Journal of Aerospace Mechanics/ 2025/ Vol.21/ No.1/ 127-140



Journal of Aerospace Mechanics



DOR: 20.1001.1.26455323.1404.21.1.8.7

Modification of the Ship Coarse Alignment Algorithm on a Wavy Pier in the Case Where Sensors Are Not Located in the Center

Seyed Ali Zahiripour[®]

Assistant Professor, Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

HIGHLIGHTS

GRAPHICAL ABSTRACT

- The usual secondary inertial algorithm is modified by assuming that the sensors are not located in the center of the ship.
- The disturbance terms resulting from the distance of the inertial measurement unit from the center are measured using the output of the gyroscopes and are used in the proposed algorithm.

ARTICLE INFO

Article history: Article Type: Research paper Received: 30 November 2024 Received in revised form: 25 January 2025 Accepted: 22 February 2025 Available online: 22 February 2025

*Correspondence:

zahiripour@kashanu.ac.ir

How to cite this article:

S. A. Zahiripour. Modification of the ship coarse alignment algorithm on a wavy pier in the case where sensors are not located in the center. Journal of Aerospace Mechanics. 2025; 21(1):127-140.

Keywords:

Coarse alignment Secondary inertial Oscillating base Transformation matrix decomposition Sensors not located in the center



ABSTRACT

In this paper, assuming that the inertial measurement unit is not located in the center of the ship, the initial alignment accuracy of the inertial navigation system on the oscillating base is investigated using one of the common methods, and then a solution is presented to modify this algorithm and increase the alignment accuracy using the output of gyroscopes. First, using the Poisson equation in a secondary inertial frame and the decomposition of the transformation matrix between body and geographic frames, the alignment algorithm for the inertial navigation system located on an oscillating base is presented. For this purpose, a short-term navigation algorithm is proposed and the initial conditions of its equations will be known by defining a secondary inertial frame, which is the same as the initial body frame. In order to ensure the observability of the level and heading angles, the theorem of independence of an orthogonal set is used. Next, to increase the accuracy of the algorithm, acceleration terms resulting from the distance of the inertial measurement unit from the center of the object are calculated and used to modify the conventional algorithm. Finally, the ability of the modified method to increase accuracy compared to the conventional method is evaluated through simulation.

This is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution Non-Commercial (CC BY-NC) license.

© Authors





اصلاح الگوریتم ترازیابی ابتدایی کشتی روی اسکله مواج در شرایط عدم قرارگیری حسگرها در

مرکز کشتی سید علی ظہیری یور 回 استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

برجستهها	چکیدہ گرافیکی
 الگوریتم معمول اینرسی ثانویه با فرض عدم قرارگیری حسگرها در مرکز کشتی اصلاح میشود. جملات اغتشاشی ناشی از فاصله بلوک حسگرها از مرکز با استفاده از خروجی ژیروسکوپها اندازه گیری و در الگوریتم پیشنهادی به کار گرفته میشوند. 	
مشخصات مقاله	چکیدہ
تاریخچه مقاله:	در این مقاله، با فرض آن که بلوک اندازه گیری اینرسی در مرکز کشتی قرار نداشته

در این مقاله، با فرض آن که بلوک اندازه گیری اینرسی در مرکز کشتی قرار نداشته باشد، دقت ترازیابی ابتدایی سامانه ناوبری اینرسی بر تکیهگاه نوسانی به کمک یکی از روشهای معمول موردبررسی قرار گرفته و در ادامه راهکاری برای اصلاح این الگوریتم و افزایش دقت ترازیابی، به کمک خروجی ژیروسکوپها ارائه می شود. ابتدا به کمک معادله پواسون در یک دستگاه اینرسی ثانویه و تجزیه ماتریس تبديل بين دستگاههاي بدني و جغرافيايي، الگوريتم ترازيابي سامانه ناوبري اینرسی که روی یک تکیهگاه نوسانی قرار دارد، ارائه میشود. به این منظور، یک الگوريتم ناوبري كوتاهمدت پيشنهاد مي شود كه شرايط اوليه معادلات وضعيت آن به كمك يك دستگاه اينرسي ثانويه معلوم است. بهمنظور اطمينان از مشاهده پذیری زوایای تراز و سمت، از قضیه مستقل بودن یک مجموعه متعامد استفاده می شود. در ادامه برای افزایش دقت الگوریتم، جملات از جنس شتاب ناشی از فاصله بلوک حسگرهای اینرسی از مرکز جسم محاسبه شده و در جهت اصلاح الگوريتم معمول به كار گرفته مي شود. در انتها قابليت روش اصلاح شده در افزایش دقت در مقایسه با روش معمول از طریق شبیهسازی نیز مورد تأیید قرار می گیرد.

ناشر: دانشگاه جامع امام حسین^(ع)

* این مقاله یک مقاله با دسترسی آزاد است که تحت شرایط و ضوابط مجوز CC BY-NC) Creative Commons Attribution Non-Commercial) توزیعشده است.

نوع مقاله: علمي پژوهشي

دریافت: ۱۴۰۳/۰۹/۱۰

بازنگری: ۱۴۰۳/۱۱/۰۶

پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۰۴

*نویسنده مسئول:

كليدواژهها:

ترازيابي ابتدايي

اينرسى ثانويه

تكيهگاه نوساني

تجزيه ماتريس تبديل

عدم قرار گیری حسگرها در مرکز

ارائه برخط: ۱۴۰۳/۱۲/۰۴

zahiripour@kashanu.ac.ir

۱– مقدمه

سامانه ناوبری اینرسی^۱ با استفاده از اطلاعات شتابسنجها و ژیروسکوپها موقعیت، سرعت و جهتگیری جسم را با توجه به مقادیر اولیه این پارامترها تعیین میکند [۱]؛ بنابراین قبل از اجرای الگوریتم ناوبری باید مرحلهای اجرا شود که شرایط اولیه پارامترهای ناوبری را تعیین کند که از آن به ترازیابی اولیه^۲ یاد میشود. ازآنجاکه دقت سامانه ناوبری اینرسی وابستگی زیادی بهدقت ترازیابی اولیه دارد، این موضوع یک مسئله تحقیقاتی و عملیاتی جذاب و پرتکرار در بین پژوهشگران به شمار میرود [۲–۵].

ترازیابی معمولاً از دو مرحله ابتدایی (نادقیق)^۳ و دقیق^۴ تشکیل میشود [۶]. مرحله اول برای تعیین زوایای جهتگیری بهصورت نسبتاً دقیق [۷] و مرحله دوم برای تعیین دقیق تر زوایا به کمک خروجی به دست آمده از مرحله اول اجرا میشود. دقت ترازیابی مرحله اول اهمیت به سزایی در کیفیت و دقت ترازیابی مرحله دوم دارد. به طور معمول برای اجرای مرحله دوم از فیلتر کالمن [۸ و ۹] و گاهی از فیلترهای دیگر استفاده می شود [۱۰].

در هنگام انجام ترازیابی، تکیهگاه میتواند ساکن، بدون حرکت خطی ولی دارای نوسان و یا دارای حرکت خطی باشد. برای انجام ترازیابی ابتدایی در شرایطی که تکیهگاه حرکت خطی دارد، معمولاً از سامانههای کمک ناوبری استفاده از میشود [۱۱–۱۳]؛ هرچند الگوریتمهایی بدون استفاده از سامانه کمک ناوبری نیز ارائهشده است [۱۴]. در شرایط سکون، دو بردار شتاب جاذبه و سرعت دوران زمین، برای ترازیابی استفاده میشوند [۱۵]. در شرایطی که تکیهگاه بدون مرکت خطی، صرفاً نوساناتی را در اثر عواملی مانند عملکرد موتور، امواج دریا و باد و طوفان تجربه میکند، این عوامل بهمثابه اغتشاشاتی برای الگوریتمهای در حال سکون هستند بهمثابه اغتشاشاتی برای الگوریتمهای در حال سکون هستند البته زمانی که فرکانس اغتشاشات زیاد باشد، معمولاً با استفاده از فیلتر کردن خروجی ژیروسکوپها میتوان سرعت دوران زمین را جدا کرد [۱۶]؛ اما در شرایطی مانند قرار

¹ INS ² Initial Alignment

گرفتن کشتی روی اسکلهای با امواج فرکانس پایین، باید به دنبال راهکار دیگری بود [۱۷]. در چنین شرایطی معمولاً الگوریتمهایی پیشنهاد میشود که نهتنها نیازی به فیلتر کردن خروجیها ندارند، بلکه از عوامل مزاحم الگوریتم اولیه بهعنوان سیگنالهایی سودمند در جهت تحقق هدف خود بهره میبرند. نمونهای از این روشها با معرفی یک دستگاه اینرسی ثانویه اجرا میشود [۱۴ و ۱۶]. در این روش، ماتریس تبدیل بین دستگاه بدنی و جغرافیایی به حاصل ضرب سه ماتریس تجزیه میشود.

موضوع ترازیابی اولیه سامانههای دریایی مانند کشتی، همچون سامانههای زمینی و هوایی از اهمیت بالایی برخوردار بوده و پژوهشهای متعددی را به خود اختصاص داده است [۲۰–۱۸]. حال تصور نمایید که بلوک اندازه گیری اینرسی به دلایل مختلف از مرکز کشتی فاصله داشته باشد. در این شرایط حتی اگر (مرکز) کشتی حرکت خطی نداشته باشد، امواج دریا و نوسان بدنه کشتی باعث ایجاد شتاب خطی برای شتاب جاذبه اختلاف پیدا خواهد کرد که در این مقاله به شتاب جاذبه اختلاف پیدا خواهد کرد که در این مقاله به اینرسی ثانویه برای سامانه ناوبری بر تکیه گاه نوسانی طوری اصلاح می شود که دقت ترازیابی در این حالت افزایش یابد. مقاله حاضر شامل بخشهای زیر است:

در بخش دوم، دستگاههای مختصات موردنیاز برای ارائه الگوریتم موردنظر معرفی میشوند. در بخش سوم، اصول ترازیابی ابتدایی متداول بر تکیهگاه نوسانی به روش اینرسی ثانویه موردبررسی قرار میگیرد. در بخش چهارم، اصلاح الگوریتم معرفیشده در بخش قبل با فرض عدم قرارگیری حسگرها در مرکز کشتی بهعنوان نوآوری این مقاله انجام میشود. در بخش آخر، نتایج شبیهسازی به همراه تفسیر آنها نمایش داده میشود.

۲– معرفی دستگاههای موردنیاز

بهمنظور پیادهسازی الگوریتم ترازیابی ابتدایی، دستگاههای موردنیاز در این بخش معرفی می شوند.

³ Coarse

⁴ Fine

دستگاه زمینی (e): مرکز این دستگاه مرکز زمین است. محور اول آن در امتداد محل تقاطع صفحه استوا و صفحه نصف النهاری محل قرارگیری کشتی، محور سوم آن در جهت (۲) محور دوران زمین و جهت محور دوم آن با استفاده از قاعده دست راست به دست میآید.

> دستگاه اینرسی اولیه (i₁): مرکز این دستگاه مرکز زمین است. این دستگاه در فضای اینرسی ثابت است و در شروع فرایند ترازیابی، دستگاه زمینی منطبق با این دستگاه است. بهبیاندیگر، این دستگاه همان دستگاه زمینی البته در شروع فرایند ترازیابی است.

دستگاه جغرافیایی (n): مرکز این دستگاه مرکز کشتی است. محور اول آن به سمت شرق، محور دوم آن به سمت شمال جغرافیایی و محور سوم آن طبق قاعده دست راست، به سمت بالای کره زمین است.

دستگاه بدنی (b): مرکز این دستگاه مرکز کشتی است. محور اول آن محور عرضی کشتی (به سمت راست)، محور دوم آن محور طولی کشتی (به سمت جلو) و محور سوم آن طبق قاعده دست راست به سمت بالای کشتی است. دستگاه اینرسی ثانویه (i₂): مرکز این دستگاه مرکز کشتی است. این دستگاه در فضای اینرسی ثابت است و در شروع فرایند ترازیابی، دستگاه بدنی منطبق با این دستگاه است.

درینه فراریجی، مستوی بنای سیبی به این مستوی است. به بیان دیگر، این دستگاه همان دستگاه بدنی البته در شروع فرایند ترازیابی است.

۳- اصول ترازیابی بر تکیهگاه نوسانی به روش اینرسی ثانویه

در این روش، ماتریس تبدیل بین دستگاه بدنی و جغرافیایی بهصورت حاصلضرب سه ماتریس تجزیه میشود [۱۶]:

$$C^{nb} = C^{ni_1} C^{i_1 i_2} C^{i_2 b} \tag{1}$$

که در آن ^{Cnb}، C^{ni,} C^{ni,1} و ^{Cⁱ2^b} به ترتیب ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به جغرافیایی، اینرسی اولیه به جغرافیایی، اینرسی ثانویه به اینرسی اولیه و بدنی به اینرسی ثانویه هستند.

ماتریس C^{ni_1} به صورت زیر قابل بیان است:

$$\begin{aligned} C^{ni_1} &= C^{ne}C^{ei_1} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(ut) & \sin(ut) & 0 \\ -\sin(ut) & \cos(ut) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\sin(ut) & \cos(ut) & 0 \\ -\sin\varphi\cos(ut) & -\sin\varphi\sin(ut) & \cos\varphi \\ \cos\varphi\cos(ut) & \cos\varphi\sin(ut) & \sin\varphi \end{bmatrix}$$
(Y)

که در آن C^{e_1} و C^{e_1} به ترتیب ماتریس تبدیل از دستگاه زمینی به جغرافیایی و اینرسی اولیه به زمینی هستند. در ضمن φ , $u \in t$ به ترتیب عرض جغرافیایی، سرعت دوران زمین و مدتزمان گذشته از شروع فرایند ترازیابی است. در توضیح محاسبه فوق باید گفت که با توجه به تعریف ارائهشده از دستگاهها در بخش اول، با دوران دستگاه اینرسی اولیه بهاندازه u حول محور سوم خود به صورت پادساعتگرد، زمینی بهاندازه φ حول محور دوم خود به صورت ساعتگرد و نسپس جابجایی محورها، دستگاه جغرافیایی حاصل می شود. برای محاسبه ماتریس $C^{i_2 D}$ روشهای متفاوتی وجود دارد.

$$\begin{split} \dot{C}^{i_2b} &= C^{i_2b} \Omega_b^{i_2b} \\ \Omega_b^{i_2b} &= \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \end{split} \tag{(7)}$$

لازم به ذکر است که اثبات رابطه فوق نسبتاً طولانی بوده و بهطور کامل در مرجع [1۵] آمده است. در رابطه (۳)، $C_{b}^{i_{2}b}$ مشتق زمانی ماتریس تبدیل از بدنی به اینرسی ثانویه و ماتریس پادمتقارنی است که درایههای آن مؤلفههای سرعت زاویهای دستگاه بدنی نسبت به اینرسی در دستگاه بدنی هستند. برای یافتن $C^{i_{2}b}$ میتوان مستقیماً از پاسخ معادله دیفرانسیل فوق استفاده کرد یا با استفاده از یکی از روشهای تخمین، آن را تخمین زد [۲۱]. آنچه در مورد معادله فوق راهگشاست آن است که بهواسطه تعریفی که برای دستگاه اینرسی ثانویه انجام شد، داریم:

$$C^{i_2 b}(0) = I \tag{(f)}$$

که در آن *I* ماتریس واحد (همانی) است.
از طرفی در مورد شتاب خطی، روابط زیر قابل بیان است [۱۵]:
$$D^{2}_{i_{1}}r = D_{g}v + (\omega_{i_{1}e} + \omega_{i_{1}g}) \times v$$

 $+ u \times (u \times r)$ (۵)

$$V^{i_{1}} = \int_{0}^{t} g^{i_{1}} = \begin{bmatrix} -g\cos\varphi\sin\frac{(ut)}{u}\\ g\cos\varphi(\cos(ut) - 1)/u\\ -gt\sin\varphi \end{bmatrix}$$
(9)

$$V^{i_2} = \int_0^{\cdot} g^{i_2}$$
 لازم به ذکر است که در رابطه فوق، $g^{i_1} g^{i_1}$ با انتگرال گیری از
دو طرف رابطه (۲) بهدستآمده است.
با توجه به آن که $C^{i_2 i_1}$ وابسته به زمان نیست، با انتگرال گیری
از دو طرف رابطه (۸) و استفاده از رابطه (۹) خواهیم داشت:
 $V^{i_2}(t) = C^{i_2 i_1} V^{i_1}(t)$ (۱۰)
در معادله (۱۰) نیز مجهول، $C^{i_2 i_1}$ است. برای برابر کردن

در معادله (۱۰) نیز مجهول، $C^{l_2 l_1}$ است. برای برابر کردن تعداد معادلات و مجهولات، از آنجاکه رابطه فوق برای همه زمانها برقرار است، با انتخاب سه زمان دلخواه t_2 ، t_1 و t_3 خواهیم داشت:

$$V^{i_2}(t_1) = C^{i_2 i_1} V^{i_1}(t_1)$$

$$V^{i_2}(t_2) = C^{i_2 i_1} V^{i_1}(t_2)$$

$$V^{i_2}(t_3) = C^{i_2 i_1} V^{i_1}(t_3)$$
(11)

$$S' = \begin{bmatrix} V^{i_2}(t_1) & V^{i_2}(t_2) & V^{i_2}(t_3) \end{bmatrix}^T$$

$$T' = \begin{bmatrix} V^{i_1}(t_1) & V^{i_2}(t_2) & V^{i_2}(t_3) \end{bmatrix}^T$$
(17)

$$S' = C^{i_2 i_1} T' \tag{17}$$

در صورت معکوس پذیری 'T خواهیم داشت:

$$C^{i_2 i_1} = S' T'^{-1} \tag{14}$$

$$V^{i_{1}}(t) = \begin{bmatrix} -g\cos\varphi\sin\frac{(ut)}{u}\\g\cos\varphi(\cos(ut) - 1)/u\\-gt\sin\varphi \end{bmatrix}$$
(1 Δ)
$$\cong \begin{bmatrix} -gt\cos\varphi\\0\\-gt\sin\varphi \end{bmatrix}$$

لازم به ذکر است که رابطه فوق با کوچک فرض کردن t که در عمل نیز اینچنین است نوشته شده است. بنابراین، ماتریس T بسیار نزدیک به یک ماتریس ویژه خواهد بود که محاسبه $C^{i_2i_1}$ را با مشکل مواجه می کند. در ادامه با استفاده از قضیه مستقل بودن یک مجموعه متعامد [۲۲]

$$a = D_g v + (\omega_{i_1e} + \omega_{i_1g}) \times v - g$$

لازم به ذکر است که اثبات رابطه فوق فرایندی طولانی بوده
و بهطور کامل در مرجع [۱۵] آمده است.
در رابطه (۵)، $D^2_{i_1}r$ مشتق دوم بردار مکان مرکز کشتی از
دید دستگاه اینرسی، $D_g d$ مشتق سرعت خطی کشتی نسبت
به زمین از دید دستگاه جغرافیایی، ω_{i_1e} سرعت دوران دستگاه
زمینی نسبت به اینرسی اولیه، w_{i_1g} سرعت دوران دستگاه
جغرافیایی نسبت به اینرسی اولیه، v سرعت خطی (مرکز) کشتی
نسبت به زمین، r بردار مکان مرکز کشتی، a شتاب ظاهری
مرکز کشتی و g شتاب جاذبه است.

در شرایطی که کشتی در اسکله پهلو گرفته و سرعت خطی ندارد با استفاده از رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$a^{i_2} = -g^{i_2} \Longrightarrow g^{i_2} = -\mathcal{C}^{i_2 b} a^b \tag{(\%)}$$

که در آن $a^{i_2} e^{i_2} e^{i_2}$ به ترتیب شتاب ظاهری کشتی و شتاب جاذبه در دستگاه اینرسی ثانویه هستند. a^b به کمک خروجی شتاب سنجهای نصب شده در مرکز کشتی قابل محاسبه است و لذا m^{i_2} با استفاده از حسگرها به دست میآید. g^{i_2} با استفاده از حسگرها به دست میآید. g^{i_2} داشت: $g^{i_1} = C^{i_1n}g^n$ $= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} e^{i_1} g^n (ut) \cos\varphi \cos(ut) \\ 0 & \cos\varphi \sin(ut) \\ 0 & \cos\varphi \sin(ut) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} (Y)$ $= \begin{bmatrix} -g\cos\varphi \cos(ut) \\ -g\cos\varphi \sin(ut) \\ -g\sin\varphi \end{bmatrix}$

که در آن C^{i_1n} ترانهاده ماتریس C^{ni_1} است که از رابطه (۲) به دست آمد و g^{i_1} و g^n به ترتیب شتاب جاذبه در دستگاه اینرسی اولیه و جغرافیایی هستند و لذا g^{i_1} با استفاده از عرض جغرافیایی محل پهلوگیری کشتی، مقدار شتاب جاذبه، سرعت دوران زمین و مدتزمان گذشته از شروع فرایند ترازیابی به دست میآید. بهاینترتیب بیان بردار شتاب جاذبه در دو دستگاه اینرسی

اوليه و ثانويه بهدستآمده و با استفاده از رابطه زير:

$$g^{i_2} = \mathcal{C}^{i_2 i_1} g^{i_1} \tag{(\lambda)}$$

معادلهای به دست میآید که مجهول آن ^{ci2i}1 است. اگر Vⁱ¹ و Vⁱ² را بهصورت زیر تعریف کنیم:

راهکاری برای برونرفت از این مشکل پیشنهاد میشود. با توجه به رابطه (۱۱):

$$V^{i_{2}}(t_{1}) \times V^{i_{2}}(t_{2}) = C^{i_{2}i_{1}}V^{i_{1}}(t_{1}) \\ \times C^{i_{2}i_{1}}V^{i_{1}}(t_{2}) \\ = C^{i_{2}i_{1}}(V^{i_{1}}(t_{1}) \\ \times V^{i_{1}}(t_{2}))$$
(19)

که در آن منظور از × اپراتور ضرب خارجی است و با استفاده از (۱۱) و (۱۶) خواهیم داشت:

$$V^{i_{2}}(t_{1}) \times \left(V^{i_{2}}(t_{1}) \times V^{i_{2}}(t_{2})\right)$$

$$= C^{i_{2}i_{1}}V^{i_{1}}(t_{1})$$

$$\times C^{i_{2}i_{1}}\left(V^{i_{1}}(t_{1}) \times V^{i_{1}}(t_{2})\right)$$

$$= C^{i_{2}i_{1}}V^{i_{1}}(t_{1})$$

$$\times \left(V^{i_{1}}(t_{1}) \times V^{i_{1}}(t_{2})\right)$$
(1Y)

$$\begin{split} S &= [V^{i_2}(t_1) \quad V^{i_2}(t_1) \times V^{i_2}(t_2) \\ V^{i_2}(t_1) \times (V^{i_2}(t_1) \times V^{i_2}(t_2))]^T \\ T &= [V^{i_1}(t_1) \quad V^{i_1}(t_1) \times V^{i_1}(t_2) \\ V^{i_1}(t_1) \times (V^{i_1}(t_1) \times V^{i_1}(t_2))]^T \end{split} \tag{1A}$$

$$S = C^{i_2 i_1} T \tag{19}$$

از آنجاکه ستونهای ماتریس T تشکیل یک مجموعه متعامد میدهند، از یکدیگر مستقل بوده و لذا T معکوس پذیر خواهد بود. پس:

$$C^{i_2 i_1} = ST^{-1} \tag{(7.)}$$

بهاین تر تیب بعد از محاسبه هر سه ماتریس موردنظر خواهیم داشت:

$$C^{nb} = C^{ni_1} C^{i_1 i_2} C^{i_2 b}$$
 (Y1)

 C^{i_2b} ،(۲) می گردد که در رابطه فوق C^{ni_1} از رابطه (۲)، C^{i_2b} . از رابطه (۳) و $C^{i_1i_2}$ ترانهاده $C^{i_2i_1}$ است که از رابطه (۲۰) بهدستآمده است. سرانجام زوایای سمت، غلت و فراز به کمک روابط زیر به دست می آیند [۱۵]:

$$\psi = \operatorname{arct} g\left(\frac{C_{12}}{C_{22}}\right)$$

$$\gamma = -\operatorname{arct} g\left(\frac{C_{31}}{C_{33}}\right)$$
(YY)

۴- اصلاح الگوریتم معمول در شرایط عدم قرارگیری حسگرها در مرکز کشتی (روش پیشنهادی)

اگر بلوک سنسورها مطابق شکل ۱ در مرکز کشتی قرار نداشته باشد، ابتدا باید خروجی شتابسنجها که همان شتاب ظاهری بلوک حسگرها (البته با اندکی خطا ناشی از کالیبراسیون و نویز) است محاسبه شود.









که در آن 'r بردار مکان شعاعی بلوک حسگرها، r بردار مکان در شرایطی که کشتی در اسکله پهلو گرفته و سرعت خطی شعاعی مرکز کشتی و r_1 برداری است که مرکز کشتی را به محل قرار گیری بلوک حسگرها متصل می کند. از قبل و با توجه به رابطه (۵) داریم:

$$D_{i_1}^2 r = D_g v + (\omega_{i_1 e} + \omega_{i_1 g}) \times v + u \times (u \times r)$$
(14)

$$D_{i_1}r_1 = D_b r_1 + \omega_{i_1b} \times r_1 \tag{7\Delta}$$

با توجه به آن که بردار r_1 از دید دستگاه بدنی تغییر زمانی ندارد:

$$D_b r_1 = 0 \tag{(YF)}$$

$$D_{i_1}r_1 = \omega_{i_1b} \times r_1 \tag{YV}$$

$$D_{i_1}^2 r_1 = D_{i_1} (\omega_{i_1 b} \times r_1)$$

= $D_{i_1} (\omega_{i_1 b}) \times r_1$
+ $\omega_{i_1 b} \times D_{i_1} (r_1)$ (7A)

با جایگذاری (۲۵) در (۲۸)، خواهیم داشت:

$$D_{i_1}^2 r_1 = D_{i_1}(\omega_{i_1b}) \times r_1 + \omega_{i_1b} \times (\omega_{i_1b} \times r_1)$$
(19)

$$D^{2}{}_{i_{1}}r' = D_{g}v + (\omega_{i_{1}e} + \omega_{i_{1}g}) \times v + u \times (u \times r) + D_{i_{1}}(\omega_{i_{1}b}) \times r_{1} + \omega_{i_{1}b} \times (\omega_{i_{1}b} \times r_{1})$$
(°`)

و با توجه به آن که:

$$a' = D^2_{i_1} r' - g' \tag{(71)}$$

که در آن ⁽a شتاب ظاهری بلوک حسگرها (همان خروجی g = mشتاب سنجها با خطا) وg' شتاب گرانشی است و از آنجاکه با استفاده از رابطه (۳۰) و (۳۱) می توان $g' - u \times (u \times r)$ نوشت:

$$a' = D_g v + (\omega_{i_1e} + \omega_{i_1g}) \times v + D_{i_1}(\omega_{i_1b}) \times r_1 + \omega_{i_1b} \times (\omega_{i_1b} \times r_1) - g$$
(°``)

ندارد (
$$v = 0$$
)، رابطه (۳۲) در دستگاه اینرسی ثانویه بهصورت
زیر قابلبیان است:
 $a'^{i_2} = \left[D_{i_1}(\omega_{i_1b})\right]^{i_2} \times r_1^{i_2} + \omega_{i_1b}^{i_2}$ (۳۳)
 $\times (\omega_{i_1b}^{i_2} \times r_1^{i_2}) - g^{i_2}$
با توجه به اینکه دستگاههای اینرسی اولیه و ثانویه نسبت به
هم سرعت دورانی ندارند، داریم:

$$D_{i_1}(\omega_{i_1b}) = D_{i_2}(\omega_{i_1b}) \tag{(74)}$$

با جایگذاری (۳۴) در (۳۳) خواهیم داشت:

$$a^{i_{2}} = \left[D_{i_{2}}(\omega_{i_{1}b}) \right]^{i_{2}} \times r_{1}^{i_{2}} + \omega_{i_{1}b}^{i_{2}} \times (\gamma \Delta) \times (\omega_{i_{1}b}^{i_{2}} \times r_{1}^{i_{2}}) - g^{i_{2}}$$
($\gamma \Delta$)

و با توجه به اینکه:

$$\left[D_{i_2}(\omega_{i_1b})\right]^{i_2} = D\left(\omega_{i_1b}^{i_2}\right) \tag{79}$$

که در آن $D(\omega_{i_1b}{}^{i_2})$ مشتق سرعت دورانی دستگاه بدنی نسبت به اینرسی اولیه در دستگاه اینرسی ثانویه است، می توان نوشت:

$$a^{\prime i_{2}} = D(\omega_{i_{1}b}{}^{i_{2}}) \times r_{1}{}^{i_{2}} + \omega_{i_{1}b}{}^{i_{2}} \times (\forall \forall) \times (\omega_{i_{1}b}{}^{i_{2}} \times r_{1}{}^{i_{2}}) - g^{i_{2}}$$

$$g^{i_{2}} = C^{i_{2}b} \{ -a'^{b} + D(\omega_{i_{1}b}{}^{b}) \times r_{1}{}^{b} + \omega_{i_{1}b}{}^{b} \times (\gamma \lambda) \times (\omega_{i_{1}b}{}^{b} \times r_{1}{}^{b}) \}$$
($\gamma \lambda$)

همان طور که در رابطه فوق مشاهده می شود، جملات اغتشاشی ناشی از عدم قرارگیری حسگرها در مرکز کشتی يعنى $\omega_{i_1b}{}^b imes \left(\omega_{i_1b}{}^b imes r_1{}^b
ight)$ وابسته $D\left(\omega_{i_1b}{}^b
ight) imes r_1{}^b$ به مکان بلوک حسگرها نسبت به مرکز و خروجی ژيروسكوپهاست و لذا با استفاده از خروجي ژيروسكوپها مي توان اثر آنها را در ترازيابي ابتدايي لحاظ كرد و بهاینترتیب از آنها بهعنوان سیگنالهای مفید بهره جست. بنابراین، g^{i_2} به کمک خروجی شتاب سنجهای نصب شده خارج از مرکز کشتی و ژیروسکوپها قابل محاسبه است. اگر \hat{V}^{i_2} را انتگرال g^{i_2} در رابطه (۳۸) تعریف کنیم:

$$\hat{V}^{i_2} = \int_0^t g^{i_2} \tag{(4)}$$

با استفاده از تعريف ماتريس تبديل داريم:

$$\begin{split} \hat{V}^{i_2}(t_1) &= C^{i_2 i_1} V^{i_1}(t_1) \\ \hat{V}^{i_2}(t_1) \times \hat{V}^{i_2}(t_2) &= C^{i_2 i_1} V^{i_1}(t_1) \\ &\times C^{i_2 i_1} V^{i_1}(t_2) \\ &= C^{i_2 i_1} (V^{i_1}(t_1) \\ &\times V^{i_1}(t_2)) \end{split}$$
(f \cdot)

:9

$$\begin{split} \hat{V}^{i_2}(t_1) \times \left(\hat{V}^{i_2}(t_1) \times \hat{V}^{i_2}(t_2) \right) \\ &= C^{i_2 i_1} V^{i_1}(t_1) \times C^{i_2 i_1} \left(V^{i_1}(t_1) \times V^{i_1}(t_2) \right) \quad (\texttt{f1}) \\ &= C^{i_2 i_1} V^{i_1}(t_1) \times \left(V^{i_1}(t_1) \times V^{i_1}(t_2) \right) \end{split}$$

اگر تعریف کنیم:

$$S = [\hat{V}^{i_2}(t_1) \quad \hat{V}^{i_2}(t_1) \times \hat{V}^{i_2}(t_2)$$

 $\hat{V}^{i_2}(t_1) \times (\hat{V}^{i_2}(t_1) \times \hat{V}^{i_2}(t_2))]^T$ (۴۲)
روابط (۴۰) و (۴۱) را میتوان به صورت ماتریسی زیر نوشت:
 $Q = C^{i_2i_1}T$ (۴۳)

$$C^{l_2 l_1} T \tag{(ff)}$$

و لذا:

$$C^{i_2 i_1} = Q T^{-1} \tag{(ff)}$$

بهاین تر تیب بعد از محاسبه هر سه ماتریس موردنظر خواهیم داشت:

$$C^{nb} = C^{ni_1} C^{i_1 i_2} C^{i_2 b} \tag{(fa)}$$

 $C^{i_2 b}$ ،(۲) یادآوری می گردد که در رابطه فوق $C^{n i_1}$ از رابطه (۲) از رابطه (۳) و $C^{i_1 i_2}$ ترانهاده $C^{i_2 i_1}$ است که از رابطه (۴۴) بهدست آمده است. سرانجام زوایای سمت، غلت و فراز از رابطه (۲۲) به دست می آیند. فلوچارت الگوریتم پیشنهادی برای روشنتر شدن چگونگی استفاده از آن در بخش ضمیمه مقاله رسم شده است.

۵- نتایج شبیهسازی و تفسیر آن

در این بخش الگوریتمهای معمول و پیشنهادی برای یک کشتی که در اسکله مستقر بوده و در اثر امواج دریا و سایر گشتاورهای اغتشاشی حرکت نوسانی دارد، به کار گرفته آورده شده است.

بردار مکان حسگرها به صورت $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ در نظر گرفته شده $r_1^{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ است؛ به این معنا که محل بلوک حسگرها نسبت به مرکز

کشتی با ۱ متر حرکت به سمت راست، ۲ متر حرکت به سمت جلو و ۰/۵ متر حرکت به سمت بالا به دست میآید. جدول (۱): مشخصات واحد اندازه گیری اینرسی

نوع مشخصه	شتابسنج	ژيروسکوپ
باياس	mg •/۱	°/h •/١
ضريب مقياس	ppm ۶۰	ppm ۱۰
خطای نصب	arcsec ~·	arcsec $ ilde{r}$.
انحراف معيار نويز	mg •/• ۱	°/h •/• \

فرایند ترازیابی ابتدایی ۱۲۰ ثانیه در نظر گرفتهشده است و زمانهای t_1 و t_2 به ترتیب ۳۰ و ۱۰۰ در نظر گرفته شده اند. در اثر امواج دریا و سایر گشتاورهای اغتشاشی، بدنه کشتی نسبت به دستگاه جغرافیایی دارای زوایای زیر است:

$$\psi = 30 + 5sin(\frac{2\pi}{7}t + \frac{\pi}{3})$$
$$\gamma = 7sin(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{4})$$
$$\nu = 10sin(\frac{2\pi}{6}t + \frac{\pi}{7})$$

لازم به ذکر است که برای ساختن دادههای مربوط به خروجی شتابسنجها و ژیروسکوپها با توجه به وضعیت کشتی یعنی عدم وجود حرکت خطی و صرفاً وجود نوساناتی در بدنه در محل یهلوگیری کشتی، شتابهای ظاهری و سرعتهای زاویهای به صورت تحلیلی محاسبه شده و برای لحاظ کردن خطای حسگرها، جملات مربوط به خطا با خروجیهای تحلیلی مرحله قبل جمع شده و دادههای مربوط به خروجی حسگرها ساختهشده است. برای انجام شبیهسازی نیز از نرمافزار متلب SIMULNIK استفادهشده است. روش معمول ترازیابی ابتدایی بر تکیهگاه نوسانی در مقالات مختلف مانند [۱۶ و ۱۷] مورداستفاده قرارگرفته است که بهعنوان روشی مناسب برای مقایسه با روش پیشنهادی این مقاله انتخابشدهاند.

شکلهای ۳، ۴ و ۵ به ترتیب خطای محاسبه زاویه سمت، غلت و فراز را در طول مدت ترازیابی با استفاده از روش معمول و پیشنهادی مورد مقایسه قرار داده است. با توجه به آنچه در بخش قبل گفته شد، به دلیل آن که در الگوریتم پیشنهادی با استفاده از خروجی ژیروسکوپها و محل نصب بلوک اندازه گیری اینرسی، دو جمله اغتشاشی

محاسبه شده و $D(\omega_{i_1b}{}^b \times r_1{}^b)$ و $\omega_{i_1b}{}^b \times \omega_{i_1b}{}^b \times r_1{}^b)$ محاسبه شده و اثر نامطلوب آن ها حذف می شود، انتظار می رود که دقت ترازیابی در روش پیشنهاد شده، افزایش یابد. همان طور که نتایج نشان می دهد در پایان ترازیابی ابتدایی، خطای محاسبه زاویه سمت روش پیشنهادی حدود ۸/۰ درجه (۱۸ دقیقه) و خطای محاسبه زاویه غلت حدود ۳/۰ درجه (۱۸ دقیقه) کمتر است که فراوان است.



پیشنهادی در مجموع به شکل مناسبی در پایان فرایند ترازیابی ابتدایی، دقت بالاتری دارد و لذا خروجی آن برای شروع فرایند ترازیابی دقیق، خروجی مناسب تری است. برای تحلیل نتایج بهدست آمده، جملات اغتشاشی که اثر آنها در فرایند ترازیابی به روش معمول در نظر گرفته نمی شود فرایند ترازیابی به روش معمول در نظر گرفته است. $d_{1} = C^{i_2b} \{ D(\omega_{i_n}, b) \times r_i^{b} \}$

$$d_{2} = C^{i_{2}b} \{ \omega_{i_{1}b}^{b} \times (\omega_{i_{1}b}^{b} \times r_{1}^{b}) \}$$
(69)

در توضیح باید گفت، زمانی که بلوک اندازه گیری اینرسی در مرکز کشتی قرار ندارد ($0 \neq (r_1^{b})$ شتاب ظاهری بلوک حسگرها (a^{i_2}) مطابق رابطه (۳۷) با شتاب جاذبه ($-g^{i_2}$) متفاوت است و این تفاوت برابر مجموع d_1 و d_2 است. نادیده گرفتن این دو جمله که در الگوریتم متداول اتفاق میافتد باعث ایجاد خطای قابل ملاحظه در ترازیابی می شود و استفاده صحیح از آنها مطابق آنچه در روش پیشنهادی گفته شد، باعث بهبود دقت ترازیابی می گردد.





همان طور که مشاهده می شود مؤلفه های مربوط به d_1 در محدوده ۵/۰ متر بر مجذور ثانیه و مؤلفه های مربوط به d_2 در محدوده ۱/۰ متر بر مجذور ثانیه هستند که اثر در نظر نگرفتن آن ها در الگوریتم متداول، مانند وجود خطایی در محدوده ?/۰ متر بر مجذور ثانیه (۶۰ میلی جی) در اندازه گیری شتاب است که خطایی بسیار بالاتر (حدود ۶۰۰ برابر) از خطای شتاب سنجهای مورداستفاده است؛ بنابراین طبیعی است که صرفنظر از آن ها، دقت ترازیابی را کاهش دهد. در الگوریتم پیشنهادی، این دو جمله با استفاده از خروجی ژیروسکوپ ها اندازه گیری شده و جبران سازی می شوند و لذا افزایش دقت در این حالت طبیعی است.

لازم به ذکر است که در شرایطی که بهعنوان مثال کشتی با سرعت ثابتی در حال حرکت باشد نیز این الگوریتم قابلیت تعمیم دارد. با این تفاوت که رابطه (۳۸) به دلیل وجود سرعت خطی به صورت زیر درمی آید:

$$g^{i_{2}} = C^{i_{2}b} \{ -a'^{b} + (\omega_{i_{1}e}{}^{b} + \omega_{i_{1}g}{}^{b}) \times v^{b} + D(\omega_{i_{1}b}{}^{b}) \times r_{1}{}^{b} + \omega_{i_{1}b}{}^{b} \times (\psi) \times (\omega_{i_{1}b}{}^{b} \times r_{1}{}^{b}) \}$$

در این شرایط همان طور که در رابطه فوق مشاهده می شود برای محاسبه g^{i_2} می توان از اطلاعات یک سامانه ناوبری کمکی که سرعت خطی و موقعیت جسم را محاسبه می کند به منظور تعیین ترم $v^b \times v^b = (\omega_{i_1e}^{b} + \omega_{i_1g}^{b})$ استفاده کرد. بنابراین در فلوچارت رسم شده در بخش ضمیمه مقاله، بلوک مربوط به محاسبه g^{i_2} تغییر کرده و رابطه (۴۷) در آن جایگزین می شود. در پایان بخش ششم مقاله، نتایج مقایسه به صورت کمی در یک جدول آمده است.

۶- تحلیل حساسیت و مقایسه با الگوریتم مشابه دیگر

در این بخش حساسیت الگوریتم پیشنهادی به شرایط محیطی و نویز حسگرها موردبررسی قرار گرفته و سپس روش پیشنهادی با یک پژوهش مشابه دیگر مورد مقایسه قرار می گیرد. به این منظور ابتدا فرض می شود که در اثر تغییر دما و یا سایر پارامترهای محیطی، ضرایب کالیبراسیون حسگرها شامل بایاس و ضریب مقیاس که در جدول ۱ آمده است به میزان ۲۰ درصد افزایش یابد. نتایج پیادهسازی الگوریتم پیشنهادی قبل و بعد از تغییر شرایط محیطی، در شکلهای ۹ تا ۱۱ نمایش دادهشده است. همان طور که در شکل های ۹ تا ۱۱ مشاهده می شود تغییر ضرایب کالیبراسیون حسگرها در اثر تغيير شرايط محيطي اگرچه اندكي باعث كاهش دقت ترازیابی شده است، اما اثر قابل ملاحظهای بر دقت الگوریتم پیشنهادی در انتهای بازه ترازیابی نداشته و حساسیت الگوریتم در مواجهه با این تغییرات، قابل قبول ارزیابی می شود. در ادامه برای بررسی اثر تغییر مشخصه نویز حسگرها بر عملكرد الگوريتم، فرض مي شود كه انحراف معيار نويز حسگرها به میزان ۲۰ درصد افزایش یابد. در شکل زیر خطای محاسبه هر سه زاویه، بعدازاین افزایش رسم شده است که در مقایسه با حالت قبل، تغییر محسوسی در محاسبه زوایا وجود ندارد. در تحلیل این نتیجه باید گفت که به دلیل ماهیت فرکانس بالای نویز حسگرها و وجود چندین انتگرالگیری در بخشهای مختلف الگوریتم پیشنهادی، اثر نویز حسگرها به شكل قابل قبولى كاهش مىيابد. حال براى روشن تر شدن جایگاه علمی روش پیشنهادی، الگوریتم ارائهشده در مقاله، با روش پیشنهادی مرجع [۱۵] مورد مقایسه قرار می گیرد. شکلهای ۱۳ تا ۱۵ خطای محاسبه زوایا را در طول مدت ترازیابی با استفاده از روش پیشنهادی و روش مرجع [۱۵] مورد مقایسه قرار داده است. همانطور که در شکلهای فوق مشاهده می شود خطای الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با روش مرجع [۱۵] در هر سه زاویه بهطور قابلملاحظهای کمتر است که در توضیح آن باید گفت روش به کاررفته در مرجع [۱۵] ضمن آن که پیشبینیای برای عدم قرار گیری حسگرها در مرکز کشتی ندارد، راهکاری برای جبران شرایط نوسانی



۷- نتیجهگیری

عدم قرارگیری بلوک حسگرها در مرکز جسم که در اینجا کشتی بود بعضاً اجتنابناپذیر است. همان طور که در این مقاله اثبات شد، اگر بلوک، خارج از مرکز جسم نصب شده باشد، شتاب ظاهری بلوک حسگرها در شرایطی که کشتی در اثر امواج دریا و گشتاورهای اغتشاشی نوساناتی را در محل کشتی نیز ارائه نداده است؛ بنابراین بهبود عملکرد در الگوریتم پیشنهادی نسبت به روش مرجع [۱۵] بدیهی است و نتایج شبیهسازی نیز بهوضوح مؤید این موضوع است. در جدول ۲ نتایج مقایسه روش پیشنهادی این مقاله با روش متداول [۶۶ و ۱۷] و یک نمونه روش غیرمتداول [۱۵] از جهات مختلف آورده شده است. لازم به ذکر است که دادههای استفادهشده و مشخصات حسگرها برای همه روشها بهصورت یکسان انتخاب شده تا نتایج مقایسه از اعتبار کافی برخوردار باشد.







یهلوگیری خود تجربه می کند متفاوت از حالتی است که بلوک در مرکز نصبشده است. این تفاوت به معنای وجود تفاوت در خروجی شتابسنجها در دو حالت است. در این مقاله، ضمن محاسبه جملات اغتشاشي و نشان دادن این موضوع که اثر عبارتهای اغتشاشی در قیاس با خطای شتابسنجهای مورداستفاده قابل ملاحظه است، الگوريتم معمول به نحوى اصلاح شد که سیگنالهای اغتشاشی در فرایند ترازیابی به صورت مناسبی اندازه گیری و به کار گرفته شده و درنهایت منجر به افزایش دقت ترازیابی به نحو مطلوبی گردد. همان طور که نتایج شبیهسازی جدول ۲ به صورت کمی نشان داد، روش ییشنهادی در تقریباً تمامی بخشها اعم از میانگین خطا در طول زمان ترازیابی، خطا در انتهای بازه و همچنین رفتار خطا در طول فرایند، اوضاع مناسبتری نسبت به روشهای استفادهشده در گذشته دارد.

۸- فهرست علائم

g

$$C^{st}$$
 ماتریس تبدیل از دستگاه t به دستگاه s
 w_{st} سرعت دوران دستگاه t به دستگاه s
 Ω_t^{st} ماتریس پادمتقارن نمایش w_{st} در دستگاه t^s
 r^s بیان بردار r در دستگاه s
 D_sr مشتق بردار r از دید دستگاه s
 $D^2{}_sr$ مشتق دوم بردار r از دید دستگاه s
 a شتاب ظاهری مرکز کشتی
 a' شتاب گرانش
 g' شتاب جاذبه



روشها	مقايسه	:(٢)	عدول
-------	--------	------	------

روش لخصه	متداول	غيرمتداول	پیشنهادی
۔ نگین	١/٧	۱/۶	۱/۱۵
لمای			
ىت (درجە)			
نگین	۰/۴۱	•/۵۵	۰/٣
لمای			
ت (درجه)			
نگین	• /Y	•/۵	•/۵۵
لمای			
ز (درجه)			
لمای سمت در	١/٨	۲/۲	١
های فرایند			
جه)			
لای غلت در	•/۴	• /V	• / ١
های فرایند			
جه)			
لاای فراز در	•/۵	١	۰/۴۵
های فرایند			
جه)			
نار اندازه خطای	ثابت	افزایشی	کاهشی
ىت با زمان			
نار اندازه خطای	کاهشی	افزایشی	کاهشی
ت با زمان			
نار اندازه خطای	کاهشی	افزایشی	کاهشی
ز با زمان			

۹- مراجع

[1] Abdolkarimi ES, Rafatnia S. Design of a Constrained Extended State Observer for Practical Implementation on an INS/GNSS Integrated Navigation System. Aerospace Mechanics. 2024;20(3):31-46. (In Persian) DOR: https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26455323.1403.20. 3.3.9

[2] Chang L, Bian Q, Zuo Y, Zhou Q. SINS/GNSSintegrated navigation based on group affine SINS mechanization in local-level frame. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2023;28(5):2471-82. DOI: https://doi.org/10.1109/TAES.2023.3285716

Integrated INS/GPS Inertial Navigation System. Aerospace Mechanics. 2022;17(4):1-14. (In Persian) **DOR:**

https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26455323.1400.14. 4.1.9

[12] Sun J, Yang J, Gui G, Sari H. In-motion alignment method of SINS under the geographic latitude uncertainty. IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2022;72(1):125-35. **DOI:** https://doi.org/10.1109/TVT.2022.3201903

https://doi.org/10.1109/TVT.2022.3201903

[13] Zahiripour SA. Physical Initial Flight Alignment forStabilized Platform Inertial Navigation system UsingState Feedback. Space Science and Technology.2024;17(1):1-9.(In Persian)https://doi.org/10.22034/jsst.2024.1446

[14] Haijian X, Tao W, Xinghu C, Jintao W, Fei L. Antiinterference self-alignment algorithm by attitude optimization estimation for SINS on a rocking base. Journal of Systems Engineering and Electronics. 2023;34(5):1333-42. **DOI:**

https://doi.org/10.23919/JSEE.2023.000112

[15] Zahiripour S.A, Salehi-Amiri S.M, Strapdown inertial navigation systems. University of Kashan, 2024, Iran, **ISBN** 978-600-6968-29-2 (In Persian)

[16] Li H, Pan Q, Wang X, Jiang X, Deng L. Kalman filter design for initial precision alignment of a strapdown inertial navigation system on a rocking base. The Journal of Navigation. 2015;68(1):184-95. **DOI:** https://doi.org/10.1017/S0373463314000575

[17] Verma VS, Sitara B, Kumar BR, Chandrasekhar R, Reddy GS. Novel method for coarse alignment of strapdown INS on oscillatory base. Journal of Aerospace Sciences and Technologies. 2009:194-200. **DOI:** https://doi.org/10.61653/joast.v61i1.2009.633

[18] Fan Z, Chai H, Liang X, Wang H. Experimental Research on Shipborne SINS Rapid Mooring Alignment with Variance-Constraint Kalman Filter and GNSS Position Updates. Sensors. 2024;24(11):3487. **DOI:** https://doi.org/10.3390/s24113487

[19] Emel'yantsev G, Stepanov A, Blazhnov B. Initial Alignment of Shipborne SINS under Ship Motion. Gyroscopy and Navigation. 2020;11(4):277-84. **DOI:** https://doi.org/10.1134/S2075108720040045

[20] Cho H, Lee MH, Ryu DG, Lee KS, Lee SH, Lee H-C, et al. A two-stage initial alignment technique for underwater vehicles dropped from a mother ship. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. 2013;14:2067-73. **DOI:** https://doi.org/10.1007/s12541-013-0280-y

[21] Ghasrizadeh R, Nikkhah A. improve coarse alignment in inertial navigation system By the method of Identification the Kalman filter matrix. Journal of Space Science and Technology. 2020;13(4):81-90.

[3] Afonin A, Sulakov A, Maamo M, Shapovalov N, editors. The development and evaluation of a combined initial alignment algorithm for strapdown inertial navigation system. Journal of Physics: Conference Series; 2022: IOP Publishing. **DOI:** https://doi.org/10.1088/1742-6596/2373/7/072023

[4] Wei X, Li J, Han D, Wang J, Zhan Y, Wang X, et al. An in-flight alignment method for global positioning system-assisted low cost strapdown inertial navigation system in flight body with shortendurance and high-speed rotation. Remote Sensing. 2023;15(3):711. **DOI:**

https://doi.org/10.3390/rs15030711

[5] Zahiripour SA. Investigating the effect of semianalytical initial alignment error on the efficiency of inertial navigation system. Journal of Aeronautical Engineering. 2024. (In Persian) **DOI:** https://doi.org/10.22034/joae.2024.433440.1215

[6] Khan Kalantary s, mohammadkhani h. A Novel Approach for Estimating the Initial Alignment of INS based on the Kalman Filter and an Estimator with Unknown Input. Aerospace Mechanics. 2021;17(1):1-11. (In persian) DOR:

https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26455323.1400.17. 1.2.3

[7] Xu X, Guo Z, Yao Y, Zhang T. Robust initial alignment for SINS/DVL based on reconstructed observation vectors. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2020;25(3):1659-67. **DOI:** https://doi.org/10.1109/TMECH.2020.2982199

[8] Pei F, Yang S, Yin S. In-motion initial alignment using state-dependent extended Kalman filter for strapdown inertial navigation system. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2020;70:1-12. DOI:

https://doi.org/10.1109/TIM.2020.3027405

[9] Faraji J, Keighobadi J. Design and Simulation of the integral backstepping sliding mode control and extended Kalman-Bucy filter for quadrotor. Journal of Mechanical Engineering. 2021;50(4):131-40. (In Persian) DOI:

https://doi.org/10.22034/jmeut.2021.9416

[10] Vosoughi H, Keighobadi J, Faraji J. Design and implementation of AHRS by using Kautz function and predictive estimator with Euler's dynamic. Modares Mechanical Engineering. 2017;17(6):221-232. (In Persian) DOR:

https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.10275940.1396.17. 6.33.3

[11] Khankalantary S, Rafatnia S, mohammadkhani h. Design and Implementation of a Centralized Predictive Model Estimation Algorithm with the Fuzzy Approach for In-Motion Alignment of a Low-cost

DOR:

https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.20084560.1399.13. 4.8.4

[22] Baker A.C, Porteous H.L, linear algebra and differential equations. Prentice Hall, 1990, **ISBN** 978-0135384558