



کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی بر الگوریتم مود لغزشی انتگرالی و کنترل فعال ارتعاشات فضاپیمای

انعطاف‌پذیر در حضور اغتشاشات خارجی

میلاذ عظیمی^{۱*}، مرضیه اقلیمی دژ^۲، علیرضا علیخانی^۳

^۱ استادیار، پژوهشکده سامانه‌های فضاوردی، پژوهشگاه هوافضا (وزارت علوم، تحقیقات و فناوری)، تهران، ایران

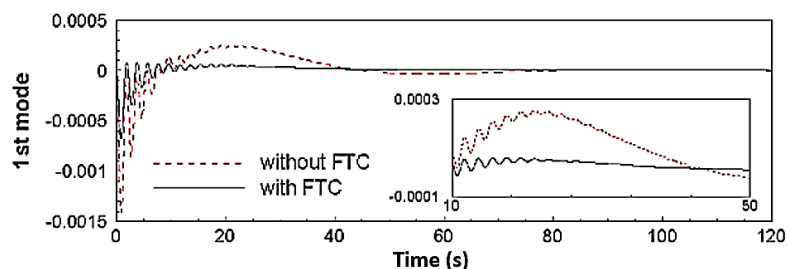
^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، پژوهشکده سامانه‌های فضاوردی، پژوهشگاه هوافضا (وزارت علوم، تحقیقات و فناوری)، تهران، ایران

^۳ دانشیار، پژوهشکده سامانه‌های فضاوردی، پژوهشگاه هوافضا (وزارت علوم، تحقیقات و فناوری)، تهران، ایران

برجسته‌ها

- مدل‌سازی دینامیک کاملاً کوپل غیرخطی سیستم صلب انعطاف‌پذیر
- کنترل تحمل‌پذیر خطای مقاوم مود لغزشی انتگرالی و کنترل فعال ارتعاشات
- توسعه الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر با تعریف تابع خطای افزوده متغیر با زمان

چکیده گرافیکی



مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۰۶

بازنگری: ۱۴۰۱/۰۷/۲۴

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۰۷

ارائه برخط: ۱۴۰۱/۰۹/۲۱

*نویسنده مسئول:

azimi.m@ari.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

پیزوالکتریک

کنترل تحمل‌پذیر خطا

کنترل فعال ارتعاشات

کنترل مود لغزشی انتگرالی

فضاپیمای انعطاف‌پذیر

چکیده

در این مقاله به طراحی الگوریتم‌های کنترل فعال ارتعاشات و کنترل مقاوم مود لغزشی انتگرالی جهت پایداری و وضعیت فضاپیمای انعطاف‌پذیر در حضور اغتشاشات خارجی و خرابی عملگر پرداخته شده است. فضاپیما به صورت یک هاب صلب در مانور سه محوره به همراه دو پنل خورشیدی مجهز به حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک در قالب یک سیستم دینامیکی کوپل صلب-انعطاف‌پذیر مدل‌سازی شده است. ساختار کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال مود لغزشی انتگرالی با بهره‌گیری از یک الگوریتم کنترل نامی تناسبی-مشتقی و یک الگوریتم تحمل‌پذیر خطای توسعه‌یافته با لحاظ خطای افزوده متغیر با زمان به منظور افزایش عملکرد، عدم تحریک مودهای انعطاف‌پذیر و آسیب سیستم در فاز رسیدن به سطح لغزش طراحی شده است. بدین ترتیب با ورود سیستم به مود لغزش، رفتار دینامیک حلقه بسته شامل خطای عملگر، مشابه با سیستم سالم خواهد شد. جهت کاهش ارتعاشات ناشی از دینامیک وضعیت و خرابی عملگرها، الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات نیز به طور هم‌زمان در تمام طول مانور فعال‌سازی می‌شود. عملکرد ساختار کنترل پیشنهادی با معیارهای میزان تحریک مودهای انعطاف‌پذیر، تلاش کنترلی و دستیابی به پارامترهای مطلوب وضعیت در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای مزیت و برتری آن را نسبت به الگوریتم مود لغزشی انتگرالی بدون قابلیت تحمل‌پذیری خطا نمایش می‌دهد.

۱- مقدمه

لحظات نامعلوم و با مقادیر و الگوهای ناشناخته رخ دهد، می‌تواند مودهای فرکانس بالای بخش‌های انعطاف‌پذیر را تحریک کرده و منجر به ناپایداری سیستم شود [۱۰-۱۱]. تضمین قابلیت اطمینان و عملکرد ایمن فضاپیماهای انعطاف‌پذیر در دوره عمر عملیاتی خود، علاوه بر مدل‌سازی مناسب خرابی عملگر، نیازمند توسعه الگوریتم‌های کنترل تحمل‌پذیر خطا نیز می‌باشد [۱۲]. برخی از رویکردهای مؤثر کنترل تحمل‌پذیر خطا برای سیستم‌های خطی و غیرخطی شامل تئوری H_∞ [۱۳]، تکنیک LMI [۱۴]، تکنیک لیاپانوف^۳ [۱۵]، کنترل پسگام^۴ [۱۶]، کنترل تطبیقی^۵ [۱۷] و کنترل مود لغزشی [۱۸] پیشنهاد شده است. در میان روش‌های پیشنهادی، الگوریتم‌های مود لغزشی به‌عنوان یک روش کارآمد، مقاوم در برابر اغتشاشات خارجی، داخلی و نامعینی‌های سیستم، شناخته شده [۱۹] و به‌طور گسترده‌ای در سیستم‌های کنترل تحمل‌پذیر خطای وضعیت فضاپیماها مورد استفاده قرار گرفته است [۲۰ و ۲۱]. این نوع الگوریتم کنترلی برای سیستم‌های با دینامیک مدل‌سازی نشده یا نامعین مؤثر است [۲۲]. هو^۶ کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی جهت پایداری فضاپیمای انعطاف‌پذیر با استفاده از عملگرهای رزرو پیشنهاد داده است [۲۳]. زیائو^۷ و همکاران کنترل رديابی وضعیت تحمل‌پذیر خطایی را با استفاده از الگوریتم مود لغزشی تطبیقی برای فضاپیمای انعطاف‌پذیر تحت شرایط کاهش اثربخشی عملگر توسعه داده که در آن نامعینی‌های سیستم با استفاده از شبکه عصبی محاسبه می‌شوند [۲۴].

اگرچه کنترلهای تحمل‌پذیر خطا مبتنی بر مود لغزشی کلاسیک، در برابر خطاها، اغتشاشات و نامعینی‌های سیستم مقاوم هستند، اما گزارش شده که ممکن است دینامیک سیستم در فاز رسیدن به سطح لغزش در مقابل خطاها و نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی آسیب‌پذیر باشد [۲۵]. ایده روش کنترل مود لغزشی انتگرالی نسبت به مود لغزشی کلاسیک، در طراحی منیفولد لغزشی مناسبی است،

با افزایش تقاضا جهت ایمنی و قابلیت اطمینان در سامانه‌های مدرن هوافضایی از جمله فضاپیماها و هواپیما، کنترل تحمل‌پذیر خطا^۱ مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است [۱-۳]. خطاهای عملگر می‌تواند عملکرد سیستم کنترل را کاهش داده و حتی منجر به شکست مأموریت شود. به‌واسطه نامعینی‌های متعددی که به دلیل خطا در سیستم تحمیل می‌شود، غالب مسائل نیازمند قابلیت اطمینان از منظر طراحی کنترل و پیاده‌سازی، حل نشده باقی مانده است. از این رو توسعه قابلیت‌های تحمل‌پذیری خطا به‌عنوان یکی از اصلی‌ترین رویکردهای قابلیت اطمینان سیستم‌ها و روش‌های کنترلی در نظر گرفته می‌شود [۴].

مسئله کنترل تحمل‌پذیر خطا را می‌توان به دو دسته فعال و غیرفعال دسته‌بندی کرد. الگوریتم‌های کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال نسبت به روش‌های غیرفعال، نیازمند یک سناریوی شناسایی برخط خطا نیز می‌باشند. در این رویکرد، الگوریتم‌های کنترلی نسبت به سیگنال‌های خطای شناسایی شده تغییر ساختار می‌دهند [۵].

اگرچه روش‌های کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال می‌توانند واکنش نسبتاً سریعی به خطاهای عملگر دهند، اما عملکرد آن‌ها به شدت وابسته به دقت سیستم شناسایی خطا می‌باشد [۶]. از طرف دیگر، در مقایسه با روش‌های کنترل تحمل‌پذیر غیرفعال، روش‌های فعال نیازمند توان محاسباتی بالاتر، تأخیرهای زمانی میان شناسایی و فرامین کنترلی و تأخیرهای مورد نیاز برای ساختار بندی مجدد الگوریتم‌های کنترلی می‌باشند که می‌تواند باعث ناپایداری سیستم شود [۷].

همچنین، وجود بخش‌های سازه‌ای بزرگ و انعطاف‌پذیر متعدد در سامانه‌های هوافضایی و دینامیک ناشی از کوپلینگ آن‌ها با دینامیک بخش صلب می‌تواند عملکرد فضاپیماها و سیستم‌های کنترل وضعیت آن‌ها را به راحتی دستخوش تغییر کند [۸ و ۹]. فرامین ناپیوسته کنترلی، خطاهای ناشی از عملکرد عملگرهای وضعیت که می‌تواند در

² Linear Matrix Inequality (LMI)

³ Lyapunov

⁴ Backstepping Control

⁵ Adaptive control

⁶ Hu

⁷ Xiao

¹ Fault tolerant control (FTC)

الگوریتم‌های بهینه‌سازی [۳۷]، الگوریتم‌های فازی-عصبی [۳۸]، رویکرد جانمایی قطب‌ها^۶ [۳۹]، رویکرد H_{∞} [۴۰] و کنترل مود لغزشی [۴۱] و پسخور نرخ کرنش^۷ [۴۲] نام برد. از میان روش‌های معرفی‌شده، روش پسخور نرخ کرنش نسبت به روش‌های معرفی‌شده، علاوه بر ساختار ساده جهت پیاده‌سازی، ناحیه میرایی فعال گسترده‌تری داشته و توانایی پایداری بیش از یک مود ارتعاشی را دارد. در این روش مختصات سرعت سازه‌ای (نرخ کرنش) در یک بهره منفی ضرب شده و به سازه پسخوران می‌شود.

در این مقاله، از رویکرد الگوریتم مود لغزشی انتگرالی تحمل‌پذیر خطای غیرفعال در کنترل و پایداری وضعیت فضای پیمای انعطاف‌پذیر مجهز به سه عملگر تولید مومنتوم و الگوریتم فعال ارتعاشات برای کاهش ارتعاشات باقی‌مانده در تمام طول مأموریت استفاده شده است. چالش اصلی مسئله میزان تحریک مودهای انعطاف‌پذیر ناشی از خرابی‌های عملگر وضعیت در عین حفظ پایداری سیستم است. از جمله نکات بدیع در نظر گرفته شده در این مقاله ارائه یک رویکرد کنترلی با ترکیب الگوریتم کنترل نامی تناسبی-مشتقی و الگوریتم تحمل‌پذیر خطای توسعه‌یافته با لحاظ خطای افزوده متغیر با زمان در بستر یک سطح لغزش انتگرالی، هم‌زمان با ارائه الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات مبتنی بر تئوری پسخور نرخ کرنش می‌باشد. در نظر گرفتن تابع کنترلی با خطای افزوده به بستر کنترل نامی باعث افزایش قابلیت سیستم در تحمل‌پذیری خطای ناشی از عملگرهای وضعیت می‌شود. همچنین از جمله ویژگی‌های منحصر به فرد تکنیک پیشنهادی، جبران خطاهای ناشی از خطای عملگر و اثرات اغتشاشات خارجی از همان ابتدای مانور است (مود لغزش از همان ابتدای مانور وجود دارد و فاز رسیدن به سطح لغزش حذف می‌شود). قابل ذکر است با انتخاب مناسب سطح لغزش می‌توان اثر نامعینی‌های سیستم را بهبود بخشید، به طوری که دینامیک سیستم در طول مود لغزش، نسبت به این اثرات یکسان و نامتغیر است. مقاله در ادامه به این صورت سازمان‌دهی شده است که در بخش دوم، دینامیک فضای پیمای انعطاف‌پذیر و خطای

به طوری که مود لغزش از همان لحظه اولیه آغاز شود. بدین ترتیب قوام سیستم از همان ابتدا تضمین شده و فاز رسیدن حذف می‌شود [۲۶]. تحقیقات گسترده‌ای بر اساس این تکنیک صورت پذیرفته است. کنترل مود لغزشی انتگرالی مقاومی برای بهبود مسئله پایداری کوادکوپتر تحریک-ناقص^۱ توسط اولاد^۲ و همکاران توسعه داده شد [۲۷]. جیانگ^۳ و همکاران کنترل مود لغزشی انتگرالی جدیدی شامل یک الگوریتم کنترل نامی و یک کنترل حرکت مود لغزشی را برای افزایش عملکرد ردیابی و کاهش اغتشاشات یک هلی‌کوپتر کوچک توسعه دادند [۲۸]. لی^۴ و همکاران به طراحی کنترل مود لغزشی انتگرالی زمان محدود و یک مشاهده‌گر اغتشاشات برای یک فضای پیمای صلب با خرابی عملگرهای وضعیت پرداختند [۲۹]. پایداری مقاوم فضای پیمای صلب با رویکرد کنترل مغناطیسی مبتنی بر الگوریتم مود لغزشی انتگرالی زمان-متغیر توسط سوفیالی و جعفری^۵ صورت پذیرفته است [۳۰].

همان‌طور که پیشتر اشاره شد، به واسطه اثرات متقابل ناشی از کوپلینگ دینامیکی بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر و همچنین ماهیت ناپویسته فرامین کنترلی، مودهای فرکانس بالای سیستم مستعد تحریک به واسطه هرگونه اغتشاش داخلی/خارجی ناشی از دینامیک جسم صلب می‌باشند [۳۱]. در بخش قبل، یکی از رویکردهای مقاوم کنترلی (مقاوم به انواع نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی)، جهت کنترل خرابی عملگرهای وضعیت، معرفی شد؛ اما همچنان در سیستم ارتعاشات باقی‌مانده‌ای وجود دارد که قابلیت کنترل و حذف آن‌ها علیرغم ملاحظات توسعه‌ای در طراحی الگوریتم‌های کنترل وضعیت و لحاظ پارامترهای انعطاف‌پذیری در ساختار الگوریتم‌های کنترلی، وجود ندارد که می‌تواند مأموریت‌های نیازمند دقت بالا را به خطر اندازد [۳۲-۳۳]. کنترل فعال ارتعاشات با استفاده از سازه‌های هوشمند از جمله روش‌های مطرح در کاهش و کنترل ارتعاشات باقی‌مانده می‌باشد [۳۴-۳۵]. از جمله روش‌های رایج در کنترل ارتعاشات می‌توان از روش PID [۳۶]،

¹ Under-actuated

² Ullah

³ Jiang

⁴ Li

⁵ Sofyali and Jafarov

⁶ Pole Placement

⁷ Strain Rate Feedback (SRF)

و سفتی، اندیس‌های R و F به ترتیب نشان‌دهنده بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر و پارامترهای \mathbf{P} ، \mathbf{A} و \mathbf{N} به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{n \times 1}^j &= 2[(E_3 \times h)_p^1 (E_3 \times h)_p^2 \dots (E_3 \times h)_p^{n_j}]^T \\ \mathbf{N}_{n \times n} &= \text{diag} \left[2((wL/h)(\varepsilon_3^T - d_{31}^2 E)_p^j) \right] \quad (2) \\ \mathbf{P}_{1 \times n}^{a,s} &= 2 \int_{x_i}^{x_i+L_p} \left((d_{31} E w)(y + h/2) \Psi''^T \right)_p^i \end{aligned}$$

که در آن d_{31} ، E_3 ، ε_3^T و w و h به ترتیب ثابت ولتاژ، چگالی میدان الکتریکی، قابلیت گذردهی انرژی الکتریکی، عرض و ضخامت وصله پیزوالکتریک، $\Psi(x)$ توابع شکلی و $\boldsymbol{\eta}^k = [\eta^1 \quad \eta^2 \quad \dots \quad \eta^k]$ کمین مختصات تعمیم‌یافته می‌باشند.

برای نمایش پارامترهای وضعیت از کوآرنیون‌ها $\mathbf{q} = [q_0 \quad \mathbf{q}_{1:3}] \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$ استفاده شده است که با استفاده از رابطه زیر می‌توان آن را به بردار سرعت‌های زاویه‌ای $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$ مرتبط ساخت:

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (q_0 \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{q}_{1:3}^\times) \boldsymbol{\omega} \\ -\mathbf{q}_{1:3}^T \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix} \quad (3)$$

که در آن $(X)^\times$ بیانگر ماتریس پادمقارن است. جهت مدل‌سازی دینامیک خطای عملگر وضعیت داریم:

$$\mathbf{u}_c = [\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)] \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_A \quad (4)$$

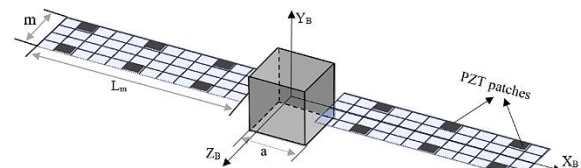
به طوری که $\mathbf{E}(t) = \text{diag}\{e_1(t), e_2(t), e_3(t)\} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ ماتریس کاهش اثربخشی عملگرهای وضعیت فضاپیما و $0 \leq e_i(t) < 1$ ($i = 1, 2, 3$) لازم به ذکر است اگر $e_i(t) = 0$ باشد، یعنی عملگر به طور نرمال کار کرده و اگر $0 < e_i(t) < 1$ عملگر دچار کاهش اثربخشی عملکرد شده است و هنوز به طور کامل از کار نیفتاده است. پارامتر \mathbf{u}_A به عنوان تابع خطای افزوده متغیر با زمان عملگر در نظر گرفته شده است. همچنین، پارامتر \mathbf{u}_h به عنوان گشتاور کنترلی سالم در نظر گرفته شده است. بنابراین، با بازنویسی بخش اول دینامیک سیستم با توجه به معادله (۴) داریم:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} &= -\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} \\ &- \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + [\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)] \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_A + \mathbf{d} \end{aligned} \quad (5)$$

عملگرهای وضعیت مدل‌سازی شده است. در بخش سوم به طراحی کنترلر نامی و کنترلر مود لغزشی انتگرالی تحمل‌پذیر خطا در حضور اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های دینامیکی پرداخته شده است. به منظور افزایش دقت و کاهش اثرات ناشی از ارتعاشات باقی‌مانده در سیستم از الگوریتم پس‌خور نرخ کرنش برای کاهش ارتعاشات پدل‌های انعطاف‌پذیر استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی در بخش چهارم و پس‌از آن در بخش پنجم نتیجه‌گیری ارائه شده است.

۲- مدل‌سازی دینامیکی

شماتیک فضاپیماي انعطاف‌پذیر متشکل از یک هاب صلب و دو پدل انعطاف‌پذیر مجهز به وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک متصل به آن در شکل ۱ نمایش داده شده است. جهت مدل‌سازی تغییر شکل‌های الاستیک پدل‌ها از تئوری تیر اوپلر-برنولی در مانورهای وضعیت چند محوره استفاده شده است.



شکل (۱): مدل دینامیکی فضاپیماي انعطاف‌پذیر.

سینماتیک و دینامیک وضعیت فضاپیماي انعطاف‌پذیر مجهز به وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک با توجه به معادلات زیر ارائه شده است [۳۱]:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k &= \mathbf{u} \\ \mathbf{M}_{FR} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{M}_F \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{C}_{FR} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_F \dot{\boldsymbol{\eta}}_k \\ + \mathbf{K}_F \boldsymbol{\eta}_k &= -\mathbf{P} \mathbf{g} \mathbf{A}_P^a - \mathbf{d}_e \end{aligned} \quad (1)$$

$$\mathbf{A}_P^s = \mathbf{g} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{P}^T \boldsymbol{\eta}_P^s$$

که در آن $\mathbf{u}_c \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ ، $\mathbf{u} = \mathbf{u}_c + \mathbf{d}$ گشتاور کنترلی، $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^{k \times 1}$ اغتشاشات خارجی وارد بر هاب، $\mathbf{d}_e \in \mathbf{R}^{k \times 1}$ اغتشاشات خارجی وارد بر بخش‌های انعطاف‌پذیر، \mathbf{g} ضریب بهره تقویتی حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک، بالانویس‌های a و s به ترتیب مبین عملگر و حسگر پیزوالکتریک، ماتریس‌های \mathbf{M} ، \mathbf{C} و \mathbf{K} به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی

۳- طراحی کنترلر

سیستم حلقه بسته بدون اغتشاشات به صورت مجانبی پایدار خواهد بود به طوری که شرایط $t \rightarrow \infty$ ، $\mathbf{q}_{1:3} \rightarrow 0$ و $\boldsymbol{\omega} \rightarrow 0$ برقرار باشد.

اثبات: تابع لیاپانوف به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$V_1 = k_p(1 - q_0)^2 + k_p \mathbf{q}_{1:3}^T \mathbf{q}_{1:3} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}_R \boldsymbol{\omega} \quad (۸)$$

با مشتق گیری زمانی از معادله فوق و با توجه به معادلات (۳) و (۶) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -2k_p \dot{q}_0 + \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ &= -2k_p \left(-\frac{1}{2} \mathbf{q}_{1:3}^T \boldsymbol{\omega} \right) \\ &\quad + \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}_R (\mathbf{M}_R^{-1} (\mathbf{u}_N - \mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k)) \\ &= -2k_p \left(-\frac{1}{2} \mathbf{q}_{1:3}^T \boldsymbol{\omega} \right) \\ &\quad + \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}_R (\mathbf{M}_R^{-1} ((-k_p \mathbf{q}_{1:3} \\ &\quad - k_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) + \mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k) \\ &\quad - \mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k)) \\ &= k_p (\mathbf{q}_{1:3}^T \boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} \\ &\quad - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k - \boldsymbol{\omega}^T k_p \mathbf{q}_{1:3} - \boldsymbol{\omega}^T k_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) \\ &\quad + \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k \\ &= -\boldsymbol{\omega}^T k_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) \end{aligned} \quad (۹)$$

در معادله فوق می توان نشان داد که برای همه x ها داریم $\dot{V}_1 \leq 0$. پس می توان نشان داد q_0 ، $\mathbf{q}_{1:3}^T$ و $\boldsymbol{\omega}$ به صورت گلوبالی محدود شده اند. با توجه به قید p^2 مشخص است که \dot{V}_1 نیز محدود شده است. بنابراین مطابق با قضیه بارالات [۴۵] داریم $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\omega}(t) = 0$. اکنون لازم است $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}_{1:3}(t) = 0$ نشان داده شود. با مشتق گیری از معادله (۶) و استفاده از معادله (۷) داریم:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} &= -\mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - (\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} + \dot{\mathbf{C}}_R \boldsymbol{\omega}) \\ &\quad - (\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \dot{\mathbf{C}}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k) + \dot{\mathbf{u}}_{nom} - \dot{\mathbf{M}}_R \boldsymbol{\omega} \\ &= -\mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - (\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} + \dot{\mathbf{C}}_R \boldsymbol{\omega}) \\ &\quad - (\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \dot{\mathbf{C}}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k) - k_p \dot{\mathbf{q}}_{1:3} \\ &\quad - k_d \frac{d}{dt} \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) + \mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k \\ &\quad + (\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} + \dot{\mathbf{C}}_R \boldsymbol{\omega}) + (\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \dot{\mathbf{C}}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k) \\ &= -k_p \dot{\mathbf{q}}_{1:3} - \dot{\mathbf{M}}_R \boldsymbol{\omega} \\ &\quad - k_d \frac{d}{dt} \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) \end{aligned} \quad (۱۰)$$

در این بخش دو رویکرد کنترلی؛ مود لغزشی از نوع انتگرالی و کنترل فعال ارتعاشات طراحی شده است. ابتدا به طراحی کنترلر مود لغزشی انتگرالی ساده برای سیستم با خطای عملگر پرداخته شده و در ادامه خاصیت تحمل پذیری خطابه ساختار مود لغزشی انتگرالی اضافه شده، سپس الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات طراحی شده است.

۳-۱- کنترل نامی

پیش از طراحی کنترلر، فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

فرضیه ۱: اغتشاشات خارجی با مقدار اشباع d_{max} محدود در نظر گرفته شده است $\|\mathbf{d}\| \leq d_{max}$ [۴۳].

فرضیه ۲: خطای عملگر با ثابت مثبت e_m محدود در نظر گرفته شده است $0 \leq \max\{e_1, e_2, e_3\} \leq e_m$ [۲۳].

فرضیه ۳: خطای افزوده عملگر ممکن است متغیر با زمان و نامعین باشد اما همواره با مقدار اشباع u_{max} محدود در نظر گرفته شده است $\|\mathbf{u}_A\| \leq u_{max}$ [۴۴].

فرضیه ۴: ماتریس \mathbf{M}_R مثبت معین است.

فرضیه ۵: حرکت بخش های انعطاف پذیر $\|\boldsymbol{\eta}_k\|$ و مشتق آن نیز $\|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\|$ محدود در نظر گرفته شده است [۲۰].

لم ۱: دینامیک و سینماتیک وضعیت را بدون خطای عملگر و اغتشاشات خارجی به صورت زیر در نظر بگیرید (بخش اول معادله (۱)):

$$\mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u} \quad (۶)$$

قانون کنترل نامی پیشنهادی به صورت زیر طراحی شده است:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_N &= -k_p \mathbf{q}_{1:3} - k_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) \\ &\quad + \mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن بخش $-k_p \mathbf{q}_{1:3} - k_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right)$ ساختار کنترلر PD اشباع شده را نمایش می دهد؛ به طوری که $\tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) = \left[\tanh\left(\frac{\omega_1}{p^2}\right), \tanh\left(\frac{\omega_2}{p^2}\right), \tanh\left(\frac{\omega_3}{p^2}\right) \right]$ ، k_d و k_p ثابت های مثبت، p^2 تابع اسکالر شدت سوئیچینگ با شرط $0 < p^2 \in \ell_\infty$ و $p^2_{min} \leq p^2 \in \ell_\infty$ می باشد. به این ترتیب

$$\mathbf{S} = \mathbf{D} \left\{ \begin{aligned} &\boldsymbol{\omega}(t) - \boldsymbol{\omega}(t_0) \\ &- \int_{t_0}^t \mathbf{M}_R^{-1} [-\mathbf{M}_R \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k(\sigma) - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}(\sigma) \\ &- \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k(\sigma) + \mathbf{u}_N(\mathbf{q}, \boldsymbol{\omega})] d\sigma \end{aligned} \right. \quad (14)$$

که در آن $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ یک ماتریس ثابت است و باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که $\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1}$ معکوس‌پذیر باشد. در $t = t_0$ باید شرط $\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}(t_0), t_0) = 0$ برقرار باشد. جهت تحلیل دینامیک لغزش در حضور خطای عملگر، تکنیک کنترل تناسبی \mathbf{u}_{eq} مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۵]. به‌منظور استخراج \mathbf{u}_{eq} با مشتق‌گیری از سطح لغزش معادله (۱۴) داریم:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{D} \{ \dot{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{M}_R^{-1} (-\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u}_N) \} \quad (15)$$

با جایگذاری مدل دینامیکی باوجود خطای عملگر در معادله (۱۵) داریم:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1} \{ [\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)] \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_A + \mathbf{d} - \mathbf{u}_N \} \quad (16)$$

با توجه به $\dot{\mathbf{S}} = 0$ ، کنترل تناسبی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{u}_{eq} = [\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)]^{-1} (-\mathbf{u}_A - \mathbf{d} + \mathbf{u}_N) \quad (17)$$

در نتیجه، برای \mathbf{u} داریم:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{eq} + \mathbf{u}_N \quad (18)$$

۳-۳- کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی

قانون کنترل مود لغزشی باید به‌گونه‌ای طراحی شود که دسترسی به منیفولد لغزشی باوجود خرابی عملگر تضمین شود. قانون کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی بر مود لغزشی انتگرالی پیشنهادی، به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_N + \mathbf{u}_F \quad (19)$$

که در آن \mathbf{u}_N محدود به سطح لغزش و \mathbf{u}_F یک مؤلفه کنترلی ناپیوسته که اثرات احتمالی خطای عملگر را بر روی سیستم جبران می‌کند و باعث می‌شود سیستم به سمت سطح لغزشی برود. با توجه به فرضیات ۱ و ۲، قانون کنترلی \mathbf{u}_F نیز به‌صورت زیر انتخاب شده است:

ترم آخر معادله (۱۰) را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} &k_d \frac{d}{dt} \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}_i}{p^2}\right) \\ &= \operatorname{sech}^2\left(\frac{\mathbf{q}_{1:3}^T}{p^2}\right) \frac{\dot{\boldsymbol{\omega}}_i p - 2\boldsymbol{\omega}_i \dot{p}}{p^3} \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن $\boldsymbol{\omega}_i$ برابر با i امین المان از $\boldsymbol{\omega}$ ($i = 1, 2, 3$) است. زمانی که $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ ، $\dot{\mathbf{q}}_{1:3}$ ، \dot{p} و $\boldsymbol{\omega}$ محدود شده باشد و رابطه $0 \leq p_{min}^2 \leq p^2$ برقرار باشد، می‌توان از معادلات (۱۰) و (۱۱) نشان داد $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ محدود است. با توجه به لم باربالات با همگرایی $\boldsymbol{\omega}$ به مرجع، \square نیز به مرجع همگرا می‌شود. همچنین با توجه به $t \rightarrow \infty$ در رابطه (۷)، $\mathbf{u}_N = 0$ نیز برقرار است. بنابراین، با توجه به معادله (۷) داریم $\lim_{t \rightarrow \infty} k_p \mathbf{q}_{1:3} + k_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) = 0$ که نشان می‌دهد $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\omega}(t) = 0$ داریم $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}_{1:3}(t) = 0$. بنابراین لم ۱ اثبات می‌شود.

نکته ۱: با استفاده از ویژگی‌های کواترنیون‌ها و تابع تانژانت هایپربولیک، می‌توان \mathbf{u}_N معادله (۷) را به‌صورت کران بالای زیر نوشت:

$$\begin{aligned} |\mathbf{u}_N| &\leq |k_p \mathbf{q}_{1:3}| + \left| k_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) \right| \\ &+ |\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| + |\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}| + |\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| \\ &\leq k_p + k_d + a + b + c \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن می‌توان کران بالای سه ترم آخر تعریف شده در معادله (۱۲) را به‌صورت زیر در نظر گرفت [۴۶]:

$$\begin{aligned} |\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| &= a_1 \|\boldsymbol{\eta}_k\| + a_2 \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\| \\ &+ a_3 \|\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k\| = a \\ |\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}| &= b_1 \|\boldsymbol{\Phi}\| + b_2 \|\boldsymbol{\omega}\| = b \\ |\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| &= c_1 \|\boldsymbol{\eta}_k\| + c_2 \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\| = c \end{aligned} \quad (13)$$

نکته ۲: در p^2 در مخرج تابع تانژانت هایپربولیک ظاهر می‌شود، به‌طوری‌که مقدار آن شدت تغییرات سیگنال کنترلی با تغییرات $\boldsymbol{\omega}$ را تعیین می‌کند. تنظیم p^2 نرخ تغییرات گشتاور کنترل نامی را نیز تغییر می‌دهد، بنابراین، عملکرد دینامیکی بهتری حاصل می‌شود [۴۷].

۳-۲- کنترل مود لغزشی انتگرالی

جهت طراحی کنترل مود لغزشی انتگرالی، سطح لغزش انتگرالی به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

که در آن $\epsilon = \mathbf{DK}_s[1 - e_m]\mathbf{M}_R^{-1}$ مثبت معین است. همچنین این معادله نشان می‌دهد که حرکت لغزشی می‌تواند در برابر کاهش عملکرد عملگر و یک تابع خطای افزوده متغیر با زمان و اغتشاشات خارجی ثابت باقی بماند.

۴-۳- کنترل فعال ارتعاشات

به‌منظور ایجاد مانورهای با دقت بالا، در این بخش به طراحی الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات پس‌خور نرخ کرنش با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک پرداخته شده است. جریان خروجی حسگرهای پیزوالکتریک نرخ کرنش پنل را اندازه‌گیری می‌کند. این جریان با استفاده از یک تنظیم‌کننده سیگنال با بهره G_C به ولتاژ حسگر V_S تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} V_S(t) &= G_C i(t) \\ &= G_C e_{31} \left(\frac{h_b}{2} \right. \\ &\quad \left. + h_p \right) w_p \int_0^{L_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi^k(x) \dot{\eta}^k(t) dx \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن $i(t)$ جریان مدار و $e_{31}(t)$ ثابت شارژ/تنش پیزوالکتریک است. این ولتاژ به‌عنوان ورودی به کنترلر داده می‌شود و خروجی آن، بهره کنترلر \mathbf{K}_{PZT} ضرب در ولتاژ حسگر می‌باشد. بنابراین، ولتاژ ورودی به عملگر \mathbf{V}_a به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{V}_a(t) = \mathbf{A}_p^a = \mathbf{K}_{PZT} \times V_S(t) \quad (27)$$

لازم به ذکر است که ماتریس بهره فیدبک \mathbf{K}_{PZT} شامل بهره فیدبکی متناسب با هر وصله پیزوالکتریک است. نیروی کنترل f_c تولیدشده توسط عملگر که بر روی وصله‌ها اعمال می‌شود به‌صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\begin{aligned} f_c \\ &= E_p d_{31} w_p \left(\frac{h_b + h_p}{2} \right) \int_0^{L_p} \frac{\partial}{\partial x} \psi^k(x) dx \mathbf{V}_a(t) \end{aligned} \quad (28)$$

۴- شبیه‌سازی‌های عددی و نتایج

در این بخش شبیه‌سازی‌های مانور وضعیت چند محوره فضاپیما در دو بخش موردبررسی قرار گرفته است. در بخش اول، شبیه‌سازی‌ها جهت بررسی عملکرد و قابلیت‌های الگوریتم مود لغزشی انتگرالی با حضور کنترلر تحمل‌پذیر

$$\mathbf{u}_F = \begin{cases} -K_s \mathbf{S} - \beta(t) \frac{(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}}{\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}\|} & \text{if } \mathbf{S} \neq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

که در آن $\beta(t)$ تابع بهره سوئیچینگ بوده و به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$\beta(t) = \frac{\sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_\infty + u_{max} + d_{max} + \epsilon}{1 - e_m} \quad (21)$$

به‌طوری که ϵ ثابت مثبت محدود است.

قضیه ۱: فرض کنید دینامیک کنترل وضعیت با خطای عملگر با فرضیات ۱ تا ۳ معتبر است. به‌این‌ترتیب می‌توان رسیدن به سطح لغزش $\mathbf{S} = 0$ را با جایگذاری معادلات (۷) و (۲۰) در قانون کنترل (۱۹)، حفظ نمود. **اثبات:** تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (22)$$

با مشتق‌گیری از معادله (۲۲) برای $\mathbf{S} \neq 0$ و با جایگذاری قانون کنترل تحمل‌پذیر خطا (معادله (۱۹)) در معادله (۲۲) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \mathbf{S} \dot{\mathbf{S}} \\ &= \mathbf{SDM}_R^{-1}([\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)]\mathbf{u}_F + \mathbf{u}_A + \mathbf{d} \\ &\quad - \mathbf{E}(t)\mathbf{u}_N) \\ &= \mathbf{SDM}_R^{-1}([\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)](-K_s \mathbf{S} \\ &\quad - \beta(t) \frac{(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}}{\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}\|}) + \mathbf{u}_A + \mathbf{d} \\ &\quad - \mathbf{E}(t)\mathbf{u}_N) \end{aligned} \quad (23)$$

طبق نامساوی $x^T y \leq \sqrt{3} \|x\| \|y\|_\infty$ برای مؤلفه $\mathbf{E}(t)\mathbf{u}_N$ می‌توان نوشت:

$$\mathbf{E}(t)\mathbf{u}_N \leq \sqrt{3} \|e_m\| \|\mathbf{u}_N\|_\infty \quad (24)$$

با در نظر گرفتن حدود بالای هر پارامتر و جایگذاری معادله (۲۴) در معادله (۲۳) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq \mathbf{SDM}_R^{-1} \{ [1 - e_m] (-K_s \mathbf{S} - \beta(t)) \\ &\quad + u_{max} + d_{max} - \sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_\infty \} \\ &\leq \mathbf{SDM}_R^{-1} \{ -K_s \mathbf{S} [1 - e_m] \\ &\quad - \sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_\infty - u_{max} - d_{max} - \epsilon \\ &\quad + u_{max} \\ &\quad + d_{max} + \sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_\infty \} \\ &\leq \mathbf{SDM}_R^{-1} \{ -K_s \mathbf{S} [1 - e_m] - \epsilon \} \\ &\leq -\mathbf{SDM}_R^{-1} (K_s \mathbf{S} [1 - e_m]) \\ &\quad - \epsilon \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}\| \\ &\leq -\epsilon \mathbf{S}^2 - \epsilon \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}\| \end{aligned} \quad (25)$$

کنترل تحمل‌پذیر خطا $k_s = 0.0001$ و $\mathbf{D} = \mathbf{I}_{3 \times 3}$ در نظر گرفته شده است. کران بالای پارامترهای تعریف شده در معادله (۱۲) به ترتیب برابر $a = 0.07$ و $b = c = 0.02$ می‌باشد. همچنین، در طراحی الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات $G_C = 127$ و $\mathbf{K}_{PZT} = [32 \ 27 \ 19 \ 7]$ برای چهار جفت حسگر/عملگر نصب شده در هر $0.5 (m)$ از طول پنل در نظر گرفته شده است. نتایج در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای از پاسخ‌های زمانی گشتاورهای کنترلی، کوآرتیون‌ها، سرعت‌های زاویه‌ای، مودهای ارتعاشی و تلاش کنترلی عملگرهای پیزوالکتریک در شکل‌های ۲ تا ۱۵ نمایش داده شده است.

شکل ۲ و ۳ تلاش کنترلی موردنیاز برای الگوریتم‌های کنترلی مود لغزشی انتگرالی را برای حالت بدون و با کنترل تحمل‌پذیر خطا همراه با کنترل ارتعاشات فعال به ترتیب برای خطاهای حالت اول و دوم نمایش می‌دهد. همان‌طور که می‌توان مشاهده کرد، در هر دو نمودار در زمان ۱۰ ثانیه، گشتاور کنترلی دچار افت می‌شود. بعد از وقوع خطا، کنترلر مود لغزشی انتگرالی همراه با تحمل‌پذیری خطا، خرابی رخ داده در سیستم را به راحتی رفع کرده و با شیب ملایم تری کاهش اثربخشی عملگر را کنترل می‌کند؛ اما در کنترلر بدون الگوریتم تحمل‌پذیر خطا، تلاش گشتاور کنترلی دچار نوسانات بزرگ و قابل توجهی می‌شود. همچنین میزان کاهش اثر معیار کاهش اثربخشی عملگرهای وضعیت در حالت اول (شکل ۲) نسبت به حالت دوم (شکل ۳) نیز نمایش داده شده است. با افزایش این معیار، عملکرد عملگرها در تأمین سیگنال کنترلی مطلوب کاهش یافته است. در الگوریتم مود لغزشی انتگرالی تحمل‌پذیر خطا، گشتاور کنترلی موردنیاز اولیه بیشتر از الگوریتم بدون ویژگی تحمل‌پذیری خطا بوده است. همچنین، الگوریتم کنترلر مود لغزشی تحمل‌پذیر خطا در حضور اغتشاشات خارجی و کاهش اثربخشی عملگر برای حالت اول، پس از ۷۰ ثانیه و حالت دوم، پس از ۶۰ ثانیه به شرایط تعادل می‌رسد. این در حالی است که بدون کنترل تحمل‌پذیر خطا، سامانه حتی پس از ۱۲۰ ثانیه با خطای قابل توجهی حول نقطه تعادل نوسان می‌کند. این رفتار در زوایای مانور در قالب کوآرتیون‌ها (شکل ۴ و ۵) و سرعت‌های زاویه‌ای (شکل ۶ و ۷) به وضوح قابل مشاهده است.

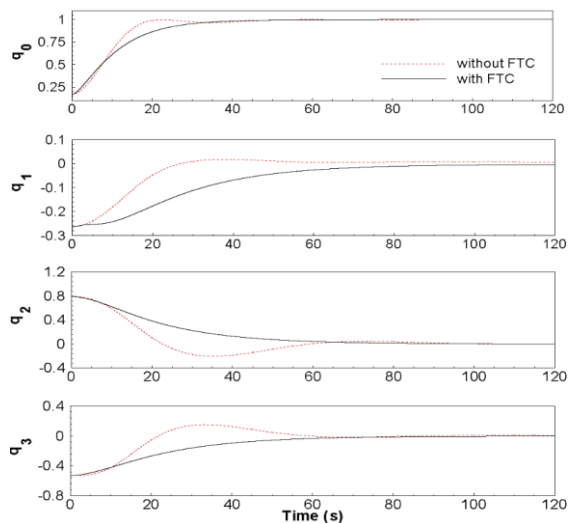
خطا و بدون آن ارائه شده است. در بخش دوم شبیه‌سازی‌ها جهت بررسی عملکرد قانون کنترل فعال ارتعاشات ارائه شده است.

دو سناریوی متفاوت برای میزان اثر خطا در عملکرد سیستم و ارزیابی کنترلر پیشنهادی در نظر گرفته شده است. در زمان $t = 10 s$ هر عملگر دچار کاهش اثربخشی شده، در حالی که در زمان $t = 30 s$ عملگرها دچار خطای افزایشی می‌شوند. جزئیات آن به شرح زیر است:

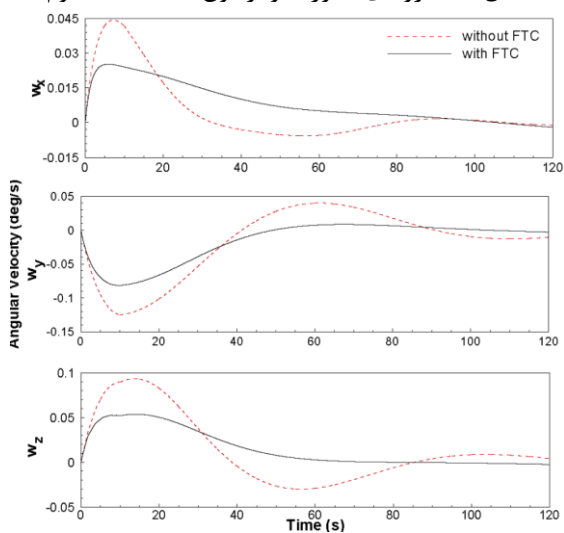
$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i &= \begin{cases} 0 & t < 10 \\ 0.75 & t \geq 10 \end{cases} & \text{حالت اول:} \\ \mathbf{u}_A &= \begin{cases} 0 & t < 30 \\ 0.1 & t \geq 30 \end{cases} \\ \mathbf{e}_i &= \begin{cases} 0 & t < 10 \\ 0.5 & t \geq 10 \end{cases} & \text{حالت دوم:} \\ \mathbf{u}_A &= \begin{cases} 0 & t < 30 \\ 0.1 & t \geq 30 \end{cases} \end{aligned}$$

معادلات غیرخطی سیستم و شبیه‌سازی‌ها در محیط MATLAB/Simulink صورت پذیرفته است. پارامترهای در نظر گرفته شده برای بدنه صلب اصلی، پنل‌ها و حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک A5 عبارت‌اند از: مشخصات هاب؛ $a = 0.3(m)$ ، ممان اینرسی $J_x = 7.31 (kg \cdot m^2)$ و $J_y = 13.44 (kg \cdot m^2)$ و $J_z = 11.72 (kg \cdot m^2)$ ؛ مشخصات پنل‌ها؛ چگالی $\rho_A = 2 \left(\frac{kg}{m}\right)$ ، سفتی خمشی $EI_y = 35 (Gpa)$ ، طول $L_m = 2(m)$ ، عرض $w = 0.3(m)$ و مشخصات وصله‌های پیزوالکتریک؛ عرض $w_p = 0.0635(m)$ ، ضخامت $h_p = 1.905 \times 10^{-4}(m)$ ، طول $L_p = 0.0635(m)$ ، چگالی $\rho_p = 0.096 \left(\frac{kg}{m}\right)$ ، ثابت کرنش $d_{31} = 125 \times 10^{-12}(m/V)$ ، ثابت شارژ $e_{31} = 10.5 \times 10^{-3}(Vm/N)$ ، گزردهی همچنین اغتشاشات خارجی وارد بر بدنه اصلی و پنل‌ها به صورت $\mathbf{d} = 0.04(\sin(0.07t))$ و $\mathbf{d}_e = 0.0083\sin(12t)$ لحاظ شده است. شرایط اولیه وضعیت $\boldsymbol{\omega} = [0 \ 0 \ 0]^T$ و $\mathbf{q}(t_0) = [0.174 \ -0.263 \ 0.789 \ -0.526]^T$ سه مود اول ارتعاش $k = 3$ برای گسسته‌سازی حوزه الاستیک در نظر گرفته شده است.

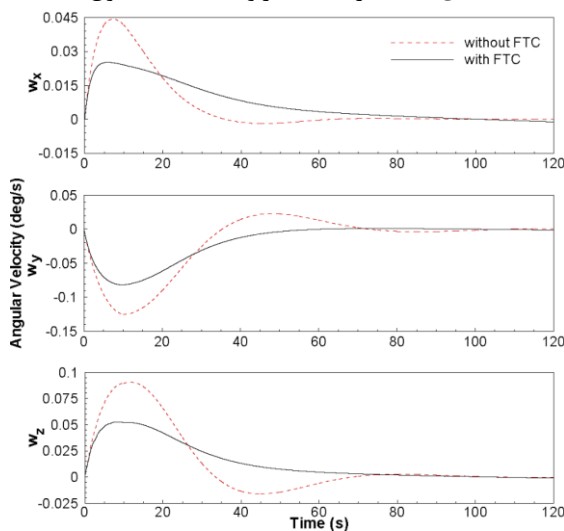
پارامترهای الگوریتم‌های کنترلی مود لغزشی تحمل‌پذیر خطا عبارت‌اند از: بهره‌های کنترل نامی $k_d = 0.5$ و $k_p = 0.5$ ، اسکالر شدت سوئیچینگ $p^2 = 0.1$ و دو بهره



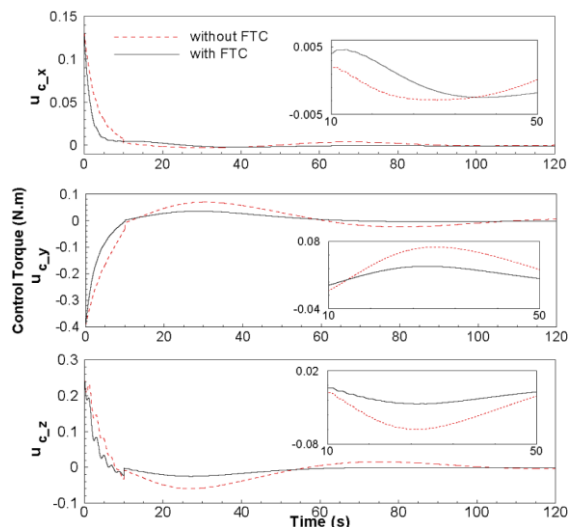
شکل (۵): زوایای مانور (کواترنیون‌ها) - حالت دوم.



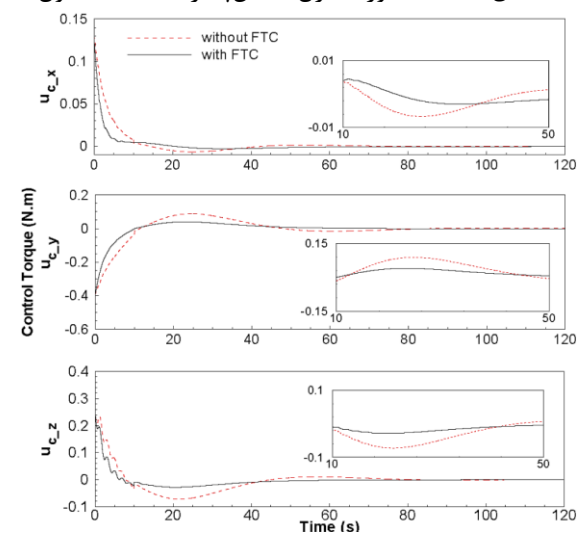
شکل (۶): سرعت‌های زاویه‌ای - حالت اول.



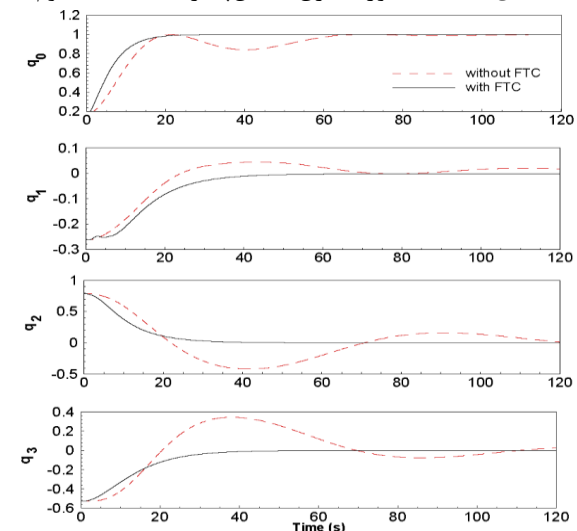
شکل (۷): سرعت‌های زاویه‌ای - حالت دوم.



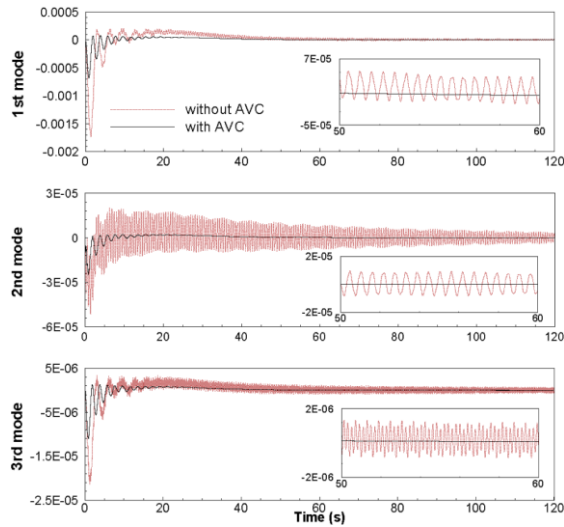
شکل (۲): گشتاور کنترل تحمل پذیر خطا-حالت اول.



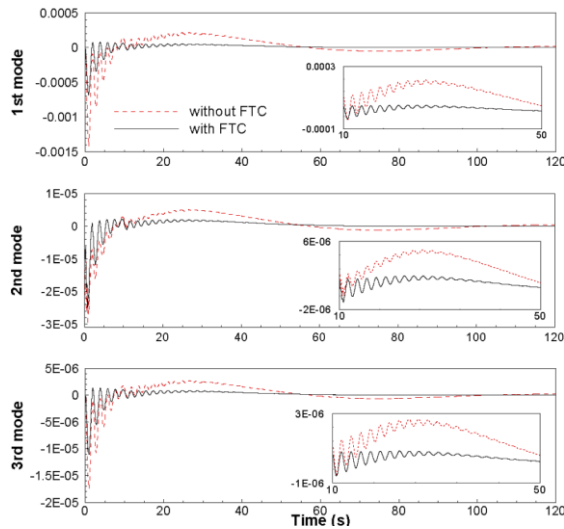
شکل (۳): گشتاور کنترل تحمل پذیر خطا-حالت دوم.



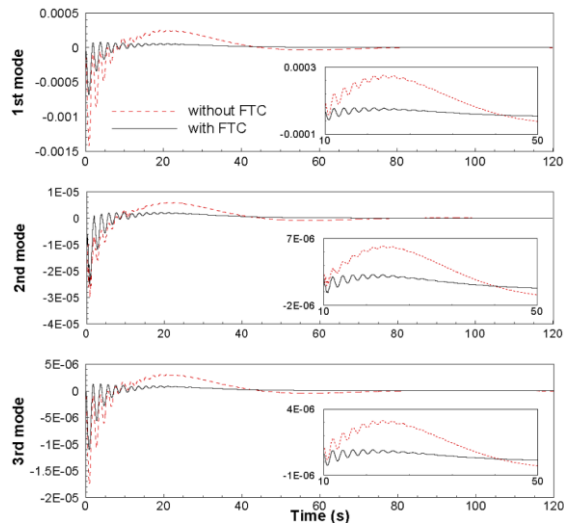
شکل (۴): زوایای مانور (کواترنیون‌ها) - حالت اول.



شکل (۹): مود اول تا سوم ارتعاشی - حالت دوم.



شکل (۱۰): مود اول تا سوم ارتعاشی - حالت اول.

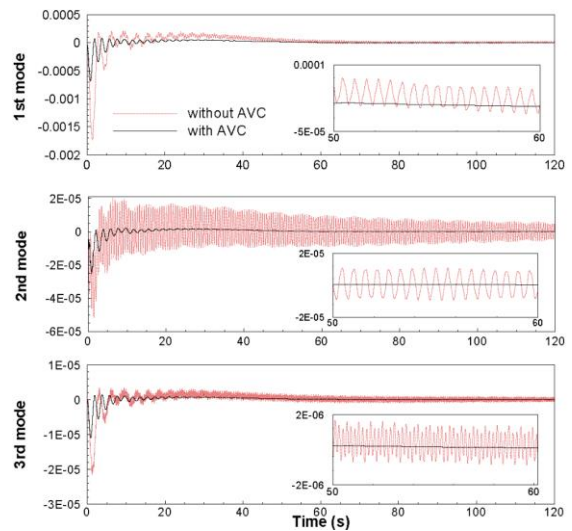


شکل (۱۱): مود اول تا سوم ارتعاشی - حالت دوم.

همان‌طور که می‌توان مشاهده کرد کواترنیون‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای نوسانات شدیدی در غیاب کنترل تحمل‌پذیر خطا را به نمایش می‌گذارند. لازم به ذکر است، الگوریتم کنترلی تحمل‌پذیر خطای پیشنهادی، قابلیت بهبود نوسان اولیه پیش از وقوع خطا (قبل از ۱۰ ثانیه) را دارا می‌باشد.

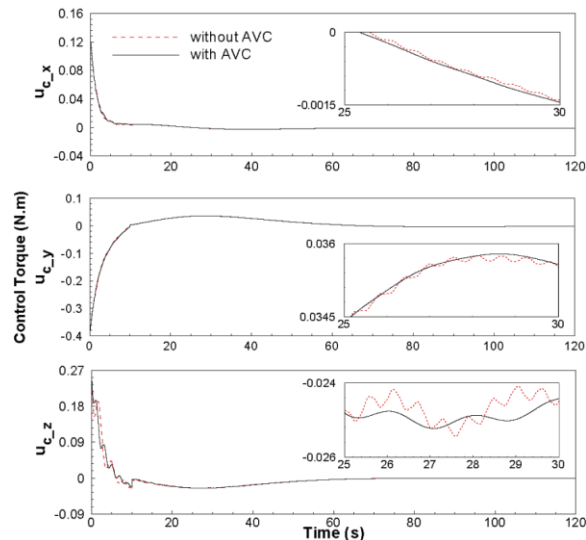
همان‌طور که در نمودارهای شکل ۶ قابل‌مشاهده است، نوسان اولیه درست پیش از وقوع خطا، حدود ۴۰ درصد کاهش پیدا کرده است. همچنین، اثر کاهش خطا در حالت دوم نیز به‌وضوح در شکل ۵ و ۷ قابل‌مشاهده است. به‌عنوان مثال در نمودارهای شکل ۶ و ۷، با کاهش ۲۵ درصدی خطا در زمان ۵۰ ثانیه، سرعت زاویه‌ای در هر سه راستا، تقریباً ۳۰ درصد کاهش یافته است.

در شکل‌های ۸ تا ۱۱ پاسخ زمانی ارتعاشات پنل‌های انعطاف‌پذیر برای سه مود اول ارتعاشی نمایش داده شده است. شکل ۸ و ۹ به‌منظور نمایش توانایی الگوریتم پسخور نرخ کرنش در کنترل ارتعاشات باقی‌مانده سیستم حین و پس از مانور در کنار کنترل تحمل‌پذیر خطا نمایش داده شده است. همان‌طور که می‌توان مشاهده کرد، استفاده از الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات، اثر قابل‌ملاحظه‌ای در کاهش نوسانات ناشی از دینامیک انعطاف‌پذیر داشته است.

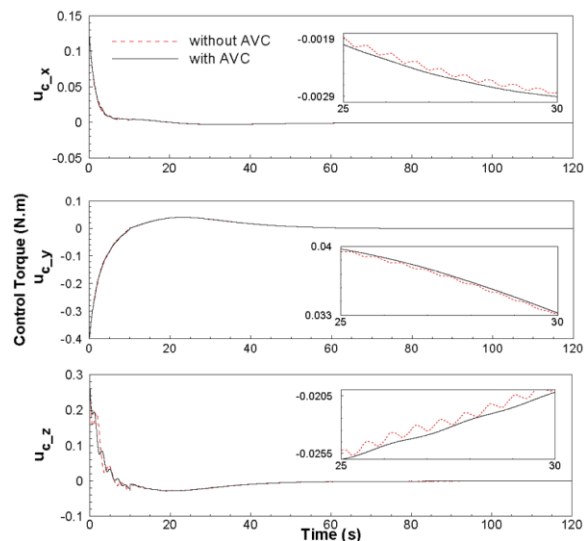


شکل (۸): مود اول تا سوم ارتعاشی - حالت اول.

ترتیب برای حالت بدون و با کنترل فعال ارتعاشات برای حالت اول و دوم خطا نمایش می‌دهد. وجود نوسانات ناشی از دینامیک انعطاف‌پذیر، فارغ از خطاهای ناشی از خرابی عملگر و اغتشاشات خارجی، در تمام مانور قابل مشاهده است. تلاش کنترلی عملگرهای وضعیت سیستمی که به‌طور هم‌زمان از کنترل فعال ارتعاشات استفاده کرده است در هر دو سناریوی خطای تعریف‌شده، کمتر از حالت بدون در نظر گرفتن کنترل فعال ارتعاشات می‌باشد.



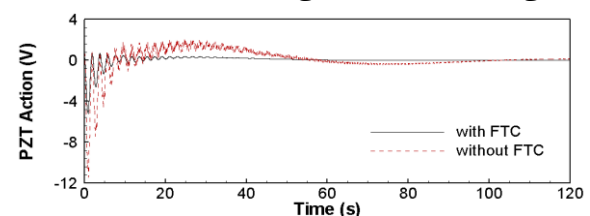
شکل (۱۴): گشتاور کنترل تحمل‌پذیر خطا با کنترل فعال ارتعاشات - حالت اول.



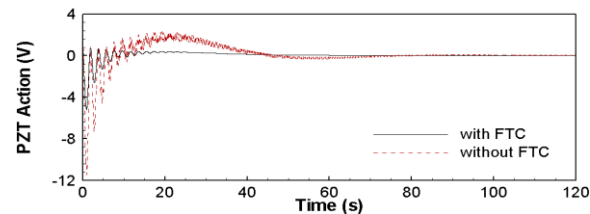
شکل (۱۵): گشتاور کنترل تحمل‌پذیر خطا با کنترل فعال ارتعاشات - حالت دوم.

همچنین، اثرات الگوریتم پسخور نرخ کرنش در ابتدای مانور وضعیت با کاهش دامنه نوسانات ناشی از کوپلینگ دینامیک انعطاف‌پذیر با دینامیک جسم صلب و خرابی‌های عملگر وضعیت (کاهش تقریبی سه برابر در دامنه نوسانات) و در ادامه با کاهش و نهایتاً حذف اثرات بخش‌های انعطاف‌پذیر، باعث بهبود عملکرد سیستم از منظر ارتعاشات و اثرگذاری بر سیستم کنترل شده است. باید به این نکته توجه داشت که با افزایش میزان کاهش اثربخشی عملگرهای وضعیت، مدهای انعطاف‌پذیر تحریک خواهند شد. این رفتار به دلیل مدل‌سازی دینامیک کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر به‌وضوح در تاریخچه زمانی ارتعاشات پدل نمایش داده شده است (شکل‌های ۱۰ و ۱۱). خرابی عملگر منجر به افزایش نوسانات سه مود اول ارتعاشی می‌شود و الگوریتم پسخور نرخ کرنش در کنار کنترل تحمل‌پذیر خطا توانایی رفع نوسانات ایجادشده را دارا می‌باشد.

شکل‌های ۱۲ و ۱۳، تاریخچه زمانی ولتاژ تولیدشده توسط یک عملگر پیزوالکتریک نمونه را برای هر دو سناریوی خطا نمایش می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رود، با افزایش میزان خرابی و در غیاب الگوریتم کنترلی تحمل‌پذیر خطا، میزان تلاش کنترلی عملگرهای کنترلی نیز برای کنترل ارتعاشات افزایش یافته است. یکی دیگر از معیارهای بررسی اثربخشی عملکرد الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات، اثر آن بر تلاش کنترلی عملگرهای وضعیت می‌باشد.



شکل (۱۲): ولتاژ عملگر پیزوالکتریک - حالت اول



شکل (۱۳): ولتاژ عملگر پیزوالکتریک - حالت دوم.

شکل‌های ۱۴ و ۱۵ تلاش کنترلی عملگرهای وضعیت برای الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی را به

- [2] Lee D. Fault-tolerant finite-time controller for attitude tracking of rigid spacecraft using intermediate quaternion. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2020;57(1): 540-553.
- [3] Alwi H and Edwards C. Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation. *Automatica*. 2008;44(7): 1859-1866.
- [4] Yin S, Xiao B, Ding SX and Zhou D. A review on recent development of spacecraft attitude fault tolerant control system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2016;63(5): 3311-3320.
- [5] Ducard GJ, Fault-tolerant flight control and guidance systems: Practical methods for small unmanned aerial vehicles. 2009: Springer Science & Business Media.
- [6] Ijaz S, Ijaz H, Hamayun MT and Javaid U. Active and passive fault tolerant control allocation strategy for nonlinear systems. *Journal of Vibration and Control*. 2022: 10775463221097763.
- [7] Jiang J and Yu X. Fault-tolerant control systems: A comparative study between active and passive approaches. *Annual Reviews in control*. 2012;36(1): 60-72.
- [8] Zhang A, Hu Q and Zhang Y. Observer-based attitude control for satellite under actuator fault. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2015;38(4): 806-811.
- [9] Liu C, Vukovich G, Sun Z and Shi K. Observer-based fault-tolerant attitude control for spacecraft with input delay. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2018;41(9): 2041-2053.
- [10] Firuzi S and Gong S. Attitude control of a flexible solar sail in low Earth orbit. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2018;41(8): 1715-1730.
- [11] Sendi C and Ayoubi MA. Robust fuzzy tracking control of flexible spacecraft via a T-S fuzzy model. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2017;54(1): 170-179.
- [12] Liu Z, Han Z, Zhao Z and He W. Modeling and adaptive control for a spatial flexible spacecraft with unknown actuator failures. *Science China Information Sciences*. 2021;64(5): 1-16.
- [13] Hu Q, Xiao B and Friswell M. Fault tolerant control with H_∞ performance for attitude tracking of flexible spacecraft. *IET control theory & applications*. 2012;6(10): 1388-1399.
- [14] Hu H, Wang B, Cheng Z, Liu L, Wang Y, and Luo X. A novel active fault-tolerant control for spacecrafts with full state constraints and input

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به طراحی دو کنترلر بدون خطا و تحمل‌پذیر خطای مبتنی بر الگوریتم کنترل مود لغزشی انتگرالی به همراه کنترل فعال ارتعاشات جهت حفظ پایداری یک فضاپیماي انعطاف‌پذیر در معرض دو سناریوی خطای عملگر، اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های دینامیکی پرداخته شده است. ابتدا، قانون کنترل تناسبی-مشتقی ساده بدون در نظر گرفتن هرگونه خطایی جهت پایداری مجانبی وضعیت پیشنهاد شده است. سپس الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر با در نظر گرفتن خطای افزوده متغیر با زمان برای سیستم با خرابی عملگر پیشنهاد شده است. هنگامی که عملگر دچار خرابی می‌شود، طرح کنترل تحمل‌پذیر از همان ابتدای مانور به جبران این خطا می‌پردازد. الگوریتم تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی پیشنهادی، فاز رسیدن به سطح لغزش را که در الگوریتم‌های کلاسیک کنترل مود لغزشی صورت می‌گیرد، حذف کرده و از همان ابتدا وارد مود لغزش می‌شود. همچنین، سطح لغزش انتگرالی توانایی بهبود اثر نامعینی‌های دینامیکی سیستم را دارد. علاوه بر این، در این مقاله جهت کاهش توان محاسباتی، بهره‌های تابع سوئیچینگ کنترل تحمل‌پذیر خطای وضعیت، متناسب با بیشینه مقدار خطا انتخاب شده‌اند. این رویکرد می‌تواند کنترلر را از مکانیسم‌های تشخیص و جداسازی خطا بی‌نیاز کند. همچنین، الگوریتم پس‌خور نرخ کرنش به‌عنوان کنترل فعال ارتعاشات، نوسانات باقی‌مانده ناشی از خطای عملگر، کوپلینگ دینامیکی جسم صلب و جسم انعطاف‌پذیر را پوشش داده است. از جمله فعالیت‌های آتی نویسندگان مقاله، توسعه الگوریتم تحمل‌پذیر خطا مود لغزشی مبتنی بر الگوریتم‌های تطبیقی، توسعه الگوریتم کنترل ارتعاشات مبتنی بر تئوری‌های مقاوم، لحاظ اشباع عملگرهای وضعیت، تأخیر در فرامین کنترلی و طراحی مشاهده‌گر خطا، در نظر گرفته شده است.

۶- مراجع

- [1] Zhang Y and Jiang J. Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual reviews in control*. 2008;32(2): 229-252.

- control. *Applied Ocean Research*. 2022;122: 103126.
- [27] Ullah S, Mehmood A, Khan Q, Rehman S and Iqbal J. Robust integral sliding mode control design for stability enhancement of under-actuated quadcopter. *Int. J. Control Autom.* 2020;18(7): 1671-1678.
- [28] Jiang T, Lin D and Song T. Novel integral sliding mode control for small-scale unmanned helicopters. *J Frankl Inst.* 2019;356(5): 2668-2689.
- [29] Li B, Hu Q, Yang Y and Postolache OA. Finite-time disturbance observer based integral sliding mode control for attitude stabilisation under actuator failure. *IET control theory & applications.* 2019;13(1): 50-58.
- [30] Sofyali A and Jafarov EM. Robust stabilization of spacecraft attitude motion under magnetic control through time-varying integral sliding mode. *International Journal of Robust and Nonlinear Control.* 2019;29(11): 3446-3468.
- [31] Shahravi M and Azimi M. A Hybrid Scheme of Synthesized Sliding Mode/Strain Rate Feedback Control Design for Flexible Spacecraft Attitude Maneuver Using Time Scale Decomposition. *International Journal of Structural Stability and Dynamics.* 2016;16(02): 1450101.
- [32] Jiang Y, Hu Q and Ma G. Adaptive backstepping fault-tolerant control for flexible spacecraft with unknown bounded disturbances and actuator failures. *ISA T.* 2010;49(1): 57-69.
- [33] Cao X, Yue C and Liu M. Fault-tolerant sliding mode attitude tracking control for flexible spacecraft with disturbance and modeling uncertainty. *Advances in Mechanical Engineering.* 2017;9(3): 1687814017690341.
- [34] Tian J, Guo Q and Shi G. Laminated piezoelectric beam element for dynamic analysis of piezolaminated smart beams and GA-based LQR active vibration control. *Composite Structures.* 2020;252: 112480.
- [35] Xie C, Wu Y and Liu Z. Modeling and active vibration control of lattice grid beam with piezoelectric fiber composite using fractional order PD μ algorithm. *Composite Structures.* 2018;198: 126-134.
- [36] Zhang S, Schmidt R and Qin X. Active vibration control of piezoelectric bonded smart structures using PID algorithm. *Chinese journal of aeronautics.* 2015;28(1): 305-313.
- [37] Vasques C and Rodrigues JD. Active vibration control of smart piezoelectric beams: comparison saturation. *Aerospace Science and Technology.* 2021;108: 106368.
- [15] Benosman M and Lum K-Y. Passive actuators' fault-tolerant control for affine nonlinear systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology.* 2009;18(1): 152-163.
- [16] Chen X and Zhao L. Observer-based finite-time attitude containment control of multiple spacecraft systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs.* 2020;68(4): 1273-1277.
- [17] Ma Y, Ren H, Tao G and Jiang B. Adaptive Compensation for Actuation Sign Faults of Flexible Spacecraft. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems.* 2020;57(2): 1288-1300.
- [18] Dong R-Q, Wu A-G, Zhang Y and Duan G-R. Anti-unwinding sliding mode attitude control via two modified Rodrigues parameter sets for spacecraft. *Automatica.* 2021;129: 109642.
- [19] Azimi M, Shahbahrani V and Alikhani A. Vibration Suppression of a Rotating Flexible Structure using Super Twisting-Nonsingular Terminal Sliding Mode Control with Uncertainty. *Aerosp. Mech. J.* 2022;18(1): 95-107, (In persian).
- [20] Hu Q. Robust adaptive sliding mode attitude maneuvering and vibration damping of three-axis-stabilized flexible spacecraft with actuator saturation limits. *Nonlinear Dynamics.* 2009;55(4): 301-321.
- [21] Hu Q and Xiao B. Fault-tolerant sliding mode attitude control for flexible spacecraft under loss of actuator effectiveness. *Nonlinear Dynamics.* 2011;64(1): 13-23.
- [22] Hu Q, Xiao B, Li B and Zhang Y. *Fault-Tolerant Attitude Control of Spacecraft.* 2021: Elsevier.
- [23] Hu Q. Robust adaptive sliding-mode fault-tolerant control with L2-gain performance for flexible spacecraft using redundant reaction wheels. *IET control theory & applications.* 2010;4(6): 1055-1070.
- [24] Xiao B, Hu Q and Zhang Y. Adaptive sliding mode fault tolerant attitude tracking control for flexible spacecraft under actuator saturation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology.* 2011;20(6): 1605-1612.
- [25] Utkin V, Guldner J and Shi J. *Sliding mode control in electro-mechanical systems.* 2017: CRC press.
- [26] Li H and Lin X. Robust finite-time fault-tolerant control for dynamic positioning of ships via nonsingular fast integral terminal sliding mode

during multimode operational mission via actuators in combination. *Multibody System Dynamics*. 2021;52(3): 313-337.

[43] Xu Y-T, Wu A-G, Zhu Q-H and Dong R-Q. Observer-Based Sliding Mode Control for Flexible Spacecraft With External Disturbance. *IEEE Access*. 2020;8: 32477-32484.

[44] Hu Q, Shao X and Guo L. Adaptive fault-tolerant attitude tracking control of spacecraft with prescribed performance. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2017;23(1): 331-341.

[45] Slotine J-JE and Li W, *Applied nonlinear control*. Vol. 199. 1991: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ.

[46] Feng Y, Yu X and Man Z. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators. *Automatica*. 2002;38(12): 2159-2167.

[47] Wallsgrave RJ and Akella MR. Globally stabilizing saturated attitude control in the presence of bounded unknown disturbances. *Journal of guidance, Control, and Dynamics*. 2005;28(5): 957-963.

of classical and optimal feedback control strategies. *Computers & structures*. 2006;84(22-23): 1402-1414.

[38] Qiu Z-c and Wang T-x. Fuzzy neural network vibration control on a piezoelectric flexible hinged plate using stereo vision detection. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2019: 1045389X18818766.

[39] Richiedei D, Tamellini I and Trevisani A. Pole-zero assignment by the receptance method: Multi-input active vibration control. *Mech. Syst. Signal Pr.* 2022;172: 108976.

[40] Feng H-N, Zhang B-L, Zhao Y-D, Ma H, Su H, and Li J. Vibration control of network-based offshore structures subject to earthquakes. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 2022;44(4): 861-870.

[41] Qiu Z-c, Wang T-x and Zhang X-m. Sliding mode predictive vibration control of a piezoelectric flexible plate. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2021;32(1): 65-81.

[42] Azimi M and Moradi S. Robust optimal solution for a smart rigid-flexible system control



Integral Sliding Mode Fault-Tolerant Control and Active Vibration Suppression of a Flexible Spacecraft in the Presence of External Disturbances

Milad Azimi^{1*}, Marzieh Eghlimi Dezh², Alireza Alikhani³

¹ Assistant Professor, Department of Astronautic, Aerospace Research Institute (Ministry of Science, Research and Technology), Tehran, Iran

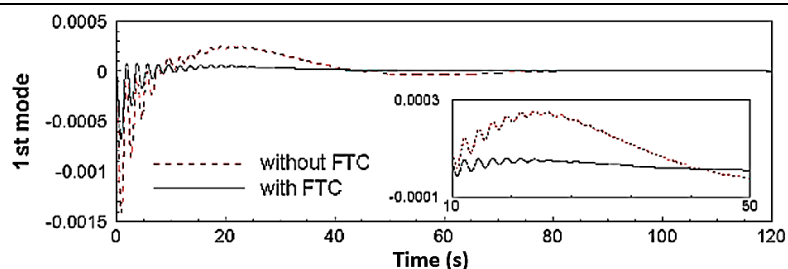
² M.Sc. Student, Department of Astronautic, Aerospace Research Institute (Ministry of Science, Research and Technology), Tehran, Iran

³ Associate Professor, Department of Astronautic, Aerospace Research Institute (Ministry of Science, Research and Technology), Tehran, Iran

HIGHLIGHTS

- Fully coupled dynamic modeling of a rigid-flexible system
- Robust integral sliding mode fault-tolerant and active vibration control
- Development of a fault tolerant control algorithm that incorporates an additional time-varying error function

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 28 September 2022

Received in revised form: 16 October 2022

Accepted: 28 November 2022

Available online: 12 December 2022

*Correspondence:

azimi.m@ari.ac.ir

How to cite this article:

M. Azimi, M.E. Dezh, A. Alikhani. Integral sliding mode fault-tolerant control and active vibration suppression of a flexible spacecraft in the presence of external disturbances. Journal of Aerospace Mechanics. 2023; 19(1):137-152.

Keywords:

Piezoelectric

Fault tolerant control

Active vibration control

Integral sliding mode control

Flexible spacecraft

ABSTRACT

An active vibration control algorithm and robust integral sliding mode control (SMC) are discussed to stabilize the attitude of the flexible spacecraft under external disturbances and actuator faults. As a coupled rigid-flexible dynamical system, the flexible spacecraft is modeled as a rigid hub with two solar panels equipped with piezoelectric (PZT) sensors and actuators. A passive fault-tolerant integral sliding mode control algorithm using a nominal proportional-derivative control algorithm and an improved fault-tolerant algorithm with time-varying additive fault is developed to increase system's performance, prevent the system's flexible modes excitations in the phase of reaching the sliding surface. Therefore, when the system enters the sliding mode, the closed-loop dynamic behavior, including actuator faults, will be identical to that of the system without faults. It is possible to reduce the residual vibrations caused by the attitude dynamics and actuator faults by simultaneously activating the strain rate feedback (SRF) vibration control algorithm during the maneuver. The performance of the proposed integral fault-tolerant control in terms of the flexible modes excitation, the control effort, and achieving the desired attitude parameters in a comparative study demonstrated its advantage and superiority over the conventional integral sliding mode algorithms.