z}_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} \left(y(k) - \hat{y}(k) \right) \quad (47)$$

$$\hat{y}(k) = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \hat{z}_1(k) \\ \hat{z}_2(k) \\ \hat{z}_3(k) \end{bmatrix}$$

در رابطه (۴۷)، $\hat{z}_1(k)$ ، $\hat{z}_2(k)$ ، $\hat{z}_3(k)$ به ترتیب معادل تخمین زاویه خط دید، تخمین نرخ چرخش خط دید و تخمین نامعینی سیستم که مشتق نرخ چرخش خط دید است، می‌باشد که با تبدیل

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویکرد طراحی شده بررسی می‌شود. ابتدا شبیه‌سازی دوبردی بررسی شده و سپس عملکرد رویکرد در

سیستم (۳۹)، می‌توان نرخ چرخش خط دید را تخمین زد؛ بنابراین:

$$S_1 = [1 \ 0] \quad (41)$$

$$S_2 = \nabla \left([1 \ 0] \begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ -2R\dot{\lambda} + a_t \cos(\gamma_t - \lambda) \\ R \end{bmatrix} \right) = \quad (42)$$

$$[0 \ 1]$$

با تشکیل ماتریس S مشاهده می‌شود که $\text{rank}(S) = 2$ می‌باشد. در نتیجه، سیستم (۳۹) رویت پذیر می‌باشد.

۴-۲- تخمین نرخ چرخش خط دید

در این بخش، با توجه به اثبات رویت پذیری سیستم (۳۹)، رویکرد مد لغزشی توسعه یافته زمان گسسته که در بخش ۳-۲ معرفی شد، برای سیستم موردنظر با هدف تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی می‌گردد. با توجه به سیستم (۳۹)، از آنجا که $\dot{z}_2 = D(x(t), u(t))$ تابعی غیرخطی از متغیرهای حالت و کنترل کننده (شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت تناسبی حقیقی) می‌باشد، بنابراین به منظور تخمین آن با اضافه کردن $z_3 = D(x(t), u(t))$ به متغیرهای حالت و همچنین با فرض موجود بودن و کران دار بودن $\dot{D}(t) = h(t)$ ، فرم جدید سیستم به صورت زیر می‌شود:

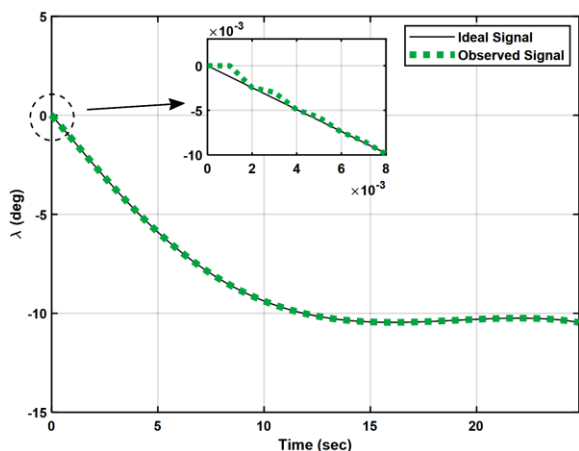
$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ h(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ D(t) \\ \dot{D}(t) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$y = z_1$$

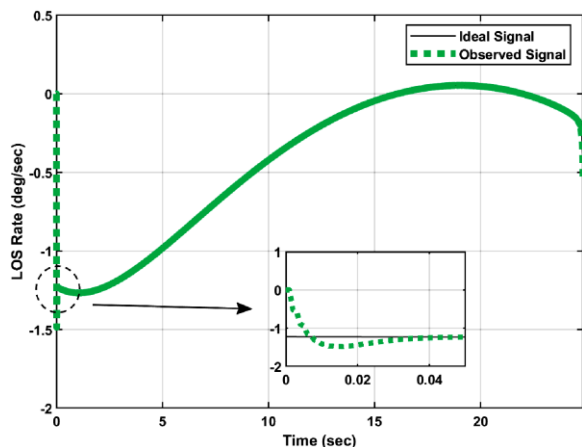
که در آن $D(t) = \ddot{\lambda}$ ، $\dot{D}(t) = \dddot{\lambda}$ و $z_1 = \lambda$ می‌باشد. از آنجا که رویکرد موردنظر به صورت زمان گسسته طراحی می‌گردد، بنابراین باید مدل زمان گسسته سیستم موردنظر نوشته شود. سیستم (۴۳) با زمان نمونه برداری T مطابق زیر به فرم زمان گسسته تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{z_1(k+1) - z_1(k)}{T} &= z_2(k) \\ \frac{z_2(k+1) - z_2(k)}{T} &= z_3(k) \\ \frac{z_3(k+1) - z_3(k)}{T} &= h(k) \\ y(k) &= z_1(k) \end{aligned} \quad (44)$$

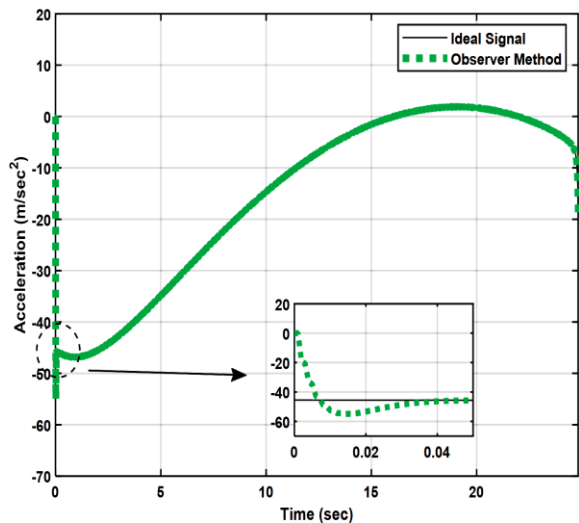
چرخش خط دید ایده‌آل منطبق گردیده است که این امر به دلیل دقت بالای رویتر در تخمین نرخ چرخش خط دید می‌باشد.



شکل (۶): تغییرات زاویه خط دید



شکل (۷): تغییرات نرخ چرخش خط دید



شکل (۸): شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت

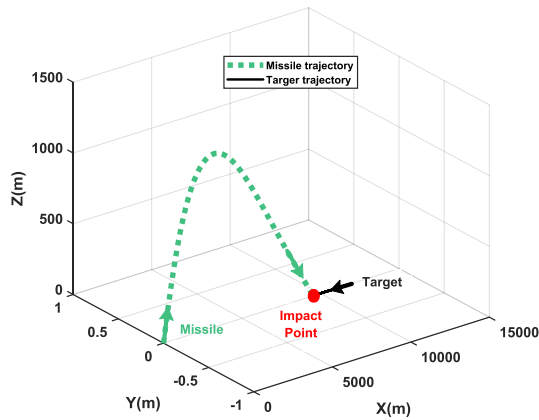
شبیه‌سازی شش درجه آزادی در دو رویکرد بررسی می‌گردد.

۵-۱- نتایج شبیه‌سازی دوبعدی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی‌ها ارائه می‌شود. برای این منظور معادلات سینماتیک دوبعدی ارائه شده در بخش دوم در نظر گرفته شده که در آن زاویه خط دید تنها خروجی قابل‌اندازه‌گیری بوده که آغشته به نویز فرض می‌شود. همچنین نرخ چرخش خط دید که برای محاسبه شتاب جانبی اعمالی به موشک توسط قانون ناوبری تناسبی حقیقی موردنیاز است، با استفاده از رویتر پیشنهاد شده در این مقاله تخمین زده می‌شود. دینامیک حلقه کنترل نیز معادل یک تابع تبدیل مرتبه اول در نظر گرفته شده است. هدایت تناسبی موشک بلافاصله بعد از پرتاب شروع می‌شود. در شبیه‌سازی‌های انجام شده، موشک با سرعت ثابت ۴۰۰ متر بر ثانیه با زاویه ۴۰ درجه نسبت به خط مرجع پرتاب می‌شود. هدف نیز با سرعت ثابت ۱۰۰ متر بر ثانیه و زاویه ۱۸۰ درجه نسبت به خط مرجع در حال حرکت است. موقعیت اولیه موشک در صفحه x-z به صورت $\{0, 0\}$ و موقعیت اولیه هدف به صورت $\{12000, 0\}$ می‌باشد و فاصله اولیه موشک تا هدف برابر ۱۲ کیلومتر است. در این حالت منحنی تغییرات زاویه خط دید در شکل ۶ و تغییرات نرخ چرخش خط دید در شکل ۷ رسم گردیده است. در تخمین زاویه خط دید و تخمین نرخ چرخش خط دید، به ترتیب خطای رویت در مدت‌زمان ۰/۰۰۶ ثانیه و ۰/۰۴ ثانیه صفر شده است که نشان می‌دهد تخمین این متغیرها توسط رویتر طراحی شده با دقت و سرعت خوبی صورت گرفته است.

در شکل ۸، شتاب محاسبه شده توسط قانون ناوبری تناسبی حقیقی با استفاده از نرخ چرخش خط دید ایده‌آل که از معادلات سینماتیکی حاصل می‌شود و نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده رسم شده است. همان‌طور که خطای رویت در تخمین نرخ چرخش خط دید در مدت‌زمان ۰/۰۴ ثانیه به صفر رسید، مشاهده می‌شود که پس از گذشت زمان مشابه، نمودار شتاب حاصل از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده بر نمودار شتاب حاصل از نرخ

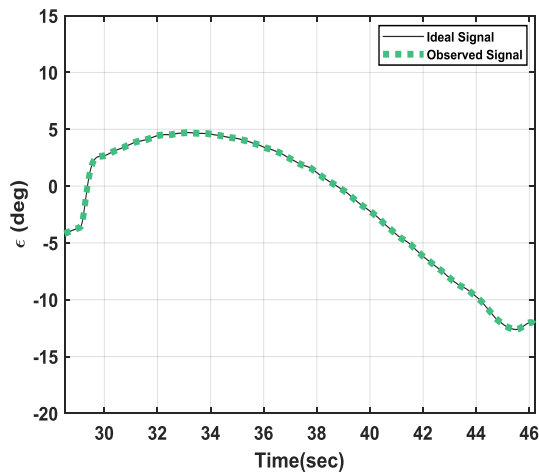
گرفته می‌شود. در رویکرد اول مشتق زاویه خروجی جستجوگر با استفاده از رویکرد پیشنهادی تخمین زده می‌شود و در رویکرد دوم مشتق زاویه خط دید تخمین زده خواهد شد. نتایج از ابتدای فاز نهایی پرواز موشک ارائه می‌شود. به دلیل مشابه بودن عملکرد رویکرد در صفحات سمت و فراز، نتایج تخمین در صفحه فراز ارائه شده است.



شکل (۱۱): مسیر برخورد موشک و هدف

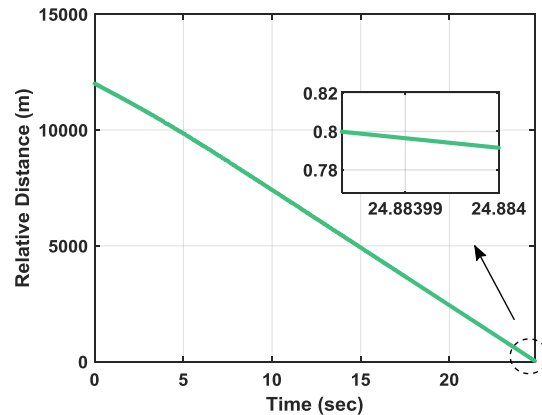
۵-۲-۱- تخمین مشتق خروجی جستجوگر

در این رویکرد، با استفاده از رویکرد مد لغزشی توسعه یافته زمان گسسته پیشنهادی، زاویه ϵ و مشتق آن تخمین زده شده و با مقدار ایده‌آل و مقداری که از روش معمول (مشتق‌گیری) حاصل می‌شود، مقایسه خواهد شد. در شکل ۱۲ منحنی تغییرات زاویه خروجی جستجوگر در صفحه فراز و در شکل ۱۳ مشتق این زاویه رسم گردیده است.

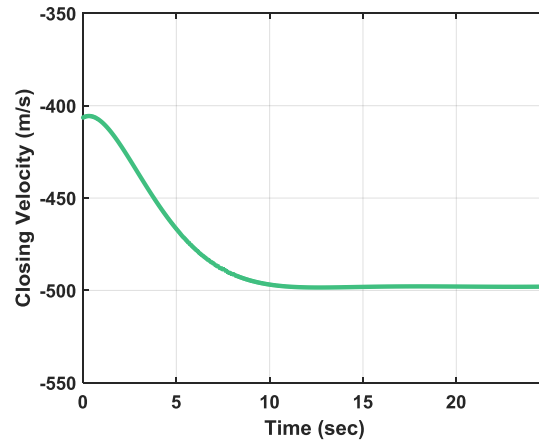


شکل (۱۲): زاویه ϵ ایده‌آل و مقدار تخمین زده در صفحه فراز

با اعمال شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت ناوبری تناسبی حقیقی با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده، فاصله نسبی موشک و هدف پس از مدت زمان ۲۴/۸ ثانیه به ۰/۷۹ متر رسیده که شکل ۹ نشان‌دهنده این موضوع می‌باشند. در شکل ۱۰ نیز مشاهده می‌شود که در لحظه نهایی، موشک و هدف با سرعت ۴۹۸ متر بر ثانیه در حال نزدیک شدن به یکدیگر بوده‌اند. هم‌چنین شکل ۱۱ نشان‌دهنده مسیر حرکت موشک و هدف در طول مدت شبیه‌سازی می‌باشد.



شکل (۹): فاصله نسبی موشک و هدف

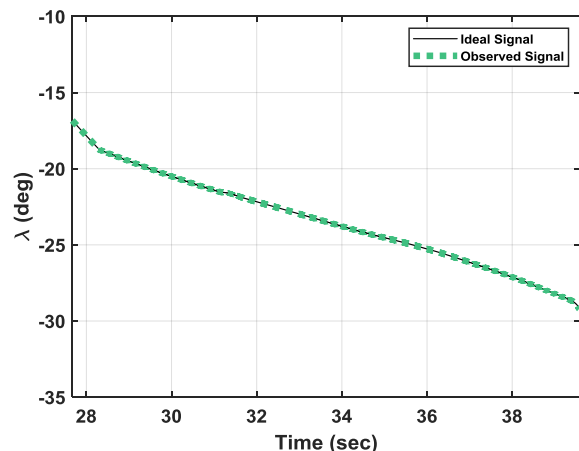


شکل (۱۰): سرعت نزدیک شونده موشک و هدف

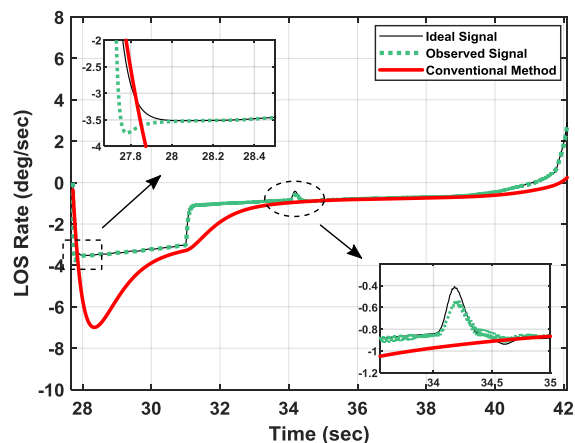
۵-۲- نتایج شبیه‌سازی شش درجه آزادی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی رویکرد در نرم‌افزار شش درجه آزادی ارائه می‌شود. معادلات ارائه شده در بخش دوم نشان می‌دهند که برای استخراج نرخ چرخش خط دید به مشتق زاویه ϵ که زاویه خروجی جستجوگر می‌باشد، نیاز است؛ لذا دو رویکرد برای تخمین نرخ چرخش خط دید به کار

چرخش خط دید در این روش به این دلیل می‌باشد. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که رویتر طراحی شده با دقت خوبی متغیر نرخ چرخش خط دید را تخمین زده است و رویتر طراحی شده نسبت به روش معمول عملکرد بهتری دارد.

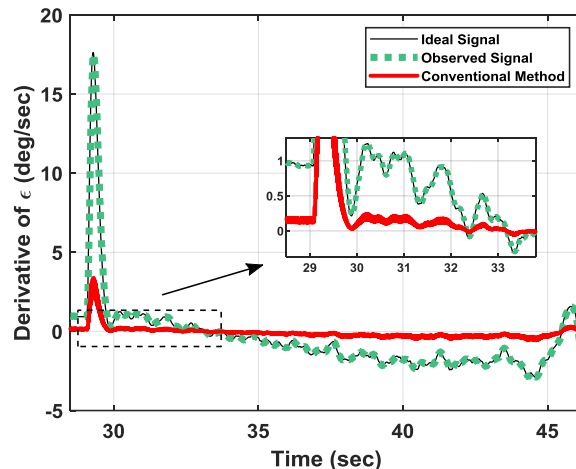


شکل (۱۴): زاویه λ ایده‌آل و مقدار تخمین زده شده آن در صفحه فراز



شکل (۱۵): $\dot{\lambda}$ ایده‌آل، تخمین زده شده و محاسبه شده با روش معمول در صفحه فراز

در شکل ۱۶ شتاب محاسبه شده توسط نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده و نرخ چرخش خط دیدی که از روش مرسوم محاسبه می‌گردد، ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که به دلیل عملکرد بهتر رویتر در استخراج نرخ چرخش خط دید نسبت به روش مشتق‌گیری و فیلتر کردن، شتاب محاسبه شده توسط این روش به سیگنال ایده‌آل مشابهت



شکل (۱۳): $\dot{\epsilon}$ ایده‌آل، تخمین زده شده و محاسبه شده با روش معمول در صفحه فراز

همان‌گونه که از نتایج مشخص است، در تخمین ϵ و $\dot{\epsilon}$ ، رویتر عملکرد خوبی داشته و دارای دقت بهتری نسبت به روش محاسبه مشتق خروجی جستجوگر است. توجه شود که برای مشتق‌گیری از خروجی جستجوگر در روش معمول، ابتدا می‌بایست از فیلتر پایین‌گذر برای حذف نویز و هموارسازی سیگنال استفاده شود.

۵-۲-۲- تخمین مستقیم نرخ چرخش خط دید

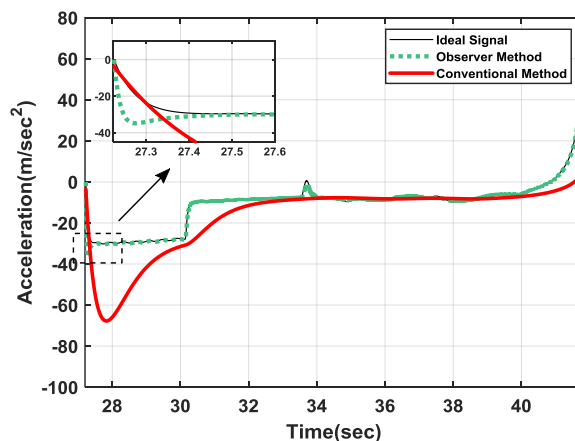
در این رویکرد در روش معمول، ابتدا با جایگذاری زاویه ϵ در روابط مربوطه، نرخ چرخش خط دید به دست می‌آید. سپس این متغیر با استفاده از یک فیلتر پایین‌گذر هموار شده و از آن مشتق گرفته می‌شود. همچنین برای محاسبه نرخ چرخش خط دید ایده‌آل و مقایسه نتایج تخمین با آن، زاویه ϵ ایده‌آل فرض شده و فاقد نویز در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۱۴ منحنی تغییرات زاویه خط دید و متغیر تخمین زده شده با استفاده از رویتر پیشنهادی رسم گردیده است. در این شکل عملکرد خوب رویتر قابل مشاهده است. در شکل ۱۵، نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده با متغیر ایده‌آل و نرخ چرخش خط دیدی که به روش معمول با مشتق‌گیری از زاویه خط دید فیلتر شده به دست آمده است، مقایسه می‌شوند. توجه شود که به دلیل نویزآلود بودن زاویه خط دید، قبل از مشتق‌گیری از فیلتر پایین‌گذر استفاده شده است که همگرایی کند نرخ

محاسبه گردد. با توجه به دینامیک غیرخطی حاکم بر هندسه درگیری در فاز نهایی، در این مقاله برای تخمین نرخ چرخش خط دید از رویکرد غیرخطی استفاده شد. روابط رویکرد توسعه یافته تشریح و اثبات پایداری آن ارائه شد. شبیه سازی ها در حالت دوبعدی و شش درجه آزادی اجرا شده اند. رویکرد پیشنهادی در شبیه سازی دوبعدی عملکرد خوبی داشت. همچنین در شبیه سازی شش درجه آزادی مشاهده گردید که نرخ چرخش خط دید توسط رویکرد پیشنهادی با دقت و سرعت خوبی تخمین زده شد و نسبت به روش معمول که از مشتق گیری و فیلتر پایین گذر برای محاسبه نرخ چرخش خط دید استفاده می کند عملکرد بهتری داشت. علاوه بر این به دلیل اینکه رویکرد پیشنهادی از ابتدا به صورت زمان گسسته طراحی شده است، پیاده سازی کد آن در پردازنده به سهولت قابل انجام خواهد بود.

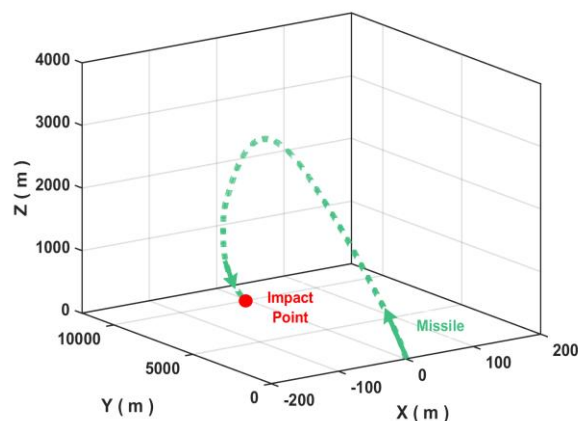
۷- مراجع

- [1] Behnamgol V. Performance Modifying of the Guidance System by Proposing Novel Algorithms in the Sliding Mode Control. Ph.D. Dissertation, Malek-e-Ashtar University of Technology, 2015. (in Persian)
- [2] Behnamgol V, Ghahramani NA. Designing a New Proportional Guidance Algorithm Using Sliding Mode Control. Journal of Aerospace Mechanics. 2014;10(1):77-86 (in Persian).
- [3] Siouris GM. Missile guidance and control systems: Springer Science & Business Media; 2004.
- [4] Tapas AM, Rao VS, Prabhakar N. Adaptive estimation of line-of-sight rate measurement from a radio frequency seeker. Defence Science Journal. 2005;55(3):307.
- [5] Gholimejad A, Momeni H, Joharimajd V. Improving the guidance law of a surface-to-air missile by combining line-of-sight derivatives. Iran Electrical Engineering Conference. 1386;13, (15): 141-145 (in Persian).
- [6] Wei W, Defu L, Ping X. Strap-down seeker LOS angular rate estimation. Infrared and Laser Engineering. 2015;44(10):3066-3069.
- [7] Shkolnikov I, Shtessel Y, Lianos D. Effect of sliding mode observers in the homing guidance loop. Proceedings of the Institution of Mechanical

بیشتری دارد. پس از اعمال شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده، مسیر پرواز موشک مطابق شکل ۱۷ می باشد. همچنین فاصله از دست دهی در این شبیه سازی برابر $3/509$ متر می باشد.



شکل (۱۶): شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت



شکل (۱۷): مسیر پرواز موشک

۶- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله برای تخمین نرخ چرخش خط دید از رویکرد مد لغزشی توسعه یافته زمان گسسته استفاده گردید. در حلقه هدایت مدنظر این مقاله با فرض شد استفاده از جستجوگر چسبیده به بدنه، تنها خروجی قابل اندازه گیری زاویه بین محور طولی موشک و خط دید است. در این حالت، متغیر نرخ چرخش خط دید می بایست تخمین زده شود و یا با روش های معمول که از مشتق گیری استفاده می کنند،

of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering. 2019;233(7):847-54.

Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2005;219(2):103-11.

[8] Shkolnikov I, Shtessel Y, Lianos D, Zarchan P, editors. Simulation study of the homing interceptor guidance loop with sliding mode observers versus kalman filter. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit; 2001.

[9] Slotine J-J, Hedrick JK, Misawa EA. On sliding observers for nonlinear systems. 1987.

[10] Marks G, Shtessel Y, Gratt H, Shkolnikov I, editors. Effects of high order sliding mode guidance and observers on hit-to-kill interceptions. AIAA guidance, navigation, and control conference and exhibit; 2005.

[11] Behnamgol V, Vali A.R. Mohammadi A. Estimation of Target Maneuver Using Extended Sliding Mode Observer for Implementing the Augmented Proportional Navigation. Journal of Aerospace Mechanics. 2014;13(4):1-10 (in Persian)

[12] Xiao M, Kazantzi N, Kravaris C, Krener AJ. Nonlinear discrete-time observer design with linearizable error dynamics. IEEE Transactions on Automatic Control. 2003;48(4):622-6.

[13] Arcak M, Nešić D. A framework for nonlinear sampled-data observer design via approximate discrete-time models and emulation. Automatica. 2004;40(11):1931-8.

[14] Chakraborty R, Samantaray J, Dey A, Chakraborty S. Capacitor voltage estimation of MMC using a discrete-time sliding mode observer based on discrete model approach. IEEE Transactions on Industry Applications. 2021;58(1):494-504.

[15] Wetzlinger M, Reichhartinger M, Horn M. Higher order sliding mode inspired nonlinear discrete-time observer. Systems & Control Letters. 2021;155:104992.

[16] Ekstrand B. Tracking filters and models for seeker applications. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. 2001;37(3):965-77.

[17] Seddigh AK. linear Control Systems Payam-e-Nour university, 2003 (in Persian).

[18] Marquez HJ. Nonlinear control systems: analysis and design: John Wiley Hoboken^ eN. JNJ; 2003.

[19] Harikumar K, Bera T, Bardhan R, Sundaram S. Discrete-time sliding mode observer for the state estimation of a manoeuvring target. Proceedings



Line of Sight Rate Estimation Using Discrete-Time Sliding Mode Extended State Observer

Mahsa Javaheripour¹, Ahmad Reza Vali², Vahid Behnamgol³*, Firouz Allahverdizadeh³

¹ MSc Student, Faculty of Control, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

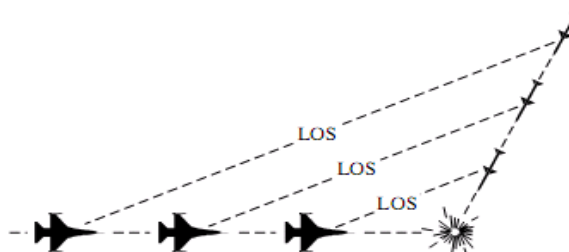
² Associate Professor, Faculty of Control, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

³ Assistant Professor, Faculty of Control, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

HIGHLIGHTS

- The issue in this paper is the design of a discrete time sliding mode extended state observer to estimate the LOS rate and evaluate it in the guidance loop.
- Proportional Navigation is commonly used in the terminal phase of homing missiles.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 3 June 2021

Received in revised form: 31 July 2021

Accepted: 9 January 2022

Available online: 22 January 2022

*Correspondence:

vahid_behnamgol@mut.ac.ir

How to cite this article:

M. Javaheripour, A.R. Vali, V. Behnamgol, F. Allahverdizadeh. Line of sight rate estimation using discrete-time sliding mode extended state observer. Journal of Aerospace Mechanics. 2022; 18(2):51-66.

Keywords:

Discrete Time Sliding Mode

Extended State Observer

LOS rate Estimation

Strapdown Seeker

ABSTRACT

Proportional Navigation is commonly used in the terminal phase of homing missiles. To implement this guidance law, it is necessary to measure or calculate Line of Sight (LOS) rate. It is usually necessary to use gimballed seekers to measure the LOS rate. However, if the system is equipped with a strapdown seeker, the LOS rate must be calculated from derivation or estimation methods. Because the signal measured by seekers usually contains noise, so deriving this signal requires a low pass filter that will cause the behavior changes in the measured variable. The issue in this paper is the design of a discrete time sliding mode extended state observer to estimate the LOS rate and evaluate it in the guidance loop. This is done by performing computer simulations. Implementing continuous time observers in processors has challenges such as sampling time selection and it is better to design the observer in discrete time form from the beginning so that its implementation issues can be considered from the design level and in computer simulations.

