



Design and Experimental Implementation of Adaptive Actuator Failure Compensator for Spacecraft Attitude Control Simulator

Somayeh Jamshidi¹, Mehdi Mirzaei^{2*}, Maryam Malekzadeh³, Sadra Rafatnia⁴

¹ Ph.D. Candidate, Faculty of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

² Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

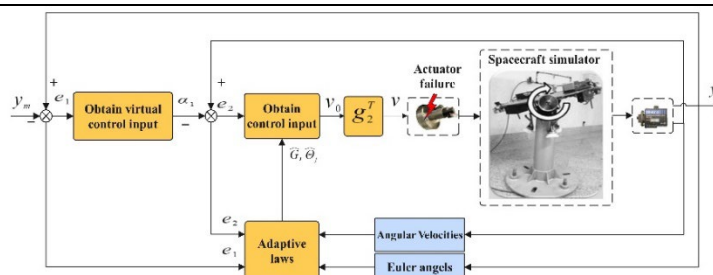
³ Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

⁴ Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

HIGHLIGHTS

- Adaptive actuator failure compensation
- Actuator redundancy in compensating failure
- Uncertainties in dynamics
- Experimental implementation of controller on spacecraft simulator

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 20 June 2023

Received in revised form: 14 July 2023

Accepted: 29 August 2023

Available online: 19 September 2023

*Correspondence: mirzaei@sut.ac.ir

How to cite this article:

S. Jamshidi, M. Mirzaei, M. Malekzadeh, S. Rafatnia. Design and experimental implementation of adaptive actuator failure compensator for spacecraft attitude control simulator. Journal of Aerospace Mechanics. 2024; 20(1):27-43.

Keywords:

Adaptive backstepping control
Actuator failure
Spacecraft attitude
Control simulator
Actuator redundancy
Hardware in loop

ABSTRACT

This study deals with the design and experimental implementation of an adaptive actuator failure compensator for a spacecraft attitude control simulator in the presence of unknown actuator failures and uncertainties. The adaptive actuator failure compensation controller is designed using the backstepping method, which considers uncertainties in the time of occurrence, values, and failure patterns. The adaptive backstepping control method is designed to compensate for the uncertainties of the actuator failure by incorporating the inertia matrix and the distribution matrix. The stability analysis of the proposed adaptive controller for the dynamics of the spacecraft simulator with actuator failures has been carried out. Simulation results and laboratory studies are presented to show the effectiveness of the proposed controller in the presence of stuck, sinusoidal, and complete failures in the spacecraft attitude control simulator system. The results indicate the good performance of the proposed method in the presence of unknown actuator failures and model uncertainties in the system.

This is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license.



طراحی و پیاده‌سازی عملی جبران‌ساز خرابی عملگر تطبیقی برای شبیه‌ساز کنترل وضعیت ماهواره

سمیه جمشیدی^۱، مهدی میرزایی^{۲*}، مریم ملک‌زاده^۳، صدرا رفعت‌نیا^۴

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران

^۲ استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران

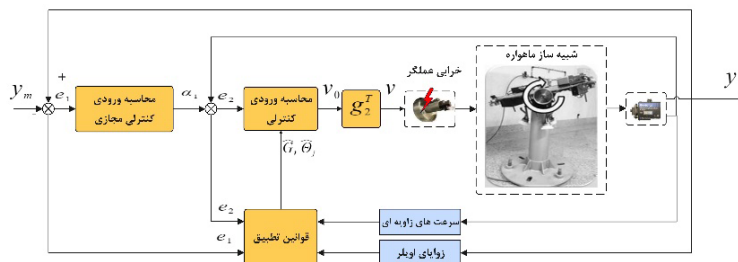
^۳ دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

^۴ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران

برجسته‌ها

- جبران‌ساز خرابی عملگر تطبیقی
- افزونگی عملگر در جبران‌ساز خرابی
- نامعینی در دینامیک شبیه‌ساز
- پیاده‌سازی عملی کنترل‌کننده بر روی شبیه‌ساز ماهواره

چکیده گرافیکی



مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۳۰

بازنگری: ۱۴۰۲/۰۴/۲۳

پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۰۷

ارائه برخط: ۱۴۰۲/۰۶/۲۸

*نویسنده مسئول:

mirzaei@sut.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

کنترل گام به عقب تطبیقی

خرابی عملگر

وضعیت ماهواره

شبیه‌ساز کنترل

افزونگی عملگر

سخت‌افزار در حلقه

چکیده

در این مقاله به طراحی و پیاده‌سازی عملی یک جبران‌ساز تطبیقی برای شبیه‌ساز کنترل وضعیت ماهواره در حضور خرابی‌های عملگر و عدم قطعیت‌های مدل پرداخته می‌شود. یک روش تطبیقی مبتنی بر گام به عقب برای جبران‌ساز تطبیقی برای عملگر که زمان رخ دادن، الگو و مقادیرشان نامعلوم است، پیشنهاد شده است. روش کنترل گام به عقب تطبیقی با ترکیب ماتریس اینرسی و ماتریس توزیع به جبران‌ساز تطبیقی برای عملگر می‌پردازد. آنالیز پایداری کنترل‌کننده تطبیقی پیشنهادی برای دینامیک شبیه‌ساز ماهواره با خرابی‌های عملگر انجام گرفته است. کنترل‌کننده پیشنهادی بر روی شبیه‌ساز کنترل وضعیت ماهواره با چرخ عکس‌العملی افزونه پیاده‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی و مطالعات آزمایشگاهی برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده در حضور سه نوع خرابی قفل‌شونده، سینوسی، و کامل در سیستم شبیه‌ساز کنترل وضعیت ماهواره ارائه شده است. نتایج خروجی نشان‌دهنده تطبیق مناسب نتایج شبیه‌سازی و آزمایشگاهی در بهبود عملکرد سیستم تحت کنترل‌کننده پیشنهادی برای جبران‌ساز تطبیقی عملگر در حضور عدم قطعیت‌های مدل در سیستم است.

۱- مقدمه

و همکاران [۱] از استراتژی تشخیص و شناسایی برای جبران خرابی استفاده کرده‌اند. در [۲] برای کشف، جداسازی و تخمین عیب در آرایش پروازی ماهواره‌ها از مشاهده‌گر غیرخطی استفاده شده است. در [۳] برای جبران‌سازی خرابی‌های ناگهانی در ماهواره انعطاف‌پذیر از روش کنترل فازی استفاده شده است. از معایب روش‌های کنترلی مبتنی بر تشخیص خرابی، وابستگی روش کنترلی به الگوریتم تشخیص و شناسایی خرابی است.

یکی از روش‌های کنترلی فارغ از تشخیص و شناسایی خرابی که از دهه‌های پیشین تا امروز مورد توجه بسیاری بوده، کنترل تطبیقی است. در این روش به مدل دقیقی از فرایند و خرابی نیاز نیست. با توجه به اینکه رخداد خرابی در مقدار، الگو و زمان نامعین است، طراحی کنترل‌کننده با روش تطبیقی می‌تواند برای این سیستم‌ها مناسب باشد. در این روش متناسب با خرابی واقع شده و با توجه به الگوی تطبیقی، خروجی به سمت مقدار مطلوب میل خواهد کرد. در مرجع [۱۰]، کنترل‌کننده برای جبران خرابی‌های ضرب‌شونده و جمع‌شونده طراحی شده است و محدودیت گشتاور، و عدم قطعیت‌ها در نظر گرفته شده است. در [۱۱]، کنترل مود لغزشی انتگرال تطبیقی برای جبران عیب‌های ضرب‌شونده به کار گرفته شده است. کنترل‌کننده تطبیقی بر مبنای شبکه عصبی برای جبران‌سازی خرابی و اشباع عملگر در [۱۲] پیشنهاد شده است. روش کنترل تطبیقی بر مبنای مدل چندگانه در [۱۳] برای جبران‌سازی خرابی ارائه شده است. در [۱۴]، کنترل گام به عقب مود لغزشی تطبیقی برای جبران‌سازی خرابی در ماهواره انعطاف‌پذیر با چرخ عکس‌العملی افزونه طراحی شده است که رویکردهای مختلف افت عملکرد چرخ عکس‌العملی را بررسی کرده است؛ ولی به خرابی‌های قفل‌شونده، سینوسی و کامل نپرداخته است. همچنین در این کار محدودیت عملگر در نظر گرفته نشده است که موضوعی مهم در پیاده‌سازی عملی است.

علاوه بر خرابی، ممکن است اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های ساختاری در سیستم ماهواره وجود داشته باشد. در [۱۶] برای کنترل سرعت زاویه‌ای یک ماهواره با عدم قطعیت‌های خرابی عملگر و اغتشاش خارجی روش جبران‌ساز خرابی عملگر تطبیقی گسسته با استفاده از فیدبک کوآترینیون ارائه شده و

زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره نقش اساسی در موفقیت مأموریت‌های تعریف‌شده برای ماهواره را دارد و اختلال در عملکرد آن می‌تواند به‌طور قابل‌توجهی مأموریت ماهواره را تحت تأثیر قرار دهد، درحالی‌که خرابی آن ممکن است موجب شکست مأموریت شود [۱-۳]. ماهواره‌ها در فضا اغلب نیاز به پاسخ سریع و دقیق به دستورات مختلف مانور وضعیت سیستم دارند. پس از پرتاب ماهواره در صورت خرابی یکی از عملگرها، احتمال تعمیر یا جایگزینی آن عملگر بسیار بعید است. از این رو چالش‌های زیادی در صورت احتمال خرابی یا بد عمل کردن عملگرها وجود دارد. بنابراین ضروری است که در هنگام خرابی عملگر، زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره بتواند پاسخ به‌موقع برای پایداری سیستم ارائه داده و مجموعه، قابلیت ارائه عملکرد مطلوب را داشته باشد.

در دهه‌های گذشته رویکردهای کنترلی گوناگونی برای جبران‌سازی خرابی عملگر ارائه شده است. یک رویکرد که برای جبران عیب و خرابی استفاده می‌شود به رویکرد غیرفعال معروف است. در این رویکرد فهرستی از عیب‌های پایه، از پیش تعیین‌شده، و در مرحله طراحی تمام حالت‌های عیب و همچنین شرایط عملکرد عادی سیستم در نظر گرفته می‌شوند. اصطلاح غیرفعال نشان می‌دهد که لازم نیست هیچ اقدام اضافی توسط سیستم کنترل موجود در پاسخ به عیب‌های پایه انجام شود و کنترل‌کننده بدون هیچ‌گونه تخمین پارامتر، عیب‌های تعریف‌شده را تحمل می‌کند. لازم به ذکر است که تعداد عیب‌های پایه که سیستم کنترل تحمل‌پذیر عیب می‌تواند با آن‌ها مقابله کند به در دسترس بودن افزونگی‌ها بستگی دارد. در مرجع [۶]، یک روش کنترل تحمل‌پذیر عیب غیرفعال برای جبران عیب‌های ضرب‌شونده و جمع‌شونده پیشنهاد شده است. روش‌های کنترل تحمل‌پذیر عیب غیرفعال عمدتاً مبتنی بر رویکرد کنترل مقاوم مانند رویکرد مبتنی بر ناتساوی ماتریس خطی H_{∞} [۷] و نظریه تنظیم غیرخطی [۹] هستند.

رویکردهای دیگری وجود دارند که مبتنی بر تشخیص خرابی هستند. در این روش‌ها ابتدا با استفاده از الگوریتم تشخیص و شناسایی، خرابی شناسایی شده و سپس کنترل می‌شود. ژانگ

قادر به جبران‌سازی تعداد محدودی از خرابی‌ها می‌باشد که در طراحی آن در نظر گرفته شده است. روش‌های فعال نیز نیاز به الگوریتم تشخیص و شناسایی خرابی دارند که موجب پیچیدگی طراحی جبران‌ساز می‌شود. روش‌های تطبیقی می‌توانند فارغ از الگوریتم تشخیص و شناسایی به جبران‌سازی خرابی بپردازند. در روش‌های تطبیقی که اشاره شد برخی از روش‌ها عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات را در طراحی در نظر نگرفته‌اند و برخی دیگر به محدودیت‌های عملگر نپرداخته‌اند. بیشتر مقالات به بررسی عیب‌های ضرب‌شونده و جمع‌شونده پرداخته‌اند و مقالات محدودی به بررسی خرابی‌ها از جمله خرابی قفل‌شونده پرداخته‌اند. هنگامی که خرابی قفل‌شونده در یکی از عملگرها رخ می‌دهد، عملگر دیگر نمی‌تواند به سیگنال‌های کنترل پاسخ دهد. بنابراین عملگرهای سالم باقی‌مانده باید اثرات عملگر خراب‌شده را در سیستم کلی جبران کنند.

ضروری است که در جبران‌سازی خرابی همه موارد ذکر شده در بالا در نظر گرفته شود تا نتایجی که حاصل می‌شود به شرایط واقعی نزدیک‌تر باشد. اکثر روش‌های کنترلی برای جبران‌سازی خرابی به‌صورت کامپیوتری شبیه‌سازی شده است و عملکرد کنترل‌کننده در شرایط عملی و نزدیک به واقعیت کمتر سنجیده شده است. با توجه به هزینه‌های بالای ساخت یک ماهواره، هر روشی که بتواند خطرپذیری مأموریت ماهواره را کاهش دهد، دارای ارزش و توجه می‌باشد. از راه‌حل‌های موجود در این زمینه، ساخت شبیه‌سازها جهت بررسی کارایی ماهواره‌ها در شرایط نزدیک به واقعیت آزمایشگاهی است. این شبیه‌سازها، فاز قبل از پرتاب ماهواره‌ها را تشکیل می‌دهند و امکان شبیه‌سازی وضعیت زاویه‌ای ماهواره با هزینه پایین و دقت بالا در شرایط تعلیق را ایجاد می‌کنند، لذا می‌توان عملکرد ماهواره را قبل از پرتاب بررسی کرد [۲۲، ۲۳].

در این مقاله کنترل گام به عقب تطبیقی برای جبران‌سازی خرابی چرخ‌های عکس‌العملی در شبیه‌ساز کنترل وضعیت ماهواره طراحی شده است. از ویژگی‌های این روش، روند بازگشتی آن می‌باشد. با توجه به اینکه در روش گام به عقب تابع لیاپانوف کلی سیستم شامل خطاهای تعقیب خروجی و پارامترهای تطبیقی است، بنابراین این روش پایداری مطلوب سیستم و همچنین تعقیب مجانبی خروجی را تضمین می‌کند.

نتایج پیاده‌سازی این روش کنترلی بر روی ماهواره با شش چرخ عکس‌العملی آورده شده است. خرابی‌های در نظر گرفته شده از نوع قفل‌شونده و سینوسی می‌باشد که در سه چرخ عکس‌العملی اتفاق می‌افتد و سه چرخ دیگر سالم است، اغتشاشات نیز از نوع سینوسی است. در [۱۷] کنترل‌کننده تطبیقی فازی برای تحمل عیب در ماهواره بدون اندازه‌گیری سرعت‌های زاویه‌ای در حضور اغتشاشات خارجی، خرابی‌های عملگر و اشباع عملگر طراحی شده است. یک مشاهده‌گر تطبیقی فازی برای تخمین سرعت به‌کارگرفته شده و با استفاده از روش گام به عقب، یک کنترل‌کننده تحمل‌پذیر خرابی تطبیقی فازی طراحی شده است. این روش برای جبران خرابی‌های ثابت و متغیر با زمان کارایی دارد. یاو و همکاران [۱۸] برای کنترل تعقیب وضعیت ماهواره با اغتشاشات نامعلوم و عدم قطعیت‌های خرابی عملگر، یک کنترل‌کننده تطبیقی پیشنهاد دادند که در آن پارامترها و سیگنال خرابی محاسبه می‌شد. در این ساختار بر مبنای طراحی گام به عقب، به تخمین پارامترهای اغتشاش پرداخته شده است. خرابی‌های در نظر گرفته شده از نوع قفل‌شونده و اغتشاشات از نوع سینوسی و ثابت می‌باشد و عدم قطعیت‌های اینرسی بررسی نشده است. در [۱۹] روش کنترل تطبیقی مستقیم برای جبران‌سازی خرابی‌های متوالی و هم‌زمان که شامل افت کارایی و خرابی کنترلی است ارائه شده است. در این روش عدم قطعیت‌های ماتریس بهره کنترلی بدون دانش قبلی از وقوع خرابی با استفاده از قواعد تطبیقی تنظیم می‌شود. خرابی‌هایی که در نظر گرفته شده است خرابی‌های ثابت یا ثابت تکه‌ای است. تاو و همکاران [۲۰] برای جبران‌سازی خرابی عملگر از کنترل‌کننده گام به عقب تطبیقی استفاده کرده‌اند. در روش آن‌ها جبران‌ساز در دو مرحله طراحی شده است، ابتدا کنترل‌کننده گام به عقب طراحی شده و در مرحله بعد پارامترهای خرابی محاسبه می‌شود. در سیستم ماهواره علاوه بر اغتشاشات بحث عدم قطعیت‌ها نیز مطرح است که از مهم‌ترین آن‌ها عدم قطعیت در ماتریس اینرسی می‌باشد [۲۱، ۲۲].

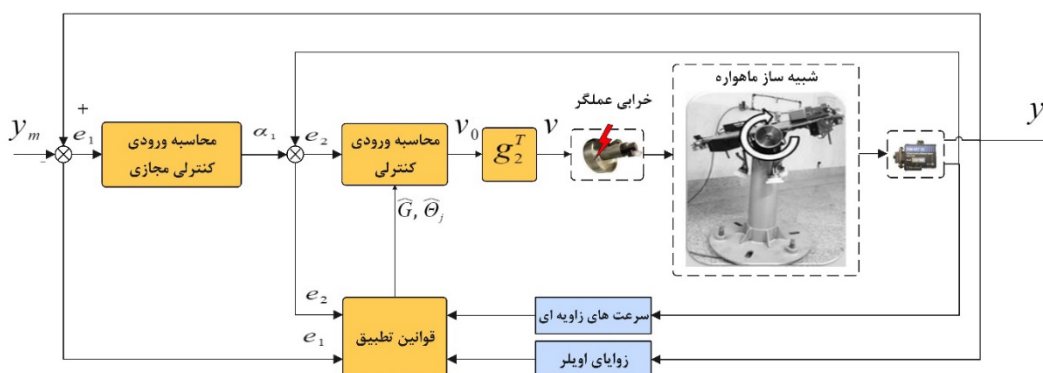
در کارهایی که بررسی شد از روش‌های مختلفی برای جبران‌سازی خرابی عملگر استفاده شده است، در روش‌های غیرفعال باید نوع خرابی از پیش تعیین شود و کنترل‌کننده

خرابی طراحی شده و سپس نحوه پیاده‌سازی کنترل‌کننده در شبیه‌ساز زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره برای رویکردهای مختلف خرابی در عملگر و نتایج حاصل از شبیه‌سازی کامپیوتری و سخت‌افزاری در بخش ۵ مورد بررسی قرار می‌گیرد. در پایان نتیجه‌گیری کلی ارائه می‌گردد.

۲- ساختار کلی الگوریتم پیشنهادی

در این مقاله، از روش کنترل تطبیقی برای جبران عدم قطعیت‌های خرابی عملگر با ترکیب ماتریس اینرسی و ماتریس توزیع استفاده می‌شود. روش کنترلی بیان شده در زمان رخ دادن خرابی، علی‌رغم بازه زمانی خرابی نامعلوم، می‌تواند به‌طور مؤثر توزیع مجدد گشتاور را بین چرخ‌های عکس‌العملی سالم انجام دهد. خلاصه روش کنترل جبران خرابی ارائه شده در شکل ۱ نشان داده شده است. بر اساس شکل ۱، در گام اول با استفاده از خطای تعقیب خروجی $e_1(t)$ ، سیگنال کنترل مجازی α_1 طراحی می‌شود، سپس در گام دوم سیگنال کنترلی $v_0(t)$ با استفاده از خطاهای تعقیب خروجی و پارامترهای تطبیقی طراحی می‌شود. در نهایت کنترل‌کننده تطبیقی جبران‌ساز خرابی $v(t)$ به دست می‌آید. زمانی که عملگری آسیب ببیند $v(t)$ به‌طور اتوماتیک با به‌روزرسانی کردن پارامترهای کنترل‌کننده به‌روزرسانی خواهد شد و خروجی $y(t)$ در حضور عدم قطعیت‌های مدل و خرابی عملگر می‌تواند سیگنال مطلوب $y_m(t)$ را تعقیب کند. کلیه پارامترهای سیستم و کنترل‌کننده در جدول الف پیوست در پایان مقاله آورده شده است.

سیستم شبیه‌ساز دارای چهار چرخ عکس‌العملی است که چرخ چهارم عملگر افزونه می‌باشد و وجود آن در جبران‌سازی خرابی ضروری است. وجود فاصله بین مرکز جرم و مرکز هندسی شبیه‌ساز باعث ایجاد یک گشتاور اغتشاشی در دینامیک آن می‌شود. همچنین عدم قطعیت در ماتریس اینرسی از جمله مواردی هستند که طراحی جبران‌ساز خرابی عملگر را با چالش روبرو می‌کنند. اکثر کارهایی که تاکنون برای جبران‌سازی خرابی در ماهواره انجام شده است به‌صورت شبیه‌سازی کامپیوتری بوده و آزمون آزمایشگاهی انجام نگرفته است. بنابراین، انجام آزمون عملی کمک شایانی به بررسی عملکرد کنترل‌کننده در شرایط نزدیک به واقعیت می‌کند. نویسندگان اخیراً یک الگوریتم جبران خرابی عملگر ماهواره را به‌صورت آزمایشگاهی پیاده‌سازی نموده‌اند که در آن از یک کنترل‌کننده غیرخطی استفاده شده است. در این کار یک روش تخصیص کنترل با فرض معلوم بودن خرابی ارائه شده است [۲۴]. اما هدف مقاله حاضر طراحی کنترل‌کننده گام به عقب تطبیقی برای جبران‌سازی خرابی عملگر در شبیه‌ساز ماهواره با وجود عدم قطعیت در دینامیک سیستم می‌باشد، به‌طوری‌که زمان، مقدار و الگوی خرابی نامعلوم است. کنترل‌کننده به‌صورت تطبیقی پارامترهای خرابی را محاسبه می‌کند. سپس کنترل‌کننده طراحی شده به‌صورت سخت‌افزار در حلقه با استفاده از نرم‌افزار لیبویو بر روی شبیه‌ساز کنترل وضعیت ماهواره پیاده‌سازی می‌شود. برای این منظور ابتدا در بخش ۲ ساختار کلی الگوریتم پیشنهادی برای جبران‌سازی خرابی آورده می‌شود. در بخش ۳ معادلات دینامیکی و سینماتیکی شبیه‌ساز ماهواره بر اساس زوایای اویلر ارائه می‌شود. در بخش ۴ کنترل‌کننده جبران‌ساز



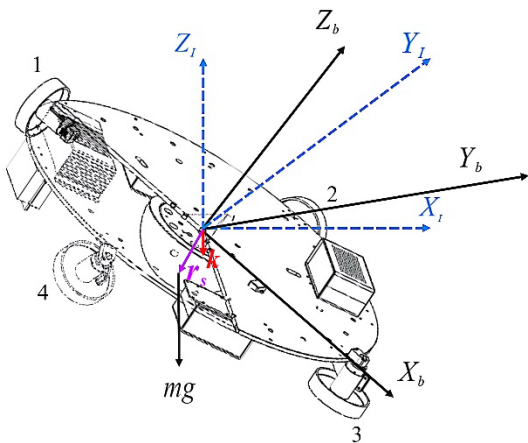
شکل (۱): ساختار کلی الگوریتم جبران‌ساز خرابی عملگر پیشنهادی.

مختصات بدنه شبیه‌ساز هستند. مرکز جرم و مرکز هندسی شبیه‌ساز با یکدیگر فاصله دارند. در معادلات سینماتیکی، برای تعریف وضعیت از زوایای اوپلر $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ استفاده می‌شود. بردار سرعت زاویه‌ای دستگاه که با $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ نشان داده می‌شود به صورت زیر به مشتق زمانی زوایای اوپلر مربوط می‌شود [۲۵]:

$$\dot{\eta} = R\omega, \quad (1)$$

که در آن معکوس ماتریس دوران به صورت زیر می‌باشد:

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}. \quad (2)$$



شکل (۳): شماتیک شبیه‌ساز ماهواره [۲۲].

مطابق معادله زیر مونتوم زاویه‌ای کل شبیه‌ساز ماهواره برابر با مجموع مونتوم زاویه‌ای دستگاه و مونتوم زاویه‌ای عملگرها است:

$$h_t = J\omega + h_w, \quad (3)$$

در این رابطه J ماتریس اینرسی دستگاه و h_w مونتوم زاویه‌ای چرخ‌هاست که از رابطه $h_w = J_w\omega_w$ به دست می‌آید. J_w ماتریس اینرسی و ω_w بردار سرعت زاویه‌ای چرخ‌هاست که از انکودر موتور به دست می‌آید. با اعمال معادله دینامیکی اوپلر در مختصات بدنه، گشتاور اغتشاشی کل اعمال شده بر روی شبیه‌ساز از رابطه زیر به دست می‌آید:

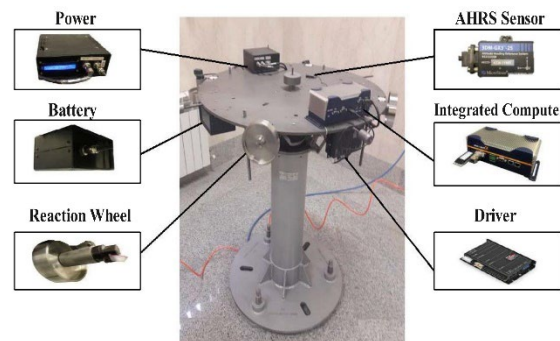
$$d = h_t + \omega \times h_w. \quad (4)$$

سایر اغتشاشات مربوط به یاتاقان هوایی و گشتاور اغتشاشی آیرودینامیکی است. در تحقیقات قبلی [۲۶] این اغتشاشات مدل شده و نشان داده شده است که مقدارشان کمتر از $10^{-4} N \cdot m$ است؛ بنابراین، از آن‌ها صرف‌نظر می‌شود.

در نهایت کنترل‌کننده تطبیقی جبران‌ساز خرابی $v(t)$ به دست می‌آید. زمانی که عملگری آسیب ببیند $v(t)$ به‌طور اتوماتیک با به‌روزرسانی کردن پارامترهای کنترل‌کننده به‌روزرسانی خواهد شد و خروجی $y(t)$ در حضور عدم قطعیت‌های مدل و خرابی عملگر می‌تواند سیگنال مطلوب $y_m(t)$ را تعقیب کند. کلیه پارامترهای سیستم و کنترل‌کننده در جدول الف پیوست در پایان مقاله آورده شده است.

۳- معادلات دینامیکی و سینماتیکی شبیه‌ساز ماهواره

شکل ۲ شبیه‌ساز زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره موجود در آزمایشگاه را نشان می‌دهد. این شبیه‌ساز از سه بخش تشکیل شده است. بخش اول شامل پایه است که نگهدارنده کل مجموعه است. در بخش دوم یاتاقان هوایی قرار دارد که شرایط تعلیق مجموعه را فراهم می‌آورد. بخش سوم شامل صفحه دستگاه است که تمام عملگرها و زیرسیستم‌ها بر روی آن سوار شده‌اند. در این سامانه از چهار چرخ عکس‌العملی استفاده شده است، سه چرخ در جهت محورها اصلی و چرخ چهارم با زاویه $54/7^\circ$ درجه با هر یک از سه محور اصلی قرار دارد. چرخ چهارم نقش افزونه دارد و زمانی استفاده می‌شود که خرابی در چرخ‌های عکس‌العملی وجود داشته باشد.



شکل (۲): شبیه‌ساز زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره [۲۲].

شکل ۳ ساختار شبیه‌ساز را نشان می‌دهد. بخشی از دستگاه برای روشن‌شدن نمای پایین شبیه‌ساز برش داده شده است. $X_b Y_b Z_b$ و $X_l Y_l Z_l$ به ترتیب محورها اصلی اینرسی و

سیستم $[x_1 \ x_2]^T = [\eta \ \omega]^T$ ، ورودی‌های سیستم با سه چرخ عکس‌العملی u و خروجی‌های سیستم زوایای اوپلر η است. بنابراین معادلات فضای حالت شبیه‌ساز را می‌توان به فرم زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1)x_2, \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + u(t), \end{aligned} \quad (11)$$

$$y = x_1,$$

که در آن $f_1(x_1) \in R^{3 \times 3}$ و $f_2(x_1, x_2) \in R^3$ عبارت‌اند از:

$$f_1(x_1) = R, \quad (12)$$

$$f_2(x_1, x_2) = -J^{-1}(\omega \times J\omega + mgr_s \times k), \quad (13)$$

۳-۱- عدم قطعیت خرابی

ورودی‌های کنترلی عملگری که خراب‌شده مقادیر نامعلومی هستند که نمی‌توانند از قانون کنترلی تأثیر بگیرند. خرابی عملگر را می‌توان به صورت زیر مدل کرد:

$$\bar{u}_j(t) = \delta_j^T \varpi_j(t), \quad (14)$$

که در آن $\delta_j = [\bar{u}_{j0}, \bar{u}_{j1}, \dots, \bar{u}_{jq}]^T$ و $\varpi_j(t) = [1, f_{j0}(t), \dots, f_{jq}(t)]^T$ است که \bar{u}_{ji} ها ثابت‌های نامعلوم و $f_{jq}(t)$ ها سیگنال‌های معلوم هستند. زیروند j عملگر آسیب‌دیده است که مجهول می‌باشد. q تعداد $f_{ji}(t)$ ها در عملگر j ام می‌باشد. در حضور خرابی‌های عملگر، ورودی سیستم را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$u(t) = \sigma v(t) + (I_m - \sigma)\bar{u}(t), \quad (15)$$

که در آن I_m ماتریس واحد $m \times m$ و $v(t) \in R^m$ ورودی کنترلی طراحی‌شده، $\bar{u}(t)$ بردار خرابی عملگر و برابر با $\bar{u}(t) = [\bar{u}_1(t), \bar{u}_2(t), \dots, \bar{u}_m(t)]^T$ و $\sigma(t) = \text{diag}\{\sigma_1(t), \sigma_2(t), \dots, \sigma_m(t)\}$ الگوی خرابی می‌باشد که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sigma_j = \begin{cases} 0 & \text{در صورت خرابی عملگر } j \text{ ام} \\ 1 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (16)$$

۳-۲- افزونگی عملگر

بدیهی است که برای جبران خرابی عملگر در سیستم کنترل وضعیت ماهواره وجود افزونگی عملگر امری ضروری است. وجود افزونگی در زمانی که اطلاعات خرابی عملگر مجهول

گشتاور اغتشاشی d که مربوط به عدم تعادل دستگاه است به صورت زیر به دست می‌آید:

$$d = mg(r_s \times k), \quad (5)$$

در این رابطه $r_s = [r_x, r_y, r_z]^T$ برداری است که مرکز هندسی شبیه‌ساز را به مرکز جرم مطابق شکل ۳ وصل می‌کند. k بردار واحد در جهت وزن دستگاه است که با ترتیب مختصات بدنی $Z_b \rightarrow Y_b \rightarrow X_b$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$k = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \phi \sin \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (6)$$

با جایگذاری معادله (۶) در (۵)، گشتاور اغتشاشی از رابطه زیر استخراج می‌شود:

$$d = mg \begin{bmatrix} r_y \cos \phi \cos \theta - r_z \sin \phi \cos \theta \\ -r_x \cos \phi \cos \theta - r_z \sin \theta \\ r_x \sin \phi \cos \theta + r_y \sin \theta \end{bmatrix}. \quad (7)$$

با جایگذاری رابطه (۳) در (۴)، معادله دینامیکی شبیه‌ساز ماهواره به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$d = J\dot{\omega} + \dot{h}_w + \omega \times (J\omega + h_w). \quad (8)$$

اگر صفحه و چرخ‌ها به‌عنوان یک سیستم در نظر گرفته شوند، هیچ گشتاوری به کل سیستم اعمال نمی‌شود. بنابراین، طبق قانون بقای مومنتوم زاویه‌ای، گشتاور اعمال‌شده بر روی دستگاه برابر با نرخ تغییرات مومنتوم زاویه‌ای چرخ‌ها است.

$$u = -\dot{h}_w - \omega \times h_w. \quad (9)$$

با جایگذاری رابطه (۹) در (۸)، دینامیک شبیه‌ساز ماهواره به صورت رابطه زیر به دست می‌آید:

$$J\dot{\omega} = -\omega \times (J\omega) + u + d. \quad (10)$$

در این رابطه، $J \in R^{3 \times 3}$ ماتریس اینرسی شبیه‌ساز است که مقادیر عددی عناصر این ماتریس برای شبیه‌ساز ماهواره در بخش ۵ بیان خواهد شد. $\omega \in R^{3 \times 1}$ بردار سرعت‌های زاویه‌ای سیستم و $u \in R^{3 \times 1}$ گشتاور کنترلی چرخ‌های عکس‌العملی است که ورودی سیستم می‌باشد. $d \in R^{3 \times 1}$ گشتاور اغتشاشی ناشی از فاصله بین مرکز جرم و مرکز هندسی دستگاه است که از رابطه (۷) استخراج می‌شود. در این رابطه با توجه به اینکه دستگاه در راستای افق تراز می‌باشد، $r_x = r_y \cong 0$ است و گشتاور اغتشاشی فقط ناشی از r_z می‌باشد که مقدار عددی آن برای شبیه‌ساز مورد مطالعه در بخش ۵ بیان می‌شود. رابطه (۱) به همراه رابطه (۱۰) معادلات حاکم بر شبیه‌ساز را نشان می‌دهند. در این روابط حالت‌های

$$v(t) = g_2^T v_0(t), \quad (22)$$

که در آن $v_0(t) \in R^3$ سیگنال کنترلی است که در فرآیند گام به عقب طراحی خواهد شد. با جایگذاری (۲۲) در (۲۱)، دینامیک سیستم کنترل وضعیت شبیه‌ساز ماهواره بیان شده در رابطه (۲۱) به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2 \sigma g_2^T v_0(t) + \\ &\sum_{j=1}^m g_{2j} (1 - \sigma_j) \delta_j^T \omega_j(t). \end{aligned} \quad (23)$$

با توجه به این که σ ماتریس قطری با درایه‌های روی قطر اصلی صفر یا یک می‌باشد، ماتریس $g_2 \sigma g_2^T$ متقارن می‌باشد. از سوی دیگر با توجه به این که برای هر $x \in R^3$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} x^T g_2 \sigma g_2^T x &= x^T g_2 \sigma \sigma^T g_2^T x = \\ (\sigma^T g_2^T x)^T (\sigma^T g_2^T x) &\geq 0. \end{aligned} \quad (24)$$

در رابطه (۲۴)، $(\sigma^T g_2^T x)^T (\sigma^T g_2^T x) = 0$ است اگر و فقط اگر $\sigma^T g_2^T x = 0$ باشد. از آنجا که $rank(\sigma^T g_2^T) = 3$ است، بنابراین برای هر $x \neq 0$ داریم $x^T g_2 \sigma g_2^T x > 0$ است و در نتیجه $g_2 \sigma g_2^T$ یک ماتریس متقارن مثبت معین می‌باشد. با این نتیجه و با تعریف $G = (g_2 \sigma g_2^T)^{-1} \in R^{3 \times 3}$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + G^{-1} v_0(t) + \\ &\sum_{j=1}^m g_{2j} (1 - \sigma_j) \delta_j^T \omega_j(t) = \\ f_2(x_1, x_2) + G^{-1} v_0(t) + \\ &G^{-1} G (\sum_{j=1}^m g_{2j} (1 - \sigma_j) \delta_j^T \omega_j(t)). \end{aligned} \quad (25)$$

معادله (۲۵) با تعریف $\theta_j \in R^{3 \times (q_j+1)}$ به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + G^{-1} v_0(t) + \\ &G^{-1} (\sum_{j=1}^m \theta_j \omega_j(t)). \end{aligned} \quad (26)$$

خطای پارامترهای تطبیقی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{G} = G - \hat{G}, \quad (27)$$

$$\tilde{\theta}_j = \theta_j - \hat{\theta}_j,$$

که \hat{G} و $\hat{\theta}_j$ به ترتیب تخمین‌هایی از ماتریس‌های ثابت G و θ_j می‌باشند. از رابطه (۲۷) می‌توان دریافت $\dot{\tilde{\theta}}_j = -\dot{\hat{\theta}}_j$ و $\dot{\tilde{G}} = -\dot{\hat{G}}$

است ممکن است باعث چالش‌های زیادی در طراحی کنترل‌کننده شود. نکته‌ای که باید مطرح شود این است که در هنگام خرابی، عملگرهای سالم باقیمانده نباید کم‌تر از درجه آزادی دینامیکی سیستم باشد، بنابراین در خرابی‌های سیستم رابطه (۱۷) باید همواره برقرار باشد.

$$rank(g_2 \sigma) = 3. \quad (17)$$

در هنگام وقوع خرابی یک اغتشاش جدید توسط عدم قطعیت‌های خرابی داخل سیستم اعمال می‌شود. کنترل‌کننده مطلوب باید بتواند اثرات خرابی‌های مطرح شده را تعدیل نماید. برای این منظور کنترل‌کننده تطبیقی برای جبران همه موارد خرابی که در شرایط (۱۷) صدق کند، طراحی می‌شود.

۴- طراحی جبران‌ساز خرابی عملگر

با توجه به لزوم استفاده از افزونگی در طراحی جبران‌ساز خرابی، معادلات دینامیکی و سینماتیکی شبیه‌ساز که در رابطه (۱۱) بیان شد با در نظر گرفتن چهار چرخ عکس‌العملی در فرم فضای حالت به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) x_2, \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2 u(t), \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن $g_2 \in R^{3 \times 4}$ عبارت است از:

$$g_2 = J^{-1} D = [g_{21}, g_{22}, \dots, g_{2m}], \quad (19)$$

در رابطه (۱۹)، $D \in R^{3 \times 4}$ ماتریس توزیع عملگر است که با توجه به چیدمان چرخ‌ها و موقعیت قرارگیری آن‌ها به صورت زیر بیان می‌شود [۲۴]:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

با در نظر گرفتن خرابی عملگر در رابطه (۱۸) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2 (\sigma v(t) + (I_m - \\ &\sigma) \bar{u}(t)) = f_2(x_1, x_2) + g_2 \sigma v(t) + \\ &\sum_{j=1}^m g_{2j} (1 - \sigma_j) \delta_j^T \omega_j(t). \end{aligned} \quad (21)$$

برای طراحی جبران‌ساز خرابی، گشتاور کنترلی $v(t)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

۴-۱- جبران سازی خرابی عملگر تطبیقی

روش جبران ساز خرابی عملگر تطبیقی برای به دست آوردن پارامترهای تطبیقی در زمان آسیب دیدن عملگر می باشد. به این صورت که پس از یک پاسخ گذرا، کنترل کننده تطبیقی به تعقیب خروجی مطلوب در حضور عدم قطعیت های خرابی دست می یابد.

در ادامه به طراحی قانون کنترل تطبیقی گام به عقب می پردازیم. خطاهای تعقیب زاویه و سرعت زاویه ای به ترتیب e_1 و e_2 تعریف می شوند [۲۷]

$$e_1 = x_1 - y_m, \quad (28)$$

$$e_2 = x_2 - \alpha_1,$$

که α_1 و y_m به ترتیب مسیرهای مطلوب از x_1 و x_2 می باشند. از روابط (۱۵) و (۲۶) مشتق e_1 و e_2 به صورت زیر می باشد:

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{y}_m = f_1(x_1)x_2 - \dot{y}_m, \quad (29)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = f_2(x_1, x_2) + G^{-1}v_0(t) +$$

$$G^{-1}(\sum_{j=1}^m \theta_j \omega_j(t)) - \dot{\alpha}_1. \quad (30)$$

هدف از طراحی کنترل کننده تطبیقی این است که با وجود عدم قطعیت های خرابی، وضعیت زاویه ای x_1 بتواند سیگنال مرجع y_m را تعقیب کند. برای رسیدن به یک دید روشن از فرایند طراحی کنترل کننده جبران ساز خرابی، مراحل طراحی به شکل زیر ارائه می شوند:

گام ۱) با استفاده از x_2 به عنوان ورودی کنترلی واقعی معادله دوم رابطه (۱۸) و انتخاب α_1 به عنوان سیگنال ایده آل از x_2 تابع لیاپانوف نسبت به x_2 به صورت زیر انتخاب می شود:

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^T e_1, \quad (31)$$

مشتق زمانی V_1 عبارت است از:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1^T \dot{e}_1 = e_1^T (f_1(x_1)x_2 - \dot{y}_m) = \\ e_1^T (f_1(x_1)(\alpha_1 + x_2 - \alpha_1) - \dot{y}_m) &= \\ e_1^T (f_1(x_1)\alpha_1 + f_1(x_1)e_2 - \dot{y}_m). \end{aligned} \quad (32)$$

اکنون می توان سیگنال کنترلی مجازی α_1 را که سینماتیک زیرسیستم را قابل پایدارسازی می کند انتخاب کرد. با فرض $f_1(x_1)$ غیر تکین برای هر x_1 مورد نظر، α_1 به صورت زیر انتخاب می شود:

$$\alpha_1 = f_1^{-1}(x_1)(-c_1 e_1 + \dot{y}_m), \quad (33)$$

که $c_1 > 0$ ثابت طراحی می باشد.

با جایگذاری رابطه (۳۳) در (۳۲)، به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{V}_1 = -c_1 e_1^T e_1 + e_1^T f_1(x_1) e_2. \quad (34)$$

گام ۲) در این مرحله، هدف طراحی تطبیقی قانون کنترلی کلی $v(t)$ می باشد به طوری که e_1 و e_2 به صفر همگرا شوند. تابع لیاپانوف به صورت زیر انتخاب می شود:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_1 + \frac{1}{2} e_2^T G e_2 + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{G}^T \Gamma_0^{-1} \tilde{G}) + \\ &\frac{1}{2} (\sum_{j=1}^m \text{tr}(\tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \tilde{\theta}_j)) \end{aligned} \quad (35)$$

که در آن $\Gamma_j^{-1} \in R^{3 \times 3}$ و $\Gamma_0^{-1} \in R^{3 \times 3}$ ماتریس های بهره ثابت و معلوم می باشند. مشتق زمانی V_2 که جزئیات آن در ضمیمه ارائه شده است، به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 e_1^T e_1 + \text{tr}(\tilde{G}^T \Gamma_0^{-1} \dot{\tilde{G}}) + \\ &(\sum_{j=1}^m \text{tr}(\tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_j)) + e_2^T (v_0(t) + \\ &f_1^T(x_1)e_1 + \tilde{G}(f_2(x_1, x_2) - \dot{\alpha}_1) + \\ &\sum_{j=1}^m \tilde{\theta}_j \omega_j(t) + \text{tr}(\tilde{G}^T e_2 (f_2(x_1, x_2) - \\ &\dot{\alpha}_1)^T) + \sum_{j=1}^m \text{tr}(\tilde{\theta}_j^T e_2 \omega_j^T(t)) \end{aligned} \quad (36)$$

اکنون می توان سیگنال کنترلی $v_0(t)$ را به صورت زیر طراحی کرد:

$$\begin{aligned} v_0(t) &= -c_2 e_2^T e_2 - f_1^T(x_1) e_1 - \\ &\tilde{G}(f_2(x_1, x_2) - \dot{\alpha}_1) - \sum_{j=1}^m \tilde{\theta}_j \omega_j(t), \end{aligned} \quad (37)$$

که در آن $c_2 > 0$ ثابت طراحی می باشد. از رابطه (۲۲) جبران ساز خرابی به صورت زیر طراحی می شود:

$$\begin{aligned} v(t) &= g_2^T v_0(t) = g_2^T (-c_2 e_2^T e_2 - \\ &f_1^T(x_1) e_1 - \tilde{G}(f_2(x_1, x_2) - \dot{\alpha}_1) - \\ &\sum_{j=1}^m \tilde{\theta}_j \omega_j(t)). \end{aligned} \quad (38)$$

\tilde{G} و $\tilde{\theta}_j$ در قانون تطبیقی به صورت زیر انتخاب می شود:

$$\dot{\tilde{G}} = -\dot{\tilde{G}} = \Gamma_0 e_2 (f_2(x_1, x_2) - \dot{\alpha}_1)^T, \quad (39)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\tilde{\theta}} = \Gamma_j e_2 \omega_j^T(t), \quad j = 1, 2, \dots, m$$

با جایگذاری روابط (۳۷) تا (۳۹) در رابطه (۳۶)، \dot{V}_2 برابر خواهد بود با

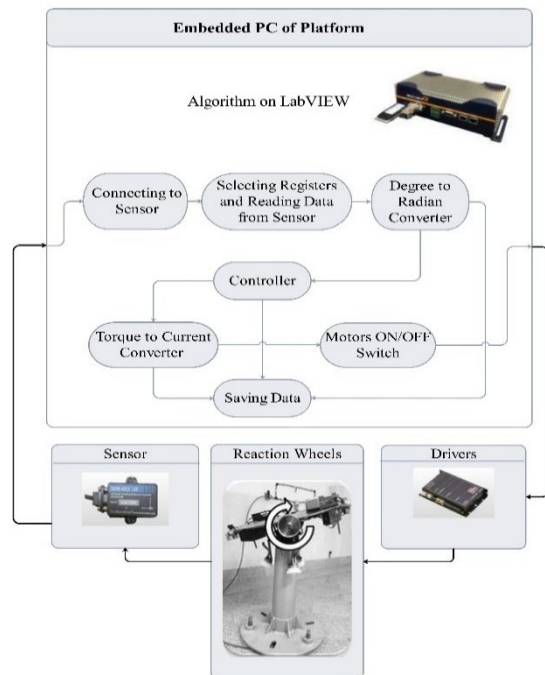
$$\dot{V}_2 = -c_1 e_1^T e_1 - c_2 e_2^T e_2 \leq 0. \quad (40)$$

که نشان می دهد سیستم پایدار است.

پروفیل زمانی $\mu_j(t)$ به تابع پله‌ای نزدیک می‌شود که خرابی‌های ناگهانی را مدل می‌کند. مقادیر کم ρ_j مشخص‌کننده گسترش آرام خرابی‌ها با خرابی‌های اولیه معلوم می‌باشد.

۵- نتایج پیاده‌سازی کنترل‌کننده بر روی شبیه‌ساز زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره

شکل ۳ نمای کلی شبیه‌ساز زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره موجود در آزمایشگاه را نشان می‌دهد.



شکل (۳): ساختار کلی شبیه‌ساز زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره.

این شبیه‌ساز دارای چهار چرخ عکس‌العملی است که ممان اینرسی هر چرخ $J_w = 0.0123 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ است. چرخ‌ها توسط چهار موتور DC120W Maxon به حرکت درمی‌آیند. هر یک از موتورها قادر به تولید حداکثر گشتاور کنترلی $0.123 \text{ N} \cdot \text{m}$ می‌باشند. حداکثر مومنوم زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی $0.625 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ است. همچنین محدودیت مانور برای زوایا ϕ و θ ، 40° درجه و برای زاویه ψ ، 180° درجه می‌باشد. بنابراین محدودیت‌های بیان‌شده در شبیه‌سازی کامپیوتری در نظر گرفته شده است. حسگرهای اینرسی و مغناطیسی برای اندازه‌گیری زاویه و سرعت زاویه‌ای استفاده

زمانی که در یک سیستم غیرخطی خرابی عملگر مدل شده در رابطه (۱۱) تا (۱۳) اتفاق بیفتد به طوری که در شرایط (۱۴) صدق کند، جبران‌ساز خرابی عملگر (۳۸) به وسیله قانون تطبیقی (۳۹) به‌روزرسانی می‌شود. به طوری که همه سیگنال‌های حلقه بسته کران‌دار و تعقیب خروجی مجانبی $\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_m(t)) = 0$ را با وجود عدم قطعیت‌های خرابی عملگر تضمین می‌کند.

توضیح ۱: روش جبران خرابی عملگر تطبیقی (۳۸) می‌تواند خرابی‌های ضرب‌شونده و جمع‌شونده را در آن واحد جبران کند. اگر در روابط (۱۴) تا (۱۶)، $\sigma = \sigma_a$ را در نظر بگیریم که $\sigma_a = \text{diag}\{\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \dots, \sigma_{am}\}$ است و در شرط (۱۷) صدق می‌کند، خرابی‌ها به صورت ضرب‌شونده مشخص می‌شوند و اگر $\delta_j^T \omega_j(t)$ را خرابی‌های جمع‌شونده در نظر بگیریم ورودی کنترلی سیستم را می‌توان به صورت زیر مدل کرد:

$$u(t) = \sigma_a v(t) + \beta \bar{u}(t). \quad (41)$$

که در این رابطه $\bar{u}(t) = [\bar{u}_1(t), \bar{u}_2(t), \dots, \bar{u}_m(t)]$ و $\bar{u}_1(t) = \delta_j^T \omega_j$ است که

$$\beta_j = \begin{cases} \text{خرابی ضرب‌شونده عملگر } j \text{ ام} \\ \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (42)$$

می‌باشد. در این صورت ماتریس‌های G و θ_j در روابط (۲۵) و (۲۶) می‌توانند با روابط زیر جایگزین شوند:

$$G = (g_2 \sigma_a g_2^T)^{-1}, \quad (43)$$

$$\theta_j = G g_{2j} \beta_j \delta_j^T, \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

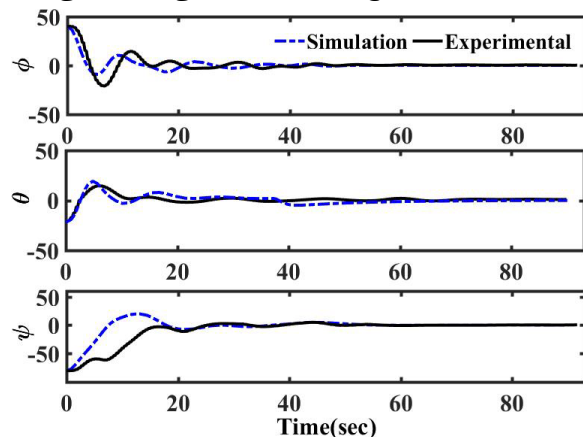
با جایگذاری رابطه (۴۳) در روابط (۳۶) تا (۴۰) می‌توان روش کنترلی تطبیقی را پیشنهاد داد و همچنین خرابی‌های ضرب‌شونده و جمع‌شونده ناگهانی در (۴۱) و (۴۲) را در آن واحد مدل کرد.

توضیح ۲: برای بیان تغییرات خرابی می‌توان از تابع پروفیل زمانی $\mu_j(t)$ یا $1 - \mu_j(t)$ همانند β_j یا σ_{aj} در رابطه (۴۱) استفاده کرد که به صورت زیر تعریف می‌شود.

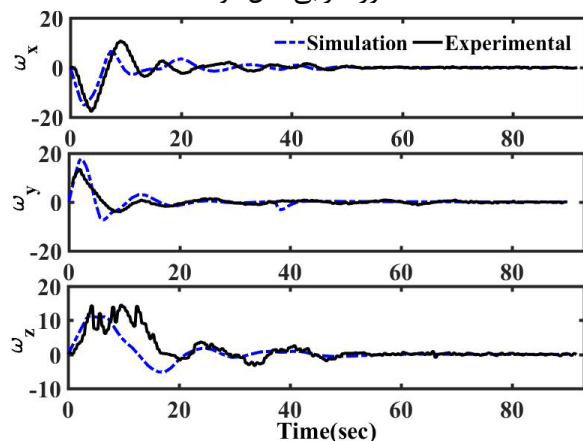
$$\mu_j(t) = \begin{cases} \text{عملگر } j \text{ ام آسیب ببیند} & (1 - e^{-\rho_j(t-t_j)}) \\ \text{در غیر این صورت} & 0 \end{cases} \quad (44)$$

در این رابطه، t_j لحظه خرابی و اسکالر $\rho_j > 0$ ، میزان تغییرات تدریجی خرابی را مشخص می‌کند. برای مقادیر زیاد ρ_j تابع

خرابی قفل‌شونده با کنترل‌کننده گام به عقب تطبیقی در شکل‌های ۴ تا ۷ آورده شده است. در این آزمون، بر روی چرخ عکس‌العملی دوم خرابی قفل‌شونده $u_2 = 0.05 N \cdot m$ در بازه زمانی $37 < t < 58$ اعمال شد. با توجه به اینکه فقط یک نوع خرابی اتفاق می‌افتد $\omega_1 = 1$ می‌باشد. شکل ۴ نتایج مقایسه موقعیت‌های زاویه‌ای را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نتایج عملی مشابه نتایج شبیه‌سازی کامپیوتری با اندکی تفاوت است. این تفاوت احتمالاً به دلیل عدم قطعیت‌های مختلف موجود در سخت‌افزار شبیه‌ساز است. همچنین زمانی که کاربر دستگاه را از شرایط اولیه رها می‌کند، سرعت‌های زاویه‌ای اولیه را در آن ایجاد می‌کند که باعث خطا در پاسخ می‌شود. شکل ۵ نتایج سرعت‌های زاویه‌ای و شکل ۶ نتایج گشتاورهای کنترلی را نشان می‌دهد.



شکل (۴): نتایج موقعیت‌های زاویه‌ای (برحسب درجه) در حضور خرابی قفل‌شونده.



شکل (۵): نتایج سرعت‌های زاویه‌ای (برحسب درجه بر ثانیه) در حضور خرابی قفل‌شونده.

می‌شوند. فرکانس نمونه‌برداری حسگرها ۱۰۰۰ هرتز با دقت ۰/۲ درجه برای زاویه می‌باشد. یک کامپیوتر صنعتی متصل به یک کامپیوتر راه دور روی دستگاه قرار دارد تا چرخ‌ها را از طریق نرم‌افزار لب‌ویو با زمان نمونه‌برداری ۴۰ میلی‌ثانیه کنترل کند. برای شبیه‌ساز مورد مطالعه، عناصر ماتریس اینرسی

$$J = \begin{bmatrix} 1.814 & -0.1185 & 0.02749 \\ -0.1185 & 1.735 & 0.01697 \\ 0.02749 & 0.01697 & 3.432 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

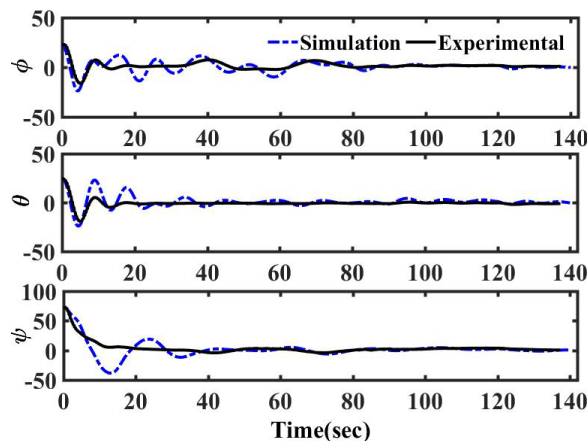
$m = 40 \text{ kg}$ می‌باشد. همچنین مقادیر عددی اغتشاشات $mgr_x = mgr_y \cong 0, mgr_z = 0.326 N \cdot m$ می‌باشد. جزئیات بیشتر در مورد دستگاه در مرجع [۲۲] موجود است. در شبیه‌سازی و پیاده‌سازی کنترل‌کننده سه نوع رویکرد خرابی بررسی می‌شود:

- خرابی قفل‌شونده $u = 0.03 N \cdot m$ یک عملگر در بازه زمانی (t_1, t_2) .
- خرابی نوسانی $u = 0.03 \sin(0.2t) N \cdot m$ یک عملگر در بازه زمانی (t_1, t_2) و خرابی قفل‌شونده $u = 0.03 N \cdot m$ عملگر دیگر در بازه زمانی (t_3, t_4) .
- از کارافتادن کامل یکی از عملگرها در طول آزمون، خرابی نوسانی $u = 0.03 \sin(0.2t) N \cdot m$ یک عملگر در بازه زمانی (t_1, t_2) و خرابی قفل‌شونده $u = 0.03 N \cdot m$ عملگر دیگر در (t_3, t_4) .

هدف از طراحی این کنترل‌کننده رسیدن به شرایط مطلوب نهایی $\eta_d = [0 \ 0 \ 0]^T$ درجه با وجود اغتشاشات مدل شده و عدم قطعیت‌های خرابی در سیستم می‌باشد. لازم به ذکر است با توجه به دقت تخمین و تراز دستی سامانه با دقت مطلوب، مقادیر اغتشاشات ناشی از وزن (mgr) در راستای x و y کوچک بوده و میزان اغتشاش ناشی از عدم قرارگیری مرکز جرم و مرکز هندسی در این دو جهت صفر در نظر گرفته می‌شوند. همچنین تنظیم بهره‌های کنترلی در مدل دینامیکی و سینماتیکی شبیه‌ساز انجام شده است و سپس در آزمون آزمایشگاهی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. پس از انتخاب بهره‌های مناسب با توجه به نتایج شبیه‌سازی، آزمایش عملی انجام شده و شکل‌های مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمون عملی ارائه شده است. مقادیر بهره‌های کنترلی به صورت $c_1 = 0.5$ و $c_2 = 3$ تنظیم شدند. نتایج عملکرد سیستم تحت رویکرد

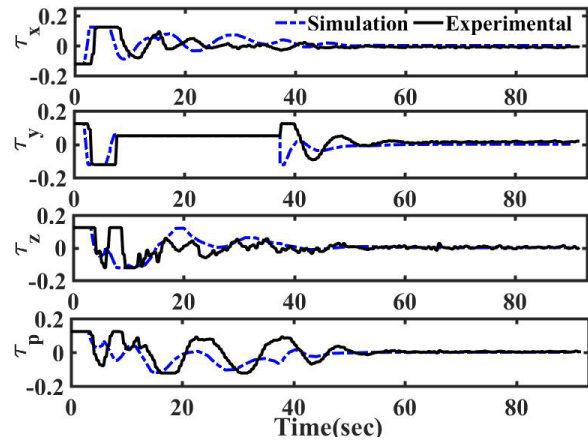
کنترلی برابر با آهنگ تغییر مومنوم زوایه‌ای است، لذا با اینکه در پایان مانورهای شبیه‌سازی گشتاور کنترلی صفر می‌شود اما چرخ‌های عکس‌عملی ممکن است سرعت‌های غیرصفر داشته باشند که در نتایج شبیه‌سازی کاملاً مشهود است، ولی در عمل به دلیل وجود اصطکاک برخی از سرعت‌ها نزدیک به صفر می‌شوند. برای کاهش این اختلاف یا می‌توان مانند مرجع [۲۵] مومنوم‌ها را به‌عنوان حالت‌های سیستم در نظر گرفت و یا دینامیک چرخ‌های عکس‌عملی را مدل‌سازی کرد. شرایط اولیه این آزمون $\eta_0 = [40 \quad -21 \quad -80]^T$ درجه می‌باشد. همان‌طور که از نتایج مشخص است کنترل‌کننده گام به عقب تطبیقی در حضور خرابی عملگر قفل‌شونده و با وجود اعمال خرابی قبل از رسیدن به پایداری، عملکرد مطلوبی دارد و سیستم حدود ده ثانیه پس از اعمال خرابی به پایداری رسیده است.

در رویکرد دوم، خرابی نوسانی $u_1 = 0.03 \sin(0.2t) N \cdot m$ در بازه زمانی $30 s < t < 80 s$ به چرخ عکس‌عملی اول و خرابی قفل‌شونده $u_4 = 0.03 N \cdot m$ در $90 s < t < 120 s$ به چرخ عکس‌عملی چهارم در شرایط اولیه $\eta_0 = [23 \quad 24 \quad 73]^T \text{deg}$ اعمال شد. بنابراین در این حالت $\omega_1 = [1, \sin(0.2t)]^T$ ، $\omega_4 = 1$ می‌باشد. نتایج به‌دست‌آمده برای موقعیت زوایه‌ای در شکل ۸ آورده شده است.

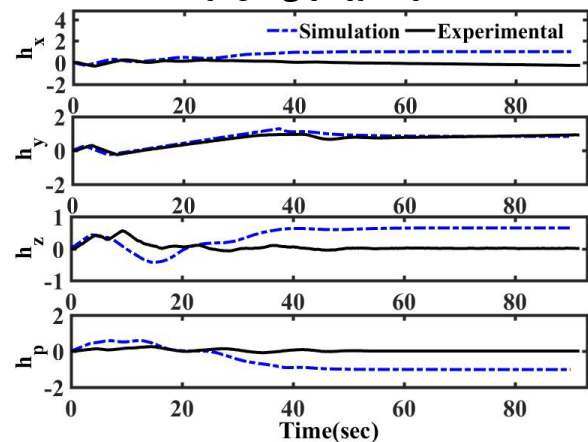


شکل (۸): نتایج موقعیت‌های زوایه‌ای (برحسب درجه) در حضور خرابی نوسانی و قفل‌شونده.

با توجه به این شکل، کنترل‌کننده گام به عقب تطبیقی با وجود دو نوع خرابی در چرخ‌های عکس‌عملی ماهواره توانسته است سیستم را کنترل کند و سیستم توانسته است با وجود

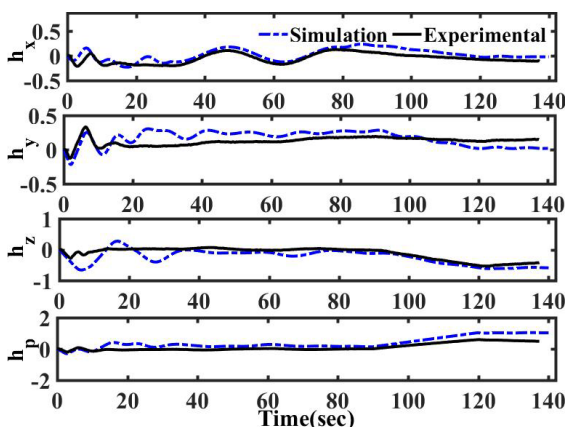


شکل (۶): نتایج گشتاورهای کنترلی (برحسب نیوتن متر) در حضور خرابی قفل‌شونده.



شکل (۷): نتایج مومنوم‌های زوایه‌ای (برحسب نیوتن متر) ثانیه) در حضور خرابی قفل‌شونده.

می‌توان مشاهده کرد که گشتاور کنترلی شبیه‌ساز فضاپیما در شرایط واقعی بیشتر از شبیه‌سازی است. همچنین، در نتایج عملی، در گشتاورهای کنترلی چترینگ بیشتری ملاحظه می‌شود. عوامل دیگری مانند نویز حسگر، جریان هوا در اتاق آزمایش، اغتشاش در یاتاقان هوایی، و دینامیک مدل نشده شبیه‌ساز فضاپیما می‌تواند دلایل تفاوت بین نتایج شبیه‌سازی و تجربی باشد. شکل ۷ نتایج مومنوم‌های زوایه‌ای را نشان می‌دهد. اختلاف نتایج شبیه‌سازی و عملی عمدتاً ناشی از وجود اصطکاک در چرخ‌ها می‌باشد که در شبیه‌سازی مدل نشده است، اما در عمل باعث گردیده تا مقادیر مومنوم‌ها به صفر نزدیک شده و کمتر از شبیه‌سازی شود. دلیل دیگر این اختلاف به مدل نکردن دینامیک چرخ‌های عکس‌عملی مربوط می‌شود. نکته قابل توجه دیگر این است که گشتاور



شکل (۱۱): نتایج مونتومومهای زاویه‌ای (برحسب نیوتن متر ثانیه) در حضور خرابی نوسانی و قفل شونده.

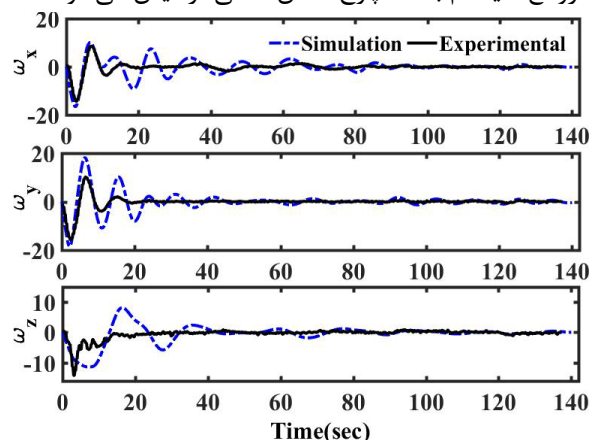
خرابی نوسانی $u_1 = 0.03 \sin(0.2t) N \cdot m$ به چرخ عکس‌عملی اول در بازه زمانی $30 s < t < 80 s$ ، و خرابی قفل شونده $u_2 = 0.03 N \cdot m$ در بازه زمانی $90 s < t < 120 s$ به چرخ عکس‌عملی دوم با اعمال $\eta_0 = [23 \ 23 \ 67]^T \text{deg}$ شد. نتایج به‌دست‌آمده برای موقعیت زاویه‌ای در شکل ۱۲ آورده شده است. با توجه به این شکل کنترل‌کننده گام به عقب تطبیقی با وجود سه نوع خرابی در چرخ‌های عکس‌عملی توانسته است سیستم را کنترل کند و سیستم توانسته است با وجود عدم قطعیت‌های خرابی پایداری خود را حفظ کرده و در پایان آزمون به وضعیت مطلوب نهایی برسد. شکل ۱۳ مقایسه نتایج آزمون عملی و شبیه‌سازی سرعت‌های زاویه‌ای سیستم در حضور این نوع خرابی را نشان می‌دهد. گشتاورهای کنترلی سیستم تحت این رویکرد خرابی در شکل ۱۴ آورده شده است که در محدوده مجاز می‌باشند. در شکل ۱۵ مقایسه تغییرات اندازه حرکت زاویه‌ای نشان داده شده است.

در آخرین آزمون برای بررسی مقاومت کنترل‌کننده، اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها در طول آزمون لحاظ شد. در این آزمون چرخ عکس‌عملی افزونه چهارم از ابتدای آزمون به‌طور کامل از کار می‌افتد ($u_4 = 0 N \cdot m$). خرابی قفل شونده $u_1 = 0.03 N \cdot m$ در بازه زمانی $30 s < t < 60 s$ و خرابی نوسانی $u_2 = 0.03 \sin(0.2t) N \cdot m$ در زمان $70 s < t < 100 s$ به ترتیب به چرخ عکس‌عملی اول و چرخ عکس‌عملی دوم با شرایط اولیه

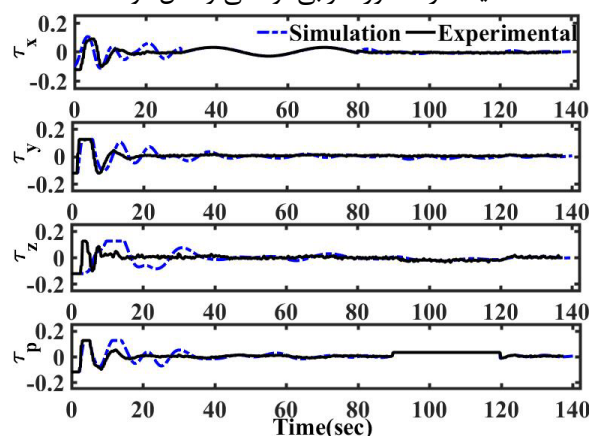
عدم قطعیت‌های خرابی و اعمال دو نوع خرابی در طول آزمون پایداری خود را حفظ کرده و در پایان آزمون به وضعیت مطلوب نهایی برسد.

شکل ۹ مقایسه نتایج آزمون عملی و شبیه‌سازی سرعت‌های زاویه‌ای سیستم در حضور این نوع خرابی را نشان می‌دهد. گشتاورهای کنترلی سیستم تحت این رویکرد خرابی در شکل ۱۰ آورده شده است که در محدوده مجاز می‌باشند. در شکل ۱۱ مقایسه تغییرات اندازه حرکت زاویه‌ای نشان داده شده است. با توجه به شکل، مقادیر اندازه حرکت زاویه‌ای در محدوده مجاز بوده و کمتر از بیشینه مقدار خود ($0.625 N \cdot m \cdot s$) می‌باشد.

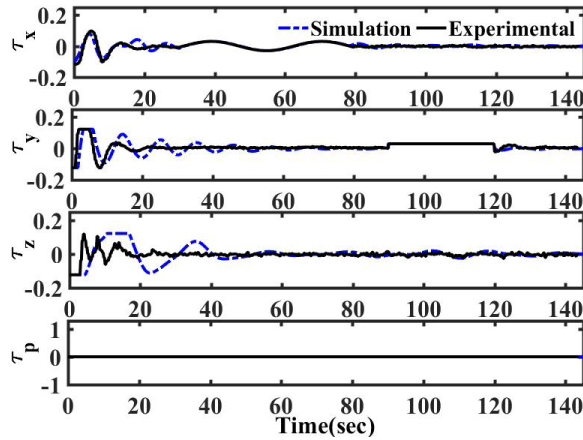
در رویکرد سوم خرابی، چرخ عکس‌عملی افزونه چهارم از ابتدای آزمون به‌طور کامل از کار می‌افتد ($u_4 = 0 N \cdot m$) و در واقع سیستم با سه چرخ عکس‌عملی آزمایش می‌شود.



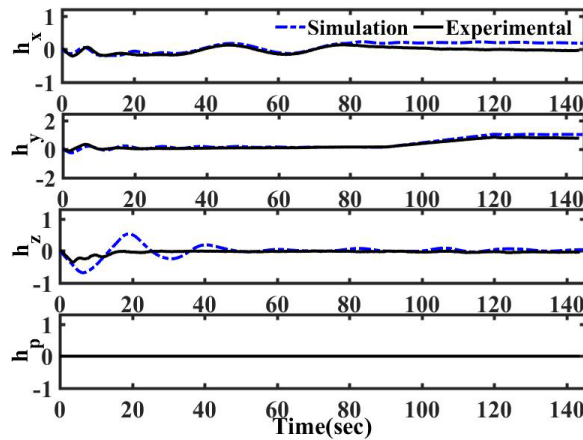
شکل (۹): نتایج سرعت‌های زاویه‌ای (برحسب درجه بر ثانیه) در حضور خرابی نوسانی و قفل شونده.



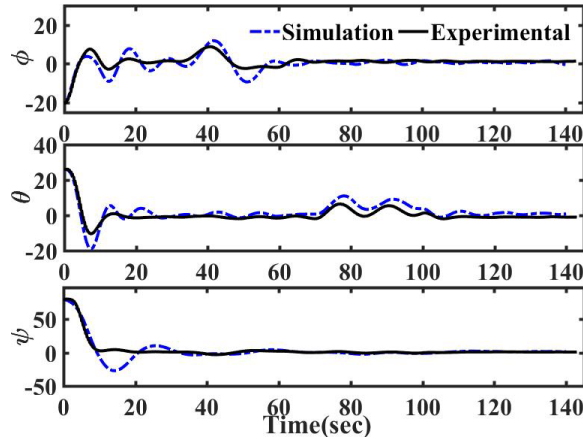
شکل (۱۰): نتایج گشتاورهای کنترلی (برحسب نیوتن متر) در حضور خرابی نوسانی و قفل شونده.



شکل (۱۴): نتایج گشتاورهای کنترلی (برحسب نیوتن متر) در حضور سه نوع خرابی.



شکل (۱۵): نتایج مومنتوم‌های زاویه‌ای (برحسب نیوتن متر ثانیه) در حضور سه نوع خرابی.



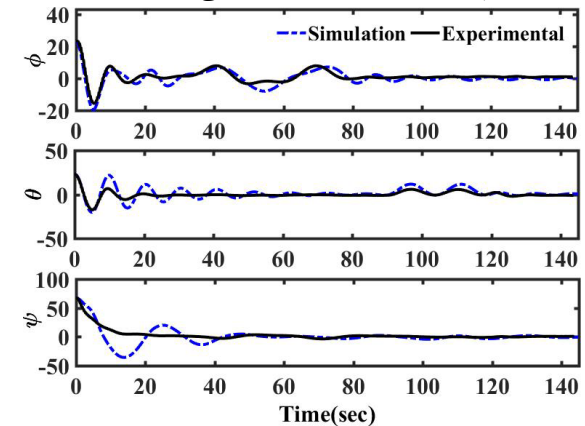
شکل (۱۶): نتایج موقعیت‌های زاویه‌ای (برحسب درجه) در حضور سه نوع خرابی و اغتشاشات.

شکل ۱۷ مقایسه نتایج آزمون عملی و شبیه‌سازی سرعت‌های زاویه‌ای سیستم در حضور این نوع خرابی را نشان می‌دهد.

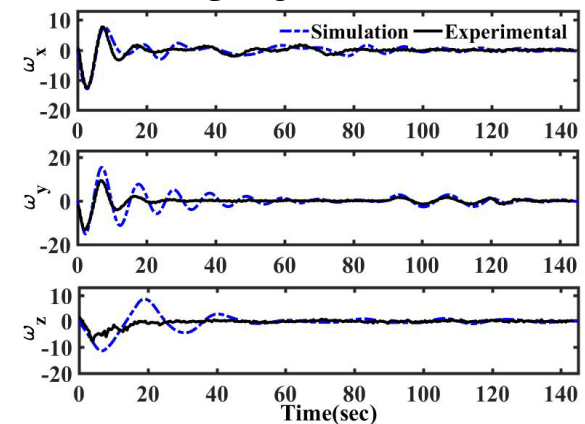
با در نظر گرفتن $\eta_0 = [-20 \quad 26 \quad 79] \text{ deg}$ عمل 20% عدم قطعیت در ماتریس ممان اینرسی و همچنین اعمال

$$\text{به} \begin{bmatrix} 0.001 + 0.05 \sin\left(\frac{2\pi t}{800}\right) + \vartheta_1 \\ 0.001 + 0.05 \sin\left(\frac{2\pi t}{800}\right) + \vartheta_2 \\ 0.001 + 0.05 \sin\left(\frac{2\pi t}{800}\right) + \vartheta_3 \\ 0.001 + 0.05 \sin\left(\frac{2\pi t}{800}\right) + \vartheta_4 \end{bmatrix} \text{ اغتشاش خارجی}$$

سیستم که در آن ϑ_i نویز سفید گوسی با میانگین صفر و واریانس 0.005^2 می‌باشد، نتایج به دست آمده برای موقعیت زاویه‌ای در شکل ۱۶ آورده شده است. با توجه به این شکل کنترل کننده گام به عقب تطبیقی با وجود سه نوع خرابی در چرخ‌های عکس‌العملی ماهواره توانسته است سیستم را کنترل کند و سیستم توانسته است با وجود عدم قطعیت‌های خرابی و اغتشاشات خارجی در طول آزمون پایداری خود را حفظ کرده و در پایان به وضعیت مطلوب نهایی برسد.



شکل (۱۷): نتایج موقعیت‌های زاویه‌ای (برحسب درجه) در حضور سه نوع خرابی.



شکل (۱۸): نتایج سرعت‌های زاویه‌ای (برحسب درجه بر ثانیه) در حضور سه نوع خرابی.

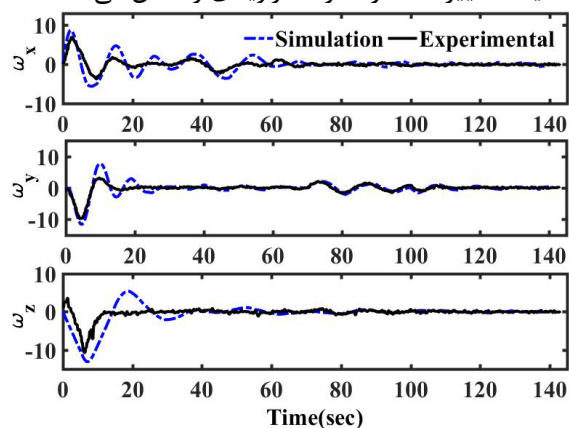
۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله جبران‌ساز خرابی عملگر تطبیقی به روش گام به عقب برای شبیه‌ساز ماهواره طراحی گردید. برای این منظور ابتدا به وسیله نرم‌افزار سیمولینک متلب شبیه‌سازی کامپیوتری انجام شد. سپس پیاده‌سازی کنترل‌کننده بر روی شبیه‌ساز زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره به صورت سخت‌افزار در حلقه، با استفاده از نرم‌افزار لیبیو انجام گرفت. نتایج شبیه‌سازی کامپیوتری و آزمون‌های آزمایشگاهی برای سه رویکرد خرابی بررسی شد. نتایج شبیه‌سازی و پیاده‌سازی نشان داد که کنترل‌کننده پیشنهادی عملکرد خوبی در جبران‌سازی خرابی عملگر دارد. برای بررسی مقاومت کنترل‌کننده، در بدترین رویکرد، هم‌زمان خرابی، نامعینی، اغتشاشات و نویز به سیستم اعمال شد. نتایج شبیه‌سازی و آزمایشگاهی حاکی از عملکرد خوب کنترل‌کننده در جبران خرابی با وجود اغتشاشات و نامعینی‌ها در سیستم بود.

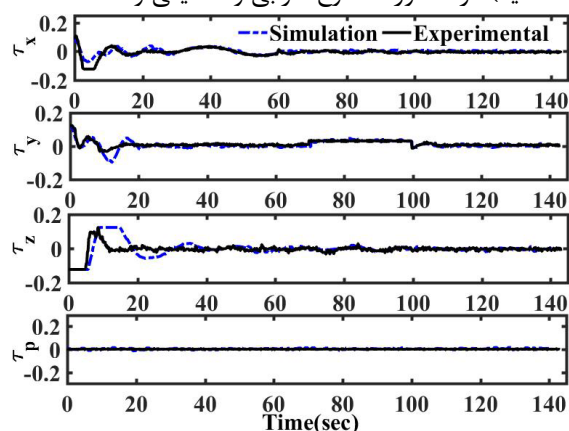
۷- مراجع

- [1] Zhang X-y, Zong Q, Tian B-l, Shao S-k, Liu W-j. Finite-time fault estimation and fault-tolerant control for rigid spacecraft. *Journal of Aerospace Engineering*. 2018;31(6):04018091. DOI [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0000915](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000915).
- [2] Nemati F, Hamami SMS, Zemouche A. A nonlinear observer-based approach to fault detection, isolation and estimation for satellite formation flight application. *Automatica*. 2019;107:474-82. DOI <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.06.007>.
- [3] Sun G, Xu S, Li Z. Finite-time fuzzy sampled-data control for nonlinear flexible spacecraft with stochastic actuator failures. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2017;64(5):3851-61. DOI <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2652366>.
- [4] Cao T, Gong H, Han B. Observer-Based Predefined-Time Attitude Control for Spacecraft Subject to Loss of Actuator Effectiveness. *Processes*. 2022;10(11):2294. DOI <https://doi.org/10.3390/pr10112294>.
- [5] Wang K, Meng T, Wang W, Song R, Jin Z. Finite-time extended state observer based prescribed performance fault tolerance control for spacecraft proximity operations. *Advances in Space Research*.

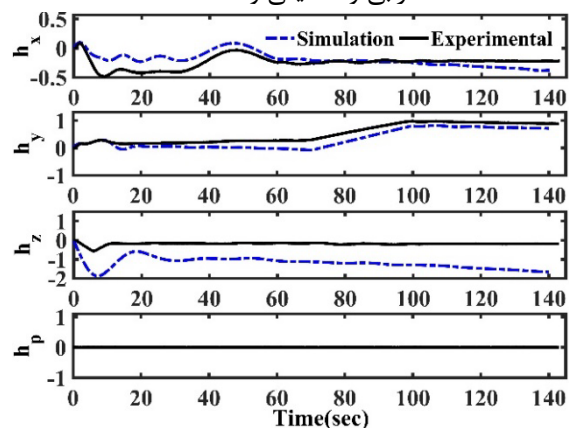
گشتاورهای کنترلی سیستم تحت این رویکرد خرابی در شکل ۱۸ آورده شده است که در محدوده مجاز می‌باشند. شکل ۱۹ مقایسه تغییرات اندازه حرکت زاویه‌ای را نشان می‌دهد.



شکل (۱۷): نتایج سرعت‌های زاویه‌ای (برحسب درجه بر ثانیه) در حضور سه نوع خرابی و نامعینی و اغتشاشات.



شکل (۱۸): نتایج گشتاورهای کنترلی در حضور سه نوع خرابی و نامعینی و اغتشاشات.



شکل (۱۹): نتایج مومنتوم‌های زاویه‌ای در حضور سه نوع خرابی و نامعینی و اغتشاشات.

- [15] Hu Q, Xiao B. Fault-tolerant sliding mode attitude control for flexible spacecraft under loss of actuator effectiveness. *Nonlinear Dynamics*. 2011;64:13-23. **DOI** <https://doi.org/10.1007/s11071-010-9842-z>.
- [16] Ma Y, Jiang B, Tao G, Cheng Y. Actuator failure compensation and attitude control for rigid satellite by adaptive control using quaternion feedback. *Journal of the Franklin Institute*. 2014;351(1):296-314. **DOI** <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2013.08.028>.
- [17] Huo B, Xia Y, Yin L, Fu M. Fuzzy adaptive fault-tolerant output feedback attitude-tracking control of rigid spacecraft. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*. 2016;47(8):1898-908. **DOI** <https://doi.org/10.1109/TSMC.2016.2564918>.
- [18] Yao X, Tao G, Qi R. Adaptive actuator failure compensation and disturbance rejection scheme for spacecraft. *Journal of Systems Engineering and Electronics*. 2014;25(4):648-59. **DOI** <https://doi.org/10.1109/JSEE.2014.00075>.
- [19] Ma Y, Jiang B, Tao G, Yang H. Adaptive direct compensation control scheme for spacecraft with multiple actuator faults. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2019;42(4):923-30. **DOI** <https://doi.org/10.2514/1.G003661>.
- [20] Yao X, Tao G, Ma Y, Qi R. Adaptive actuator failure compensation design for spacecraft attitude control. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2016;52(3):1021-34. **DOI** <https://doi.org/10.1109/TAES.2016.130802>.
- [21] Xu Y, Hu Q, Shao X. Composite adaptive attitude control for combined spacecraft with inertia uncertainties. *Aerospace Science and Technology*. 2022;131:107984. **DOI** <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107984>.
- [22] Jamshidi S, Mirzaei M, Malekzadeh M. Applied nonlinear control of spacecraft simulator with constraints on torque and momentum of reaction wheels. *ISA transactions*. 2023. **DOI** <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2023.03.027>.
- [23] Khodaverdian M, Malekzadeh M. Attitude stabilization of spacecraft simulator based on modified constrained feedback linearization model predictive control. *IET Control Theory & Applications*. 2023;17(8):953-67. **DOI** <https://doi.org/10.1049/cth2.12429>.
- [24] Jamshidi S, Mirzaei M, Malekzadeh M. Applied Optimal Control of Spacecraft Simulator Subject to Failures of Reaction Wheels. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2023:1-16. **DOI** <https://doi.org/10.1016/j.asr.2022.05.072>.
- [6] Benosman M, Lum K-Y. Passive actuators' fault-tolerant control for affine nonlinear systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2009;18(1):152-63. **DOI** <https://doi.org/10.1109/TCST.2008.2009641>.
- [7] Liao F, Wang JL, Yang G-H. Reliable robust flight tracking control: an LMI approach. *IEEE transactions on control systems technology*. 2002;10(1):76-89. **DOI** <https://doi.org/10.1109/87.974340>.
- [8] Niemann H, Stoustrup J. Passive fault tolerant control of a double inverted pendulum—a case study. *Control engineering practice*. 2005;13(8):1047-59. **DOI** <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2004.11.002>.
- [9] Bonivento C, Isidori A, Marconi L, Paoli A. Implicit fault-tolerant control: application to induction motors. *Automatica*. 2004;40(3):355-71. **DOI** <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2003.10.003>.
- [10] Bai Y, Biggs JD, Wang X, Cui N. Attitude tracking with an adaptive sliding mode response to reaction wheel failure. *European Journal of Control*. 2018;42:67-76. **DOI** <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2018.02.008>.
- [11] Wang Z, Li Q, Li S. Adaptive integral-type terminal sliding mode fault tolerant control for spacecraft attitude tracking. *IEEE Access*. 2019;7:35195-207. **DOI** <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2901966>.
- [12] Zhou N, Kawano Y, Cao M. Neural network-based adaptive control for spacecraft under actuator failures and input saturations. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*. 2019;31(9):3696-710. **DOI** <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2019.2945920>.
- [13] Tan C, Yao X, Tao G, Qi R. A multiple-model based adaptive actuator failure compensation scheme for control of near-space vehicles. *IFAC Proceedings Volumes*. 2012;45(20):594-9. **DOI** <https://doi.org/10.3182/20120829-3-MX-2028.00241>.
- [14] Jiang Y, Hu Q, Ma G. Adaptive backstepping fault-tolerant control for flexible spacecraft with unknown bounded disturbances and actuator failures. *ISA transactions*. 2010;49(1):57-69. **DOI** <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2009.08.003>.

جدول (الف): معرفی پارامترهای سیستم و کنترل کننده.

پارامتر	توضیحات
c_1, c_2	بهره‌های کنترلی
d	گشتاور اغتشاشی کل
e_1	خطای تعقیب زاویه
e_2	خطای تعقیب سرعت زاویه‌ای
g_2	حاصل ضرب معکوس ماتریس اینرسی و توزیع
$\hat{G}, \hat{\Theta}$	پارامترهای تطبیقی
g	شتاب گرانش
h_t	مومنوم زاویه‌ای کل
h_w	مومنوم زاویه‌ای چرخ‌ها
J	ماتریس اینرسی شبیه‌ساز
J_w	ماتریس اینرسی چرخ‌های عکس‌العملی
k	بردار واحد در جهت وزن
m	جرم شبیه‌ساز
r_s	بردار اتصال مرکز هندسی به مرکز جرم
R	ماتریس دوران
t	زمان
u	ورودی سیستم
\bar{u}	بردار خرابی عملگر
V_2, V_1	توابع لیاپانوف
$X_b Y_b Z_b$	محورهای مختصات بدنی
$X_I Y_I Z_I$	محورهای مختصات اینرسی
y	خروجی
y_m	سیگنال مرجع
α_1	سیگنال کنترل مجازی
v	گشتاور کنترلی
σ	الگوی خرابی
ϖ_j	فرکانس خرابی

[25] Malekzadeh M, Sadeghian H. Attitude control of spacecraft simulator without angular velocity measurement. Control Engineering Practice. 2019;84:72-81. DOI

<https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.11.011>

[26] Malekzadeh M, Rezayati M, Saboohi M. Hardware-in-the-loop attitude control via a high-order sliding mode controller/observer. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2018;232(10):1944-60. DOI <https://doi.org/10.1177/0954410017706992>.

[27] Li Z, Chen X. Adaptive actuator fault compensation and disturbance rejection scheme for spacecraft. International Journal of Control, Automation and Systems. 2021;19:900-9. DOI <https://doi.org/10.1007/s12555-019-0621-4>.

۸-ضمائم

محاسبه مشتق زمانی V_2 به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \frac{1}{2} e_2^T G \dot{e}_2 + \frac{1}{2} \text{tr} \left(\tilde{G}^T \Gamma_0^{-1} \dot{\tilde{G}} \right) + \\ &\frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^m \text{tr} \left(\tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_j \right) \right) \\ &= -c_1 e_1^T e_1 + e_1^T f_1(x_1) e_2 + e_2^T G (f_2(x_1, x_2) + \\ &G^{-1} v_0(t) + G^{-1} (\sum_{j=1}^m \theta_j \varpi_j(t) - \dot{\alpha}_1)) + \\ &\text{tr} \left(\tilde{G}^T \Gamma_0^{-1} \dot{\tilde{G}} \right) + \left(\sum_{j=1}^m \text{tr} \left(\tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_j \right) \right) \\ &= -c_1 e_1^T e_1 + \text{tr} \left(\tilde{G}^T \Gamma_0^{-1} \dot{\tilde{G}} \right) + \\ &\left(\sum_{j=1}^m \text{tr} \left(\tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_j \right) \right) + e_2^T (v_0(t) + f_1^T(x_1) e_1 + \\ &G (f_2(x_1, x_2) - \dot{\alpha}_1) + \sum_{j=1}^m \theta_j \varpi_j(t)) \\ &= -c_1 e_1^T e_1 + \text{tr} \left(\tilde{G}^T \Gamma_0^{-1} \dot{\tilde{G}} \right) + \\ &\left(\sum_{j=1}^m \text{tr} \left(\tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_j \right) \right) + e_2^T (v_0(t) + f_1^T(x_1) e_1 + \\ &\hat{G} (f_2(x_1, x_2) - \dot{\alpha}_1) + \sum_{j=1}^m \hat{\theta}_j \varpi_j(t) + \\ &e_2^T \tilde{G} (f_2(x_1, x_2) - \dot{\alpha}_1) + \sum_{j=1}^m e_2^T \tilde{\theta}_j \varpi_j(t)) \\ &= -c_1 e_1^T e_1 + \text{tr} \left(\tilde{G}^T \Gamma_0^{-1} \dot{\tilde{G}} \right) + \\ &\left(\sum_{j=1}^m \text{tr} \left(\tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_j \right) \right) + e_2^T (v_0(t) + f_1^T(x_1) e_1 + \\ &\hat{G} (f_2(x_1, x_2) - \dot{\alpha}_1) + \sum_{j=1}^m \hat{\theta}_j \varpi_j(t) + \\ &\text{tr} \left(\tilde{G}^T e_2 (f_2(x_1, x_2) - \dot{\alpha}_1)^T \right) + \\ &\sum_{j=1}^m \text{tr} \left(\tilde{\theta}_j^T e_2 \varpi_j^T(t) \right) \end{aligned}$$

همچنین جدول الف پیوست که متن مقاله به آن اشاره شده بود به شرح زیر است.