



Hardware Implementation of Jet Engine Fuel Controller Using Python Language

Abdollah Bordbar¹, Morteza Montazeri-Gh^{1*}, Ali Yousefi Dastjerdi²

¹ PhD Student, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran (Email: abdollah_bordbar@mecheng.iust.ac.ir)

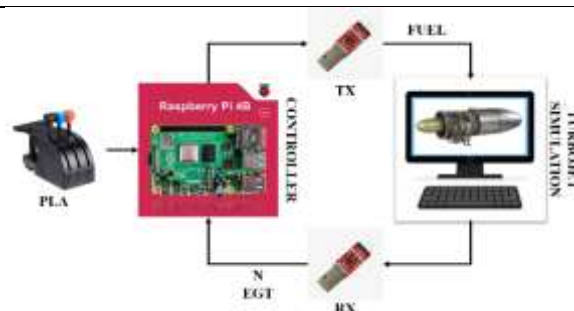
Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran
(*Correspondence: montazeri@iust.ac.ir)

[†] PhD Student, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran (Email: ali_yousefidastjerdi@mecheng.iust.ac.ir)

HIGHLIGHTS

- Real-time simulation of turbojet engine using T-MATS toolbox
- Validation of turbojet engine simulator with real test data
- Design of turbojet engine fuel controller
- Implementation of turbojet engine fuel controller with Python language

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 27 September 2020

Received in revised form: 14

November 2, 20

Accepted: 29 November 2020

Available online: 21 January 2026

*Correspondence:

montazeri@iust.ac.ir

Keywords:

Jet Engine

Hardware Testing in the Loop

Python Language

Min-Max Controller

ABSTRACT

The growing integration of artificial intelligence (AI) across diverse engineering domains has recently extended to the field of jet engine control. Python, as a high-level programming language, offers efficient and flexible capabilities for the implementation of AI-based control algorithms. In this study, the hardware implementation of a jet engine fuel controller using Python is presented for the first time and evaluated through hardware-in-the-loop (HIL) simulation. To this end, a detailed and accurate turbojet engine model was developed utilizing the T-MATS toolbox within the MATLAB/Simulink environment. Subsequently, the min-max fuel control algorithm—recognized as an industrial standard—was implemented in Python on suitable embedded hardware and subjected to rigorous HIL testing. Comparison of the simulation results with experimental engine data confirms the high fidelity of the dynamic model. Furthermore, a comprehensive and systematic comparative analysis between the HIL results and software-based simulations validates the proper design and robust implementation of the fuel control algorithm.

Cite this article: Montazeri-Gh, M[©], Bordbar, A[©], Yousefi Dastjerdi, A[©]. Hardware Implementation of Jet Engine Fuel Controller Using Python Language. *Journal of Aerospace Mechanics*. ۲۰۲۰; ۲۱ (۴): ۸۹-۹۸. **DOI:** <https://doi.org/10.3۱۷۶/MAJ.۲۰۲۰.۱۵۲۷>

© Author(s) retain the copyright and full publishing rights

Publisher: Imam Hossein Comprehensive University.





پایاده سازی سخت افزاری کنترلر سوخت موتور جت با زبان پایتون

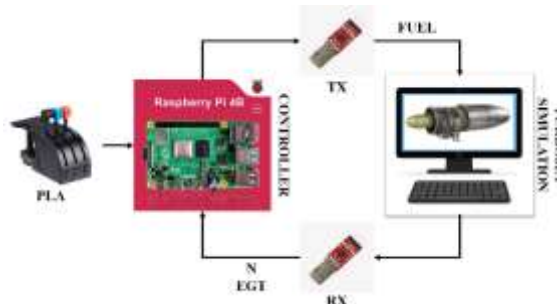
عبدالله بردبار^{۱*}، مرتضی منتظری^۲، علی یوسفی دستجردی^۳

^۱ دانشجوی دکتری، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران (abdollah_bordbar@mecheng.iust.ac.ir)

^۲ استاد، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران (نویسنده مسئول: montazeri@iust.ac.ir)

^۳ دانشجوی دکتری، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران (ali_yousefidastjerdi@mecheng.iust.ac.ir)

چکیده گرافیکی



برجسته ها

- شبیه سازی زمان - واقعی موتور توربوجت با استفاده از جعبه ابزار T-MATS
- صحت سنجی شبیه ساز موتور توربوجت با داده های تست واقعی
- طراحی کنترلر سوخت موتور توربوجت
- پایاده سازی کنترلر سوخت موتور توربوجت با زبان پایتون

مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۵ مهر ۰۵

بازنگری: ۱۴۰۴ آبان ۲۶

پذیرش: ۱۴۰۴ آذر ۰۸

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴ بهمن ۰۱

*نویسنده مسئول:

abdollah_bordbar@mecheng.iust.ac.ir

کلید واژه ها:

موتور جت
تست سخت افزار در حلقه
زبان پایتون
کنترلر مین - ماکس

چکیده

گسترش روزافزون استفاده از هوش مصنوعی در زمینه های مختلف، توجه حوزه کنترل موتور جت را نیز به خود جلب کرده است. در این رابطه، زبان برنامه نویسی پایتون برای اجرای الگوریتم های هوش مصنوعی از قابلیت های بالایی برخوردار است. در این مقاله، پایاده سازی سخت افزاری کنترلر سوخت موتور جت با زبان پایتون برای اولین بار انجام و توسط تست سخت افزار در حلقه مورد آزمون قرار گرفته است. بدین منظور ابتدا شبیه سازی موتور توربوجت به کمک جعبه ابزار T-MATS و در محیط سیمولینک متلب، صورت گرفته است. آنگاه با استفاده از زبان برنامه نویسی پایتون، الگوریتم کنترل سوخت مین - ماکس - که یک الگوریتم صنعتی است - بر روی سخت افزار مناسب پایاده سازی و نهایتاً در بستر سیستم سخت افزار در حلقه تست شده است. مقایسه نتایج شبیه سازی با داده های تست موتور، از دقت بالای مدل سازی دینامیکی خبر می دهد و مقایسه نتایج تست سخت افزار در حلقه با تست نرم افزاری، حاکی از طراحی و پایاده سازی مناسب الگوریتم کنترلی است.

استناد: منتظری، مرتضی^۱، بردبار، عبدالله^۲، یوسفی دستجردی، علی^۳. پایاده سازی سخت افزاری کنترلر سوخت موتور جت با زبان پایتون. مکانیک هوا/فضا. (۱۴۰۴)؛ ۲۱ (۴): ۹۸-۸۹.

<https://doi.org/10.47176/MAJ.2025.1027>

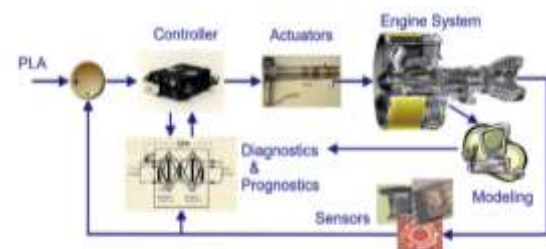
© نویسنده (گان) حق نشر و حقوق کامل انتشار را برای خود محفوظ می دارند.

ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع).



۱- مقدمه

تست سخت‌افزار در حلقه از مراحل تست کنترلر است که به‌صورت ارتباط بخش سخت‌افزار در دسترس، با بخش نرم‌افزاری - که به‌صورت زمان - واقعی اجرا می‌شود - تعریف می‌شود [۱] و [۲] در حقیقت بخش سخت‌افزاری، یک قطعه الکترونیکی است که توسط ارتباط سریال و یا کارت‌های داده‌برداری به‌صورت آنالوگ، اطلاعاتی را به شبیه‌ساز نرم‌افزاری انتقال داده و از آن دریافت می‌کند [۳]. این فن بیشتر برای تست اجزای سخت‌افزاری سیستمی به کار می‌رود که توانایی آزمودن آن به‌راحتی و با تکرار بالا در شرایط واقعی امکان‌پذیر نباشد [۴]. نمودار بلوکی تست سخت‌افزار در حلقه کنترلر سوخت موتور جت به همراه نحوه ارتباط با بخش نرم‌افزاری، در شکل ۱ نمایش داده شده است. دلایلی از جمله هزینه بالای ساخت موتور، تنوع بالای وضعیت‌های آزمایشی، عدم امکان آزمودن کنترلر بر روی موتور در تمامی شرایط پروازی در فضای آزمایشگاهی و نیاز به سرعت بالای آزمون، هم‌زمان با فرایند ساخت موتور سبب می‌شود که تست سخت‌افزار در حلقه، در حوزه موتورهای هوایی، مورد توجه قرار گیرد.



شکل ۱: شماتیک تست سخت‌افزار در حلقه [۵]

مدل‌سازی و شبیه‌سازی موتورهای توربین گاز از اهمیت ویژه‌ای برای طراحی سیستم کنترل آن‌ها برخوردار است. در این زمینه ویلسون و شوئن [۶]، چندین نرم‌افزار شبیه‌سازی موتورهای توربین گاز را مورد بررسی قرار دادند. نرم‌افزارهایی همچون PROOSIS، GSP، GasTurb، NPSS و MAPSS بررسی شد و نرم‌افزار T-MATS به‌عنوان مناسب‌ترین ابزار برای مصارف کنترلی شناخته شد. توسعه این نرم‌افزار در محیط سیمولینک آن را برای پیاده‌سازی الگوریتم‌های کنترلی مناسب می‌کند. از مزایای دیگر می‌توان به منبع‌باز بودن آن اشاره کرد.

همچنین شو و همکاران [۷]، در راستای طراحی کنترلر موتور توربوفن از شبیه‌ساز این موتور در جعبه‌ابزار T-MATS استفاده کردند.

الگوریتم کنترل سوخت موتورهای جت از موضوعات حیاتی است. از یک‌طرف لازم است الگوریتم کنترل، شرایط مختلف عملکرد را در نظر گرفته و به‌صورت بهینه با در نظر گرفتن قیود موتور، سوخت آن را تنظیم نماید. از طرف دیگر بایستی این الگوریتم قابلیت پیاده‌سازی سخت‌افزاری و اجرای زمان - واقعی را داشته باشد.

وانگ و همکاران [۸]، برای جلوگیری از ورود موتور توربوفن به محدوده سرچ، یک کنترلر بر پایه شتاب محور طراحی کردند و با اضافه کردن یک بخش محاسبه حاشیه سرچ، آن را ارتقا دادند. ایشان در راستای طراحی کنترلر، مدلی از موتور توربوفن بر اساس دینامیک حجم شبیه‌سازی کردند.

منتظری و همکاران [۹]، یک کنترلر مین - ماکس برای موتور توربین گاز صنعتی طراحی کرده و با استفاده از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات، ضرایب کنترلی را بهینه کردند. جعفری و نکولایدس [۱۰]، اثرات ست‌های فازی را بر بهبود عملکرد الگوریتم کنترل سوخت مین - ماکس موتورهای جت، بررسی کردند. نویسندگان در این پژوهش بر این نکته تأکید داشتند که کنترلر مین - ماکس در شرکت‌های بزرگ صنعتی در حوزه موتور جت مورد استفاده است. نتایج حاصل، بر انتخاب این شرکت‌ها در استفاده از الگوریتم مین - ماکس جهت کنترل سوخت موتور جت صحه گذاشت. ایمانی و منتظری [۱۱] و [۱۲]. با بررسی کنترلر مین - ماکس، در حلقه کنترلی موتور توربین گاز هوایی، پایداری این نوع کنترلر را به اثبات رساندند.

منتظری و همکاران [۱۳]، در راستای بررسی اثرات متقابل دینامیک پرواز و موتور توربوجت، مدلی ترمودینامیکی از موتور توربوجت با بهره‌گیری از کنترلر مین - ماکس شبیه‌سازی کردند. منتظری و نصیری [۱۴]، برای تست واحد کنترل سوخت الکتروهیدرولیکی موتور توربوجت با شبیه‌سازی مدل ترمودینامیکی موتور توربوجت در نرم‌افزار متلب - سیمولینک، پلتفرم تست سخت‌افزار در حلقه‌ای پیاده‌سازی کردند. سخت‌افزار مورد استفاده در این پژوهش، واحد کنترل سوخت موتور بود. همچنین ایشان از الگوریتم کنترلی مین - ماکس به‌عنوان واحد کنترل الکترونیکی به‌صورت نرم‌افزاری بهره بردند. منتظری و همکاران [۱۵]، یک کنترلر چند متغیر مبتنی بر مدل برای موتور توربوفن طراحی و جهت انجام تست سخت‌افزار در حلقه بر روی سخت‌افزار پیاده‌سازی کردند. ایشان با خطی‌سازی مدل ترمودینامیکی موتور توربوفن، کنترلر مبتنی بر مدل را طراحی و با استفاده از الگوریتم ژنتیک آن را بهینه کردند. پَن و همکاران [۱۶]، برای کنترل عدم قطعیت‌های موتور هوایی، یک کنترلر فازی پیشنهاد کردند. ایشان این کنترلر را در تست سخت‌افزار در حلقه و در ارتباط با یک موتور توربوفن شبیه‌سازی شده آزمودند. ایسیک و همکاران [۱۷]، برای تخمین پارامترهای عملکردی یک موتور توربوجت پهنپداز، از زبان برنامه‌نویسی پایتون استفاده کردند. ایشان با در اختیار داشتن داده‌های تست موتور و با استفاده از شبکه‌های عصبی، موتور توربوجت را شبیه‌سازی کردند. دیشلیتاش و چپر [۱۸]، یک موتور توربوفن را با استفاده از زبان برنامه‌نویسی پایتون به‌صورت عددی شبیه‌سازی کردند. ایشان در این پژوهش به بررسی رابطه بین مقادیر عملکردی موتور، پارامترهای طراحی و شرایط محیطی پرواز پرداختند. همچنین

توربوجت، سیستمی پیچیده است که در نوع تک‌محوره، حداقل از پنج عضو اصلی ورودی، کمپرسور، محفظه احتراق، توربین و نازل تشکیل شده است. مدل‌سازی ترمودینامیکی موتور توربوجت شامل سه بخش کلی است. ترمودینامیک تمامی اجزاء، معادله انرژی و معادله جریان تک‌تک اجزای موتور [۲۱]. همچنین این مدل‌سازی باید به گونه‌ای باشد که بتواند به صورت زمان - واقعی اجرا شود. در شبیه‌سازی زمان - واقعی، سیگنال‌های ورودی و خروجی از لحاظ زمانی دقیقاً مشابه با سیستم واقعی عمل می‌کنند. این نوع شبیه‌سازی امکان تست و توسعه کنترلر را در حوزه‌های صنعتی مختلف از جمله صنایع هوافضا فراهم می‌کند. از جمله مزایای آن می‌توان به افزایش ایمنی و قابلیت اطمینان، عیب‌یابی کارآمد، تست کنترلرهای پیشرفته و همچنین مدیریت سلامت اشاره کرد [۲۲]. برای مدل‌سازی ترمودینامیکی، با در نظر گرفتن پنج عضو اصلی به طور مستقل، به وسیله روابط ترمودینامیکی حاکم بر آن زیرسیستم، مدل ریاضی آن ارائه می‌شود [۲۳].

۲-۱- ورودی

ورودی وظیفه انتقال هوای آزاد به درون موتور را برعهده دارد. تنها تفاوت هوا قبل و بعد از ورودی موتور در این است که هوای محیط در شرایط ایستا قرار دارد و هوای ورودی دارای سرعت نسبت به موتور است. فرض می‌شود که فرایند ورود هوا به موتور، آبی زنت رو پیک بوده و هرگونه انتقال حرارت و اصطکاک هوا با دیواره ورودی در نظر گرفته نمی‌شود. فشار و دما در انتهای ورودی از روابط ۱ و ۲ حاصل می‌شود. دما و فشار هوای محیط نیز به عنوان توابعی از ارتفاع نسبت به سطح دریا تعیین می‌شود.

$$P_r = P_{amb} \left(1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} MN^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (1)$$

$$T_r = T_{amb} \left(1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} MN^2 \right) \quad (2)$$

۲-۲- کمپرسور

هدف کمپرسور افزایش فشار هوا به میزان موردنیاز در شرایط پروازی است، به طوری که کمترین توان را مصرف کند. عملکرد کمپرسور به وسیله نقشه کمپرسور تعیین می‌شود. با در اختیار داشتن نقشه کمپرسور، دبی جرمی هوای اصلاح شده، نسبت فشار و بازده آبی زنت رو پیک کمپرسور به صورت تابعی از Rline و سرعت دورانی شفت اصلاح شده به صورت روابط ۳ تا ۵ به دست می‌آیند.

$$\dot{m}_{comp,corr} = f_{\dot{m}_{comp,corr}}(Rline, N_{comp,corr}) \quad (3)$$

$$PR_{comp} = f_{PR_{comp}}(Rline, N_{comp,corr}) \quad (4)$$

$$\eta_{comp} = f_{\eta_{comp}}(Rline, N_{comp,corr}) \quad (5)$$

این کار را با در نظر گرفتن پس‌سوز برای این موتور به انجام رساندند.

در پژوهش‌هایی که ذکر شد، استفاده از یک زبان برنامه‌نویسی در حوزه تست سخت‌افزار در حلقه کنترلر موتور جت که در پیاده‌سازی الگوریتم‌های هوش مصنوعی قدرتمند باشد، مشاهده نمی‌شود. از طرفی گسترش روزافزون استفاده از هوش مصنوعی در زمینه‌های مختلف، در حوزه کنترل موتور جت نیز نگاه‌ها را به سمت خود جلب نموده و در بین زبان‌های برنامه‌نویسی، زبان پایتون بالاترین پتانسیل را برای اجرای الگوریتم‌های هوش مصنوعی دارا است [۱۹]. همچنین پیاده‌سازی الگوریتم کنترلی مین - ماکس که امروزه به عنوان یک کنترلر صنعتی شناخته شده است تاکنون با استفاده از زبان برنامه‌نویسی پایتون انجام نشده است.

در این پژوهش با استفاده از زبان برنامه‌نویسی پایتون، کنترلر سوخت مین - ماکس موتور جت بر روی سخت‌افزار مناسب (رزبری پای) پیاده‌سازی و به صورت بلادرنگ در بستر سخت‌افزار در حلقه در ارتباط با شبیه‌ساز موتور اجرا شده است. در نهایت در راستای صحت‌سنجی نتایج حاصل از آزمون سخت‌افزار در حلقه با شبیه‌سازی نرم‌افزاری و داده‌های واقعی موتور مقایسه شده است. بدین منظور در بخش دوم، موتور توربوجت در محیط T-MATS شبیه‌سازی شده و نتایج به دست آمده از شبیه‌ساز با داده‌های تست موتور واقعی صحت‌سنجی می‌شود. در بخش سوم، کنترلر مین - ماکس طراحی شده و ضرایب آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی می‌شود. بخش چهارم به پیاده‌سازی سخت‌افزاری الگوریتم مین - ماکس با بهره‌گیری از زبان پایتون اختصاص دارد که نتایج تست سخت‌افزار در حلقه نیز در این بخش ارائه خواهد شد. مراحل انجام کار در شکل ۲ و در قالب نمودار V نمایش داده شده است.



شکل ۲: مراحل انجام کار در قالب نمودار V

۲- مدل‌سازی

طراحی و ساخت فرآورده صنعتی به روش آزمون و خطا، به سبب پیشرفت فناوری و در پی آن افزایش پیچیدگی سامانه‌ها، از لحاظ صرف زمان و هزینه توجیه‌پذیر نیست؛ بنابراین، مدل‌سازی و شبیه‌سازی سامانه‌ها، برای رسیدن به سامانه‌ای که اولین نمونه ساخته شده آن به خوبی کار کند، ابزار مناسبی است [۲۰]. موتور

$$T_{\Delta} = T_{\epsilon} \left\{ 1 + \frac{1}{\eta_{IS,turb}} \left[1 - \left(\frac{P_{\Delta}}{P_{\epsilon}} \right)^{(\gamma_b - 1)/\gamma_b} \right] \right\} \quad (16)$$

$$P_{\Delta} = P_{\epsilon} PR_{turb} \quad (17)$$

همچنین توان تولیدی توربین از رابطه ۱۸ محاسبه می‌شود.

$$P_{W_{turb}} = \dot{m}_{\Delta} c_p (T_{\Delta} - T_{\epsilon}) \quad (18)$$

۵-۲- نازل

نازل، هوای پرفشار خروجی از توربین را تا فشار ورودی منبسط می‌کند و در پی آن با شتابی که به هوا می‌دهد سرعت آن را برای تأمین تراست، به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌دهد. دبی جرمی عبوری از نازل به دو پارامتر بستگی دارد:

$$(1) \text{ فشار بیرون نازل } (P_{back})$$

$$(2) \text{ فشار بحرانی } (P_{cr})$$

به ازای یک فشار ورودی به نازل خاص، فشار بحرانی از رابطه ۱۹ محاسبه می‌شود.

$$P_{cr} = \left(\frac{\gamma_b}{\gamma_b + 1} \right)^{\frac{\gamma_b}{\gamma_b - 1}} P_{\Delta} \quad (19)$$

بسته به مقدار فشار بحرانی به دست آمده از رابطه بالا دو حالت زیر ممکن است برای نازل اتفاق بیفتد:

$$(1) P_{back} > P_{cr}$$

اگر فشار بیرون از فشار بحرانی بیشتر باشد فشار خروجی از نازل برابر با فشار بیرون خواهد بود ($P_{exit} = P_{back}$) و جریان جرمی درون نازل، سرعت خروجی سیال از نازل و نیروی پیشران حاصل به ترتیب از روابط ۲۰ تا ۲۲ به دست می‌آیند.

$$\dot{m}_{\Delta} = \frac{P_{\Delta}}{\sqrt{RT_{\Delta}}} A_{throat} \left(\frac{P_{\epsilon}}{P_{\Delta}} \right)^{\frac{1}{\gamma_b}} \sqrt{\frac{\gamma_b}{\gamma_b - 1} \left[1 - \left(\frac{P_{\epsilon}}{P_{\Delta}} \right)^{\frac{\gamma_b - 1}{\gamma_b}} \right]} \quad (20)$$

$$\text{Thrust} = C_v \dot{m}_{\Delta} \sqrt{\gamma_b c_p T_{\Delta} \left[1 - \left(\frac{P_{\epsilon}}{P_{\Delta}} \right)^{\frac{\gamma_b - 1}{\gamma_b}} \right]} \quad (21)$$

$$V_e = \sqrt{\frac{\gamma_b}{\gamma_b - 1} RT_{\Delta} \left[1 - \left(\frac{P_{\epsilon}}{P_{\Delta}} \right)^{\frac{\gamma_b - 1}{\gamma_b}} \right]} \quad (22)$$

$$(2) P_{back} < P_{cr}$$

اگر فشار بیرون از فشار بحرانی کمتر باشد، حالت خفگی در نازل اتفاق می‌افتد و فشار خروجی از نازل برابر با فشار بحرانی می‌شود ($P_{exit} = P_{cr}$). در این شرایط، دبی جرمی درون نازل، سرعت خروجی سیال از نازل و نیروی پیشران به ترتیب از روابط ۲۳ تا ۲۵ به دست می‌آید.

$$\dot{m}_{\Delta} = \frac{P_{\Delta}}{\sqrt{RT_{\Delta}}} A_{throat} \sqrt{\gamma_b \left[\frac{\gamma_b + 1}{\gamma_b - 1} \right]} \quad (23)$$

با استفاده از روابط ۶ تا ۸ می‌توان دبی جرمی، دما و فشار هوای خروجی کمپرسور را محاسبه کرد.

$$\dot{m}_{\epsilon} = \frac{\dot{m}_{comp,corr} \frac{P_{\epsilon}}{P_{ref}}}{\sqrt{\frac{T_{\epsilon}}{T_{ref}}}} \quad (6)$$

$$T_{\epsilon} = T_{\epsilon} \left\{ 1 + \frac{1}{\eta_{IS,Comp}} \left[\left(\frac{P_{\epsilon}}{P_{\epsilon}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right] \right\} \quad (7)$$

$$P_{\epsilon} = P_{\epsilon} PR_{comp} \quad (8)$$

توان مصرفی کمپرسور نیز که سبب بالا رفتن آنتالپی هوا می‌شود از رابطه ۹ محاسبه می‌گردد.

$$P_{W_{comp}} = \dot{m}_{\epsilon} c_p (T_{\epsilon} - T_{\epsilon}) \quad (9)$$

۳-۲- محفظه احتراق

دبی گاز خروجی از محفظه احتراق از رابطه ۱۰ محاسبه می‌شود.

$$\dot{m}_{\epsilon} = \dot{m}_{\epsilon} + \dot{m}_f \quad (10)$$

همچنین فشار در طی محفظه احتراق کاهش می‌یابد. فشار خروجی به صورت رابطه ۱۱ است.

$$P_{\epsilon} = P_{\epsilon} (1 - dP_b) \quad (11)$$

آنتالپی خروجی نیز از رابطه ۱۲ می‌شود.

$$h_{\epsilon} = \frac{\dot{m}_{\epsilon} h_{\epsilon} + \dot{m}_f LHV \eta_b}{\dot{m}_{\epsilon}} \quad (12)$$

۴-۲- توربین

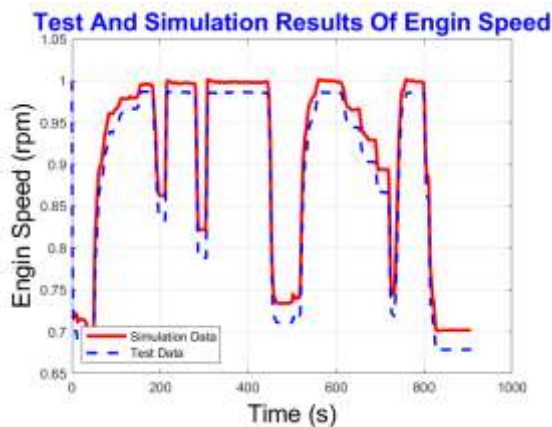
توربین برای تأمین توان مورد نیاز کمپرسور، آنتالپی گازهای داغ خارج شده از محفظه احتراق را می‌کاهد. برای تعیین نقطه عملکردی توربین، از نقشه توربین استفاده می‌شود. با استفاده از نقشه توربین مقادیر دبی جرمی اصلاح شده و بازده آی زنت رو پیک توربین، به عنوان توابعی از نسبت فشار توربین و سرعت دورانی شفت اصلاح شده از روابط ۱۳ و ۱۴ محاسبه می‌شود.

$$\dot{m}_{turb,corr} = \dot{m}_{turb} \left(\frac{P_{\epsilon}}{P_{\Delta}}, N_{turb,corr} \right) \quad (13)$$

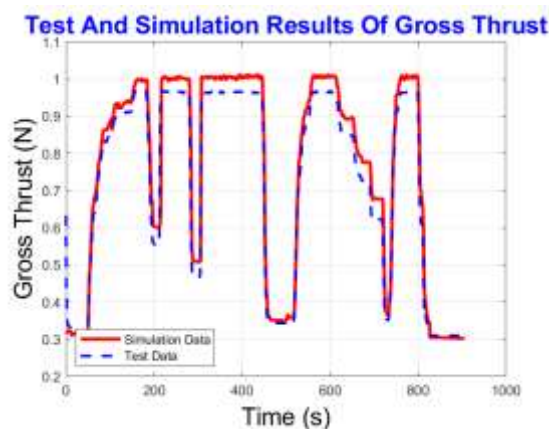
$$\eta_{turb} = f_{PR_{turb}} \left(\frac{P_{\epsilon}}{P_{\Delta}}, N_{turb,corr} \right) \quad (14)$$

دبی جرمی، دما و فشار هوای خروجی توربین از روابط ۱۵ تا ۱۷ به دست می‌آید.

$$\dot{m}_{\Delta} = \frac{\dot{m}_{turb,corr} \frac{P_{\epsilon}}{P_{ref}}}{\sqrt{\frac{T_{\epsilon}}{T_{ref}}}} \quad (15)$$



شکل ۳: مقایسه نتایج سرعت دورانی در شبیه‌سازی و تست برای ورودی سوخت یکسان



شکل ۴: مقایسه نتایج تراست تولیدی در شبیه‌سازی و تست برای ورودی سوخت یکسان

۳- کنترلر سوخت

۳-۱- طراحی کنترلر مین - ماکس

کنترلر باید به گونه‌ای طراحی شود که موتور را روی مرز محدودیت‌هایش اداره کند [۲۲]. امروزه موتورهای هوایی برای کنترل تراست و همین‌طور جلوگیری از فرار رفت موتور از محدودیت‌هایش از کنترلر مین - ماکس بهره می‌برند. این کنترلر که در دهه ۱۹۷۰-۱۹۸۰ ظهور کرد [۲۰]، از چند حلقه کنترلی تشکیل شده است. الگوریتم کنترلی مین - ماکس در حقیقت یک استراتژی انتخاب بین این حلقه‌ها است. این استراتژی شامل چندین متغیر کنترلی و یک عملگر است. ورودی کنترلی (سوخت) که تنها متغیر خروجی از کنترلر است، موظف به کنترل خروجی اصلی (سرعت محور) و همچنین خروجی‌های کنترلی - که محدود بین دو مقدار خاص هستند - است [۲۱].

کنترلر مین - ماکس طراحی شده در این مقاله از پنج حلقه تشکیل شده است.

۱) حلقه کنترلی اصلی: جهت پیگیری دستورات خلبان در حالت‌های پایا و گذرا

$$\text{Thrust} = C_v \dot{m}_\Delta \sqrt{\gamma_c p T_\Delta \left[1 - \left(\frac{P_{cr}}{P_\Delta} \right)^{\frac{\gamma_b - 1}{\gamma_b}} \right]} + A_{throat} (P_{cr} - P_e) \quad (24)$$

$$V_e = \sqrt{\frac{\gamma_b}{\gamma_b - 1} R T_\Delta \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_\Delta} \right)^{\frac{\gamma_b - 1}{\gamma_b}} \right]} \quad (25)$$

۲-۶- دینامیک شفت

در شرایط پایا توان تولیدی توربین با توان مصرفی کمپرسور برابر است. در این شرایط سرعت دورانی شفت ثابت می‌ماند. در هنگامی که این توازن به هم بریزد، شفت شتاب می‌گیرد. تغییرات سرعت شفت از رابطه ۲۶ به دست می‌آید.

$$\frac{dN}{dt} = \left(\frac{30}{\pi} \right)^2 \frac{1}{J} [P_{wturb} - P_{wcomp}] \quad (26)$$

۲-۷- شبیه‌سازی موتور توربوجت به وسیله جعبه‌ابزار

T-MATS

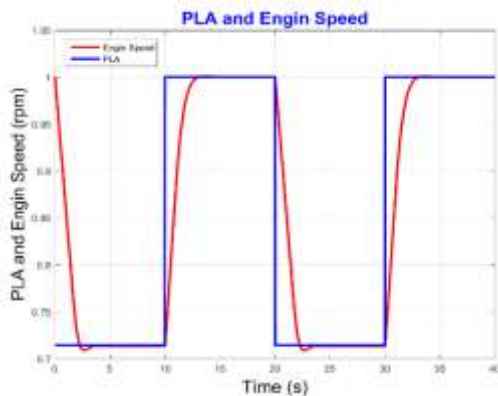
T-MATS کوتاه شده عبارت جعبه‌ابزاری برای مدل‌سازی و تحلیل سیستم‌های ترمودینامیکی است که در محیط شبیه‌سازی سیمولینک - متلب، با در اختیار گذاشتن اجزای شبیه‌سازی شده ترمودینامیکی، شرایط را برای مدل‌سازی و کنترل این دسته از اجزای مکانیکی فراهم می‌کند [۲۱]. یکی از مزایای این جعبه‌ابزار، قابلیت یکپارچه‌سازی مدل توربین گاز شبیه‌سازی شده و سیستم‌های کنترل است [۱۸]. همچنین با ارائه حل‌کننده، امکان اجرای شبیه‌ساز به صورت زمان - واقعی را فراهم می‌کند. با قرارگرفتن بلوک‌های مختلف موتور در محیط سیمولینک و برقراری ارتباطات آن‌ها، مدل موتور ایجاد شده و بسته به اینکه از کدام حل‌کننده استفاده شود مدل پایا و گذرای موتور شبیه‌سازی می‌شود.

۲-۸- صحت‌سنجی مدل

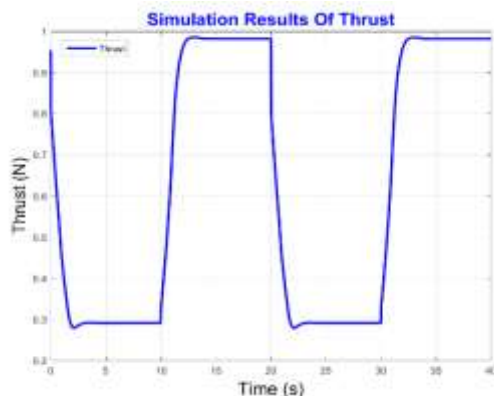
پس از شبیه‌سازی حالت گذرای موتور توربوجت انتخاب‌شده به کمک جعبه‌ابزار T-MATS، با در اختیار داشتن داده‌های تست موتور، صحت‌سنجی مدل شبیه‌سازی شده انجام گرفت. به این صورت که میزان دبی سوخت پاشیده شده به محفظه احتراق به عنوان ورودی شبیه‌ساز در نظر گرفته شد. نتایج صحت‌سنجی در قالب مقایسه نتایج به دست آمده از شبیه‌ساز و داده‌های تست در دو پارامتر سرعت دورانی شفت و تراست تولیدی به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌شود.

میانگین درصد خطای مطلق بین خروجی شبیه‌ساز و موتور در پارامتر سرعت دورانی شفت ۲/۵۷ درصد و در پارامتر تراست ۶/۹۰ درصد است.

مشاهده می شود.



شکل ۶: نتایج سرعت دورانی شفت در شبیه سازی نرم افزاری به همراه دستور خلبان



شکل ۷: نتایج تراست تولیدی در شبیه سازی نرم افزاری

۴- تست سخت افزار در حلقه

در این پژوهش کنترلر سوخت مین - ماکس بر روی رزبری پای ۴ پایاده سازی می شود. رزبری پای از جمله رایانه های تک برد است که با قیمتی نسبتاً ارزان شرایط را برای تست و آموزش محیا می کند. این برد توسط سیستم عامل Raspbian که بر پایه Dabian است، آماده استفاده می شود. با نصب سیستم عامل بر روی رزبری پای، پتانسیل نصب برنامه های مختلفی بر روی آن ایجاد می شود. در این پژوهش کنترلر سوخت مین - ماکس که با زبان پایتون بر روی رزبری پای پایاده سازی شده با مدل موتور که باتوجه به بخش های قبل در محیط سیمولینک شبیه سازی شده است مرتبط می شود. نمودار بلوکی ارتباط های سخت افزاری در شکل ۸ مشاهده می شود.

در نهایت پلتفرم سخت افزار در حلقه شکل می گیرد. نتایج شبیه سازی سخت افزار در حلقه به صورت شکل های ۹ و ۱۰ به ترتیب نتایج سرعت دورانی شفت به همراه فرمان خلبان و نتایج تراست تولیدی در دو حالت نرم افزاری و تست سخت افزار در حلقه به نمایش درمی آید.

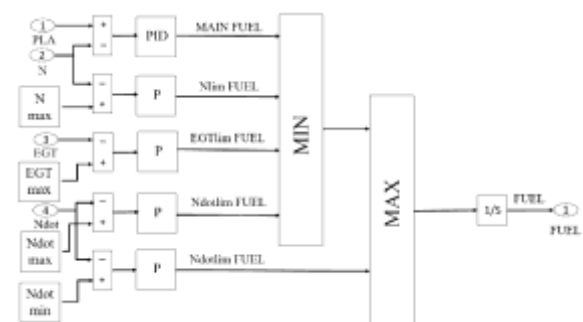
۲) حلقه کنترل حد بالای سرعت دورانی: جهت اطمینان از عدم فرا رفت سرعت دورانی موتور از بیشترین سرعت دورانی مجاز

۳) حلقه کنترل حد بالای دمای گازهای خروجی توربین: جهت اطمینان از عدم آسیب رسیدن به توربین در اثر افزایش دما

۴) حلقه کنترل حد بالای شتاب مثبت محور: جهت جلوگیری از وقوع ناپایداری سرج و یا واماندگی در کمپرسور

۵) حلقه کنترل حد پایین شتاب منفی: جهت جلوگیری از خاموش شدن شعله

کنترلر طراحی شده در شکل ۵ قابل مشاهده است.



شکل ۵: کنترلر مین - ماکس

۲-۳- بهینه سازی ضرایب کنترلی

طراحی موفق الگوریتم مین - ماکس در گرو انتخاب صحیح ضرایب حلقه های مختلف کنترلی است. به دلیل وابستگی شدید ضرایب حلقه های کنترلی به یکدیگر و تأثیرگذاری تغییر هر یک از آن ها بر عملکرد تمامی مدهای کنترلی موتور، تنظیم این ضرایب جهت دستیابی به عملکرد بهینه موتور بسیار دشوار است. این مسئله مشکل اصلی طراحی کنترلرهای مین - ماکس در صنعت است. در این پژوهش جهت بهینه یابی ضرایب کنترلر از روش الگوریتم ژنتیک استفاده می شود. مطابق رابطه ۲۷ شاخص عملکرد دینامیکی ITAE به عنوان تابع هدف برای کمینه سازی انتخاب گردید [۲۲].

$$ITAE = \int_0^T t |e(t)| dt = \int_0^T t |(PLA - N)| dt \quad (27)$$

۳-۳- شبیه سازی نرم افزاری

پس از مدل سازی و شبیه سازی موتور، کنترلر مین - ماکس طراحی و در محیط سیمولینک پایاده سازی شده و در ارتباط با شبیه ساز موتور قرار می گیرد. فرمان خلبان به شکل سرعت دورانی درخواستی به کنترلر ارسال و سوخت مورد نیاز جهت رسیدن به آن سرعت از کنترلر به شبیه ساز ارسال می شود. نتایج شبیه سازی نرم افزاری در دو پارامتر سرعت دورانی شفت به همراه دستور خلبان و تراست تولیدی به ترتیب در شکل های ۶ و ۷

است مشاهده می‌شود که این خطا در تست سخت‌افزار در حلقه فراتر از تست نرم‌افزاری است که این خود به تبع تأخیری که در ماهیت این نوع از تست است امری طبیعی است. با این حال با بررسی معیار MAPE تفاوت مشاهده شده در حالت تست نرم‌افزاری و سخت‌افزاری در سرعت دورانی شفت برابر با ۰/۳ درصد و در تراست برابر با ۱/۵ درصد است که بیانگر تطابق بالای این دو تست است.

جدول ۱: مقایسه نتایج تست نرم‌افزاری و سخت‌افزاری با استفاده از معیار ITAE و MAPE

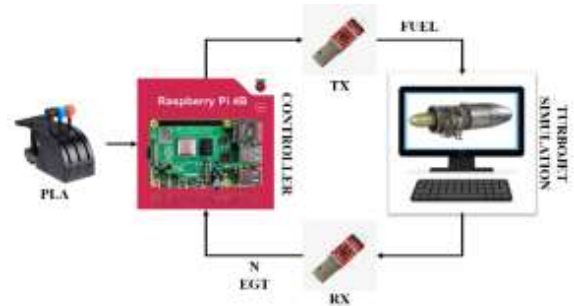
MAPE	HIL-ITAE	MIL-ITAE	
۰/۳۸۵	۵۴۲۰۰۰	۴۹۶۰۰۰	سرعت دورانی شفت
۱/۵۲۹	-	-	تراست

۵- نتیجه‌گیری

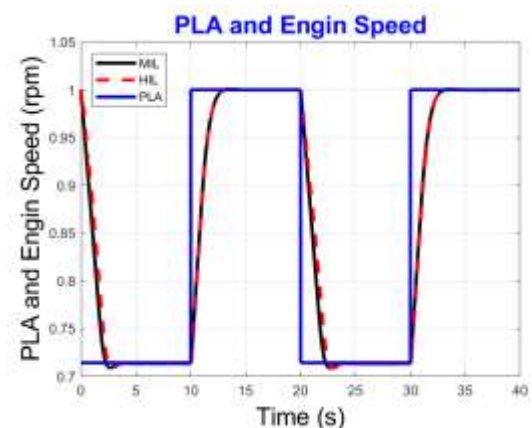
در این پژوهش پیاده‌سازی سخت‌افزاری الگوریتم کنترل سوخت مین - ماکس موتور توربوجت، باهدف تست واحد کنترل الکترونیکی موتور و به‌وسیله زبان برنامه‌نویسی پایتون و با دست‌یابی به نتایج مطلوب، انجام شد. برای رسیدن به این هدف، مدل ترمودینامیکی موتور با به‌کارگیری جعبه‌ابزار T-MATS در محیط سیمولینک، شبیه‌سازی و با در اختیار داشتن داده‌های تست موتور صحت‌سنجی شد. کنترلر مین - ماکس جهت کنترل سوخت موتور، طراحی، بهینه‌یابی و به‌صورت نرم‌افزاری در محیط سیمولینک پیاده‌سازی شد. تست نرم‌افزاری با کنار هم قرارگرفتن شبیه‌ساز موتور و کنترلر در محیط سیمولینک به انجام رسید. الگوریتم کنترلی به‌وسیله زبان برنامه‌نویسی پایتون بر روی میکروکنترلر پیاده‌سازی شده و در نهایت تست سخت‌افزار در حلقه، باهدف آزمودن پیاده‌سازی صحیح کنترلر، انجام شد. نتایج تست سخت‌افزار در حلقه در مقایسه با تست نرم‌افزاری کنترلر، از تطابق نتایج حکایت داشت و در پایان با پیاده‌سازی موفق کنترلر سوخت مین - ماکس موتور توربوجت به‌وسیله زبان پایتون، بستری مناسب برای استفاده از این زبان برنامه‌نویسی در جهت پیاده‌سازی الگوریتم‌های کنترلی بر پایه هوش مصنوعی فراهم گردید.

۶- فهرست علائم

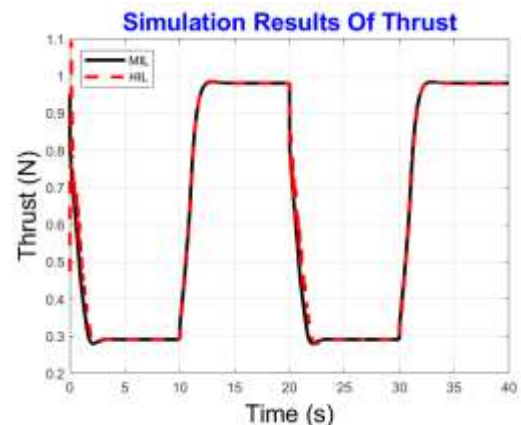
A_{throat}	سطح مقطع گلوگاه نازل
C_v	ضریب سرعت نازل
c_v	ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت



شکل ۸: نمودار بلوکی ارتباط‌های سخت‌افزاری



شکل ۹: نتایج سرعت دورانی شفت به همراه دستور خلبان در شبیه سازی نرم‌افزاری و تست سخت‌افزار در حلقه



شکل ۱۰: نتایج تراست تولیدی در شبیه‌سازی نرم‌افزاری و تست سخت‌افزار در حلقه

برای مقایسه نتایج، از جهت پیگیری دستورات خلبان در دو حالت شبیه‌سازی نرم‌افزاری و تست سخت‌افزار در حلقه، از معیار ITAE استفاده شده است. همچنین برای مشاهده میزان خطای نتایج تست سخت‌افزار در حلقه در مقایسه با نتایج تست نرم‌افزاری در دو پارامتر سرعت شفت و تراست خروجی از میانگین درصد خطای مطلق بهره گرفته شده است. این نتایج در جدول ۱ قابل مشاهده‌اند. با بررسی معیار ITAE که به‌نوعی خطای حاصل از اختلاف مابین سرعت درخواستی و سرعت دورانی شفت

R	ثابت گاز	$\frac{dN}{dt}$	شتاب دورانی شفت
R_{line}	آرلاین	dP_b	افت فشار محفظه احتراق
t	زمان	$\dot{m}_{comp,corr}$	تابع دبی جرمی اصلاح شده کمپرسور
Thrust	تراست	$f_{PR_{comp}}$	تابع نسبت فشار کمپرسور
T_{ref}	دمای استاندارد	$f_{\eta_{comp}}$	تابع بازده کمپرسور
T_1	دمای هوای ورودی کمپرسور	$\dot{m}_{turb,corr}$	تابع دبی جرمی اصلاح شده توربین
T_2	دمای هوای خروجی کمپرسور	$f_{PR_{turb}}$	تابع نسبت فشار توربین
T_3	دمای گاز ورودی توربین	$f_{\eta_{turb}}$	تابع بازده توربین
T_4	دمای گاز خروجی توربین	h_3	آنتالپی گاز ورودی محفظه احتراق
T_5	دمای گاز خروجی توربین	h_4	آنتالپی گاز خروجی محفظه احتراق
V_e	سرعت گاز خروجی از نازل	$ITAE$	انتگرال زمان - خطای مطلق
γ	نسبت ظرفیت‌های گرمایی هوا	J	لختی شفت
γ_b	نسبت ظرفیت‌های گرمایی محصولات احتراق	$\overline{LHV}$	ارزش سوخت
η_b	بازده محفظه احتراق	MN	عدد ماخ
$\eta_{IS,comp}$	بازده آی زن ترا پیک کمپرسور	$\dot{m}_{comp,corr}$	دبی جرمی اصلاح شده کمپرسور
$\eta_{IS,turb}$	بازده آی زن ترا پیک توربین	$\dot{m}_{turb,corr}$	دبی جرمی اصلاح شده توربین

۷- مراجع

- [۱] Isermann R, Schaffnit J, Sinsel S. Hardware-in-the-loop simulation for the design and testing of engine-control systems. Control Engineering Practice. ۱۹۹۹; ۷(۵): ۶۴۳-۶۵۳. DOI ۱۰.۱۰۱۶/S۰۹۶۶-۰۶۶۱(۹۸).۰۰۲۰۵-۶.
- [۲] Mihalič F, Truntič M, Hren A. Hardware-in-the-Loop Simulations: A Historical Overview of Engineering Challenges. Electronics. ۲۰۲۲; ۱۱(۱۵): ۲۴۶۲. DOI ۱۰.۳۳۹۰/electronics۱۱۱۵۲۴۶۲.
- [۳] Nasiri M, Montazeri-Gh M. Time-delay compensation for actuator-based hardware-in-the-loop testing of a jet engine fuel control unit. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Systems and Control Engineering. ۲۰۱۲; ۲۲۶(۱۰): ۱۳۷۱-۱۳۸۰. DOI ۱۰.۱۱۷۷/۰۹۵۹۶۵۱۸۱۲۴۵۵۹۰۸.
- [۴] Montazeri-Gh M, Abyaneh S, Kazemnejad S. Hardware-in-the-loop simulation of two-shaft gas turbine engine's electronic control unit. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Systems and Control Engineering. ۲۰۱۶; ۲۳۰(۶): ۵۱۲-۵۲۱. DOI ۱۰.۱۱۷۷/۰۹۵۹۶۵۱۸۱۶۶۳۳۵۲.
- [۵] Lv C, Chang J, Bao W, Yu D. Recent research progress on airbreathing aero-engine control algorithm. Propulsion and Power Research. ۲۰۲۲; ۱۱(۱): ۱-۵۷. DOI ۱۰.۱۰۱۶/j.jppr.۲۰۲۲.۰۲.۰۰۳. <https://doi.org/۱۰.۱۰۱۶/j.jppr.۲۰۲۲.۰۲.۰۰۳>.
- [۶] Wilson K, Schoen M. Jet Engine Modeling and Control Using T-MATS. Proceedings of the IETC Conference. ۲۰۲۰: ۱-۵. DOI ۱۰.۱۱۰۹/IETC۴۷۸۵۶.۲۰۲۰.۹۲۴۹۱۹۶.
- [۷] Zhu J, Tang W, Dong J. Design of Intelligent Controller for Aero-engine Based on TD³ Algorithm.
- $\dot{m}_f$ دبی جرمی سوخت
- $\dot{m}_3$ دبی جرمی هوای خروجی کمپرسور
- $\dot{m}_4$ دبی جرمی گاز خروجی محفظه احتراق
- $\dot{m}_5$ دبی جرمی گاز خروجی نازل
- N سرعت دورانی شفت
- $N_{comp,corr}$ سرعت دورانی شفت اصلاح شده کمپرسور
- $N_{turb,corr}$ سرعت دورانی شفت اصلاح شده توربین
- P_{amb} فشار محیط
- P_b فشار انتهای نازل
- P_{cr} فشار بحرانی نازل
- P_e فشار گاز خروجی نازل
- PLA دستور خلبان
- PR_{comp} نسبت فشار کمپرسور
- PR_{turb} نسبت فشار توربین
- P_{ref} فشار استاندارد
- $P_{W_{comp}}$ توان مصرفی کمپرسور
- $P_{W_{turb}}$ توان تولیدی توربین
- P_1 فشار هوای ورودی کمپرسور
- P_2 فشار هوای خروجی کمپرسور
- P_3 فشار گاز خروجی محفظه احتراق
- P_4 فشار گاز خروجی توربین

- a low-temperature endothermic fuel. *Energy*. ۲۰۲۲; ۲۴۸: ۱۲۳۵۸۲. DOI ۱۰.۱۰۱۶/j.energy.۲۰۲۲.۱۲۳۵۸۲.
- [۱۷] Işık G, Ekici S, Şahin G. A neural network model for UAV propulsion system. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. ۲۰۲۰; ۹۲(۸): ۱۱۷۷-۱۱۸۴. DOI ۱۰.۱۱۰۸/AEAT-۰۴-۲۰۲۰-۰۰۶۴.
- [۱۸] Dişlitaş AN, Çeper BA. Examination of parametric cycle analysis of a turbofan engine with Python code. *International Journal of Energy Applications and Technology*. ۲۰۲۱; ۸(۴). DOI ۱۰.۳۱۵۹۳/ijeat.۱۰۲۹۸۰۳.
- [۱۹] Raschka S, Patterson J, Nolet C. Machine Learning in Python: Main Developments and Technology Trends in Data Science, Machine Learning, and Artificial Intelligence. *Information*. ۲۰۲۰; ۱۱(۴): ۱۹۳. DOI ۱۰.۳۳۹۰/info۱۱۰۴۰۱۹۳.
- [۲۰] Köhler C. Enhancing Embedded Systems Simulation: A Chip-Hardware-in-the-Loop Framework. *Vieweg+Teubner*. ۲۰۱۱.
- [۲۱] Chapman JW, Lavelle TM, Litt JS. Practical Techniques for Modeling Gas Turbine Engine Performance. In: *AIAA ۲۰۱۶-۴۵۲۲, Propulsion Education I*. Published Online: ۲۲ Jul ۲۰۱۶. DOI ۱۰.۲۵۱۴/۶.۲۰۱۶-۴۵۲۲.
- [۲۲] Chen J, Hu Z, Wang J. Aero-Engine Real-Time Models and Their Applications. *Mathematical Problems in Engineering*. ۲۰۲۱; ۲۰۲۱: ۹۹۱۷۵۲۳. DOI ۱۰.۱۱۵۵/۲۰۲۱/۹۹۱۷۵۲۳.
- [۲۳] Lin ST, Lu JH, Chang MC, Hsu KW. Real-Time Dynamic Simulation of Single Spool Turbojet Engines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. ۱۹۹۹; ۷۳(۶). DOI ۱۰.۱۱۷۷/۰.۳۷۵۴۹۷۹۹.۷۳.۰۰۶۰۴.
- Information Technology and Control*. ۲۰۲۳; ۵۲(۴): ۱۰۱۰-۱۰۲۴. DOI ۱۰.۵۷۵۵/j.۱.itc.۵۲.۴.۳۳۱۲۵.
- [۸] Wang Y, Fang J, Song W, Ji C, Zhang H, Zhao Q. Surge-Elimination Strategy for Aero-Engine Transient Control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. ۲۰۲۴; ۱۴۶(۴): ۰۴۱۰۰۷. DOI ۱۰.۱۱۱۵/۱.۴۰۶۴۵۱۲.
- [۹] Montazeri-Gh M, Jafari S, Ilkhani MR. Application of particle swarm optimization in gas turbine engine fuel controller gain tuning. *Engineering Optimization*. ۲۰۱۲; ۴۴(۲): ۲۲۵-۲۴۰. DOI ۱۰.۱۰۸۰/۰.۳۰۵۲۱۵X.۲۰۱۱.۵۷۶۷۶۰.
- [۱۰] Jafari S, Nikolaidis T. Turbojet Engine Industrial Min-Max Controller Performance Improvement Using Fuzzy Norms. *Electronics*. ۲۰۱۸; ۷(۱۱): ۳۱۴. DOI ۱۰.۳۳۹۰/electronics۷۱۱۰۳۱۴.
- [۱۱] Imani A, Montazeri-Gh M. A Min-Max multiregulator system with stability analysis for aeroengine propulsion control. *ISA Transactions*. ۲۰۱۹; ۸۵: ۸۴-۹۶. DOI ۱۰.۱۰۱۶/j.isatra.۲۰۱۸.۱۰.۰۳۵.
- [۱۲] Imani A, Montazeri-Gh M. A Multi-loop Switching Controller for Aircraft Gas Turbine Engine with Stability Proof. *International Journal of Control, Automation and Systems*. ۲۰۱۹; ۱۷(۶): ۱۳۵۹-۱۳۶۸.
- [۱۳] [Montazeri-Gh M, Forouzannezhad M, YousefiDastjerdi, A Bordbar \(۱۴۰۳\). Integrated Simulation and Control of Turbojet Engine Dynamics and Fixed-wing Airplane Flight Dynamics. *Journal of Aerospace Mechanics*. ۲۰\(۴\): ۱۰۳-۱۱۶. DOR: ۲۰.۱۰۰۱.۱.۲۶۴۵۵۳۲۳.۱۴۰۳.۲۰.۴.۷.۵ \(In Persian\).](#)
- [۱۴] Montazeri-Gh M, Nasiri M. Hardware-in-the-loop simulation for testing of electro-hydraulic fuel control unit in a jet engine application. *SIMULATION*. ۲۰۱۳; ۸۹(۲): ۲۲۵-۲۳۳. DOI ۱۰.۱۱۷۷/۰.۳۷۵۴۹۷۱۲۴۶۶۱۵۳.
- [۱۵] Montazeri-Gh M, Rasti A, Jafari A, Ehteshami M. Design and implementation of MPC for turbofan engine control system. *Aerospace Science and Technology*. ۲۰۱۹; ۹۲: ۹۹-۱۱۳. DOI ۱۰.۱۰۱۶/j.ast.۲۰۱۹.۰۵.۰۶۱.
- [۱۶] Pan X, Xiong Y, Wang C, Qin J, Zhang S, Bao W. Performance analysis of precooled turbojet engine with