



Fixed-Time Estimation of Uncertainties and Road Excitation in Vehicle Suspension System: A Practical Approach

Ahmad Sabet Ghadam Alvar¹, Sadra Rafatnia^{2*}, Mehdi Mirzaei³

¹ Master's student, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran (Email: athabt758@gmail.com)

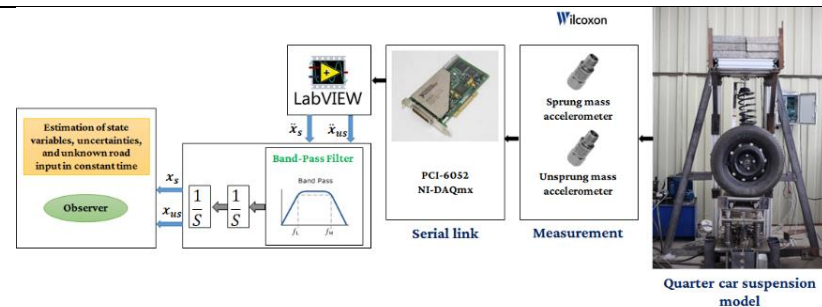
² Assistant Professor, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran (*Correspondence: sa_rafatnia@sut.ac.ir)

³ Professor, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran(Email: mirzaei@sut.ac.ir)

HIGHLIGHTS

- Design of a fixed-time extended state observer for estimating uncertainties and unknown inputs in a vehicle suspension system
- Experimental implementation of the proposed observer in a laboratory environment

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 22 September 2025

Received in revised form: 23

November 2025

Accepted: 10 December 2025

Available online: 21 January 2026

*Correspondence:

sa_rafatnia@sut.ac.ir

Keywords:

vehicle Suspension System

Unknown Road Input

Fixed-Time Extended State

Observer

Extended State Observer

ABSTRACT

This study presents the detailed design and practical implementation of a fixed-time extended state observer for the precise simultaneous estimation of model uncertainties and road excitation input in a vehicle suspension system. By reformulating the system dynamics in state-space form and treating uncertainties and external disturbances as extended states, the proposed observer is analytically derived using Lyapunov stability theory. The key innovation lies in guaranteeing convergence within a fixed time interval, independent of initial conditions. The performance of the proposed observer is evaluated both analytically and experimentally using a quarter-car suspension test setup (MacPherson). Experimental results demonstrate that the observer achieves stable and initial-condition-independent estimation of both system states and road input. Furthermore, a comparison with a conventional extended state observer confirms the clear superiority of the proposed method in terms of estimation accuracy. These comprehensive findings collectively underscore the effectiveness and reliability of the presented approach in practical scenarios.

Cite this article: Sabet Ghadam Alvar A, Rafatnia S[®], Mirzaei M[®]. Fixed-Time Estimation of Uncertainties and Road Excitation in Vehicle Suspension System: A Practical Approach. Journal of Aerospace Mechanics. 2025; 21 (4): 37-52. DOI:<https://doi.org/10.47176/MAJ.2025.1529>

© Author(s) retain the copyright and full publishing rights

Publisher: Imam Hossein Comprehensive University.





تخمین زمان-ثابت عدم قطعیت‌ها و ورودی جاده در سیستم تعلیق خودرو: یک رویکرد عملی

احمد ثابت‌قدم الوار^۱، صدرا رفعت‌نیا^{۲*}، مهدی میرزایی^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران (athabt758@gmail.com)

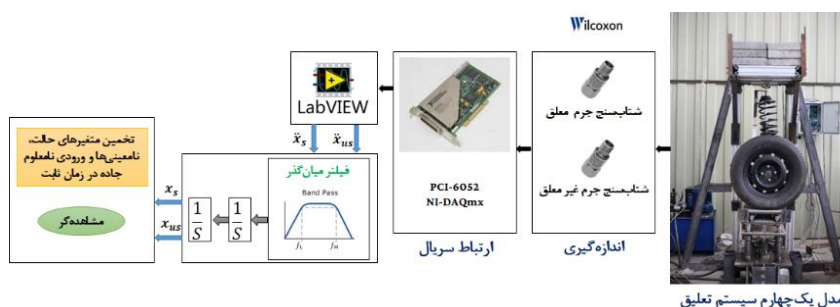
^۲ استادیار، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران (نویسنده مسئول: sa_rafatnia@sut.ac.ir)

^۳ استاد، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران (mirzaei@sut.ac.ir)

برجسته‌ها

- طراحی رویست‌گر حالت توسعه یافته زمان ثابت برای تخمین عدم قطعیت‌ها و ورودی‌های نامعلوم سیستم تعلیق
- پیاده‌سازی عملی رویست‌گر پیشنهادی در محیط آزمایشگاهی

چکیده گرافیکی



مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: 31 شهریور ۱۴۰۴

بازنگری: 02 آذر ۱۴۰۴

پذیرش: 19 آذر ۱۴۰۴

ارائه آنلاین: 01 بهمن ۱۴۰۴

*نویسنده مسئول:

sa_rafatnia@sut.ac.ir

کلید واژه‌ها:

سیستم تعلیق خودرو
ورودی نامعلوم جاده
رویست‌گر حالت توسعه یافته با زمان
همگرایی ثابت
رویست‌گر حالت توسعه یافته

چکیده

این پژوهش به طراحی و پیاده‌سازی عملی یک رویست‌گر حالت توسعه یافته زمان-ثابت برای تخمین هم‌زمان عدم قطعیت‌های مدل و ورودی جاده در سیستم تعلیق خودرو می‌پردازد. با بازنویسی معادلات دینامیکی سیستم در فرم فضای حالت و در نظرگیری عدم قطعیت‌ها به‌عنوان متغیرهای حالت توسعه یافته، رویست‌گر پیشنهادی با تکیه بر تئوری پایداری لیاپانوف و تعیین تحلیلی پارامترهای آن طراحی شده است. نوآوری اصلی این کار، تضمین همگرایی در یک بازه زمانی ثابت و مستقل از شرایط اولیه است. عملکرد رویست‌گر پیشنهادی بر روی یک دستگاه آزمایشگاهی مدل یک‌چهارم سیستم تعلیق خودرو (مک‌فرسون) مورد ارزیابی تحلیلی و تجربی قرار گرفت. نتایج تجربی نشان می‌دهد که رویست‌گر پیشنهادی قادر به تخمین مستقل از شرایط اولیه و پایدار حالت‌های سیستم و ورودی جاده است. همچنین، مقایسه نتایج رویست‌گر پیشنهادی با رویست‌گر حالت توسعه یافته مرسوم، برتری واضح روش پیشنهادی را از نظر دقت تخمین تأیید می‌کند. این یافته‌ها کارایی و قابلیت اطمینان روش ارائه‌شده را در شرایط عملی به‌وضوح نشان می‌دهند.

استناد: ثابت‌قدم الوار، احمد، رفعت‌نیا صدرا^۱، میرزایی، مهدی^۲. تخمین زمان-ثابت عدم قطعیت‌ها و ورودی جاده در سیستم تعلیق خودرو: یک رویکرد عملی. مکانیک هوا/فضا. (۱۴۰۴)؛ ۲۱ (۳): ۳۷-۵۲.

<https://doi.org/10.47176/MAJ.2025.1529>

نویسنده(گان) حق نشر و حقوق کامل انتشار را برای خود محفوظ می‌دارند.

ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع).



۱- مقدمه

سیستم‌های تعلیق خودرو نقش دوگانه‌ای در تأمین راحتی سرنشینان و حفظ پایداری دینامیکی خودرو ایفا می‌کنند. این سیستم‌ها از یک سو باید لرزش‌های ناشی از ناهمواری‌های جاده را جذب نمایند و از سوی دیگر تماس مؤثر تایرها با سطح جاده را برای فرمان‌پذیری، ترمزگیری و شتاب‌گیری مناسب حفظ کنند [۱]. با این حال، طراحی این سیستم‌ها همواره با چالش تعارض ذاتی بین معیارهای راحتی سرنشین و پایداری خودرو مواجه بوده است. سیستم‌های تعلیق فعال به‌عنوان راهکاری پیشرفته برای غلبه بر این محدودیت‌ها در دامنه وسیعی از فرکانس‌های تحریک جاده مطرح شده‌اند [۲]. با این وجود، پیاده‌سازی مؤثر این سیستم‌ها مستلزم حل چالش‌های اساسی شامل مدل‌سازی دقیق رفتار غیرخطی اجزای سیستم، غلبه بر نامعینی‌های پارامتری و دینامیک‌های مدل‌نشده، و همچنین تخمین لحظه‌ای اغتشاشات وارده از جاده است [۳]. این پژوهش با تمرکز بر این چالش‌ها، راهکارهای نوینی را برای بهبود عملکرد سیستم‌های تعلیق فعال ارائه می‌نماید. از نوآوری‌های اصلی این پژوهش، طراحی و توسعه یک رویکرد حالت توسعه‌یافته با زمان همگرایی ثابت برای تخمین هم‌زمان عدم قطعیت‌های مدل و ورودی جاده نامعلوم در سیستم تعلیق خودرو است. در این راستا، پایداری زمان-ثابت رویکرد پیشنهادی به‌صورت تحلیلی موردبررسی و اثبات قرار گرفته است. همچنین، به‌منظور اعتبارسنجی عملکرد این الگوریتم، پیاده‌سازی و ارزیابی آن در یک محیط آزمایشگاهی به‌صورت عملی انجام پذیرفته است. در نهایت، مقایسه بین روش پیشنهادی و الگوریتم رویکرد حالت توسعه‌یافته مرسوم، معیاری برای سنجش برتری‌های عملکردی این طرح نوین فراهم می‌سازد. مطالعات متعددی در زمینه اخذ داده‌های ورودی جاده به دو روش مستقیم (حسگر-پایه) و غیرمستقیم (رویت‌گر-پایه) انجام شده است [۴-۶]. در روش مستقیم، مراکز تحقیقاتی و صنایع خودروسازی تجهیزات پیشرفته‌ای مانند پروفایلرهای جاده را توسعه داده‌اند. به‌عنوان نمونه، آزمایشگاه مرکزی جاده و پل فرانسه و شرکت جنرال موتورز موفق به طراحی تحلیلگر جاده طولی شده‌اند، هرچند کاربرد این فناوری در خودروهای تجاری به دلیل چالش‌های فنی و اقتصادی با محدودیت مواجه است [۷، ۸]. از سوی دیگر، شرکت مرسدس بنز از سیستم‌های مبتنی بر دوربین‌های استریو برای اسکن سبدهای ناهمواری‌های جاده بهره برده است. با این حال، این روش علاوه بر هزینه بالای پیاده‌سازی، به موقعیت دقیق حسگرها وابسته بوده و نیازمند پردازشگرهای بسیار قدرتمند برای تحلیل حجم انبوه داده‌ها است. این محدودیت‌ها موجب شده است که رویکرد تخمین غیرمستقیم ورودی‌های جاده با استفاده از رویکردهای مبتنی بر پردازش داده‌های حسگرهای مرسوم (مانند شتاب‌سنج‌ها و حسگرهای جابه‌جایی) به‌عنوان راهکاری عملی‌تر مورد توجه گسترده

پژوهشگران قرار گیرد [۹]. این روش با بهره‌گیری از الگوریتم‌های پیشرفته پردازش سیگنال، امکان تخمین دقیق ناهمواری‌های جاده را بدون نیاز به تجهیزات پرهزینه فراهم می‌سازد. فیلتر کالمن و مشتقات آن از پرکاربردترین روش‌های تخمین به شمار می‌روند. برای نمونه، در مراجع [۱۰، ۱۱] از فیلتر کالمن توسعه‌یافته^۱ برای تخمین هم‌زمان حالت‌های سیستم و ورودی جاده در سیستم تعلیق استفاده شده است. کانگ و همکاران [۱۲]، یک روش جدید به نام فیلتر کالمن گسسته با ورودی ناشناخته برای تخمین ناهمواری جاده به همراه حالت‌های سیستم معرفی کردند. علاوه بر این، فیلتر کالمن دوگانه نیز برای تخمین هم‌زمان حالت‌ها و ورودی جاده در سیستم تعلیق پیاده‌سازی شده است [۱۳]. تخمین ورودی جاده ناشناخته در سیستم‌های تعلیق توسط سایر محققان نیز بررسی شده است [۱۴، ۱۵]. در مطالعه‌ای دیگر، فیلتر کالمن تطبیقی سیج-هوسا^۲ برای تخمین سرعت جرم‌های معلق و غیر معلق به کار گرفته شده‌اند [۱۶]. همچنین، ترکیب فیلتر کالمن آنستد^۳ با الگوریتم شکارچیان دریایی به‌منظور تخمین حالت‌های سیستم پیشنهاد گردیده است [۱۷]. با وجود مزایایی همچون مقاومت در برابر نویز فرایند و اندازه‌گیری، الگوریتم‌های مبتنی بر فیلتر کالمن با محدودیت‌های قابل توجهی روبه‌رو هستند. یکی از این چالش‌ها، وابستگی این روش‌ها به تنظیم دقیق ماتریس‌های کوواریانس نویزهای فرآیند و اندازه‌گیری است؛ به‌گونه‌ای که تنظیم نادرست این پارامترها می‌تواند به برآوردهای نادرست و حتی ناپایداری سیستم بینجامد. علاوه بر این، فرض توزیع گاوسی برای خطاهای مدل‌سازی و اندازه‌گیری، که پایه طراحی این فیلترها است، در شرایط واقعی اغلب نقض می‌شود و منجر به کاهش دقت تخمین می‌گردد. همچنین، این روش‌ها عموماً فاقد توانایی لازم برای تخمین هم‌زمان عدم قطعیت‌های مدل و ورودی‌های ناشناخته (مانند ناهمواری جاده) هستند، چرا که اساساً برای تخمین حالت‌های سیستم طراحی شده‌اند. در نهایت، حساسیت به شرایط اولیه نیز از دیگر محدودیت‌های مهم محسوب می‌شود، زیرا همگرایی این الگوریتم‌ها ممکن است به انتخاب مقادیر اولیه وابسته باشد و در صورت انتخاب نامناسب، زمان همگرایی به‌طور قابل توجهی افزایش یابد [۱۸، ۱۹].

در مقابل، رویکرد حالت توسعه‌یافته با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های مدل به‌عنوان متغیرهای حالت جدید، امکان تخمین هم‌زمان حالت‌های سیستم و عدم قطعیت‌ها را فراهم می‌کند. برای نمونه، در مرجع [۲۰]، از یک رویکرد حالت توسعه‌یافته در تخمین یکپارچه عدم قطعیت‌ها برای سیستم‌های تعلیق با مدل‌های یک‌چهارم استفاده شده است. همچنین، وانگ و همکاران [۲۱]، از رویکرد حالت توسعه‌یافته برای تخمین عدم

^۱ Extended Kalman Filter (EKF)^۲ Saga-Hussa^۳ Unscented Kalman Filter (UKF)

- آنالیز پایداری زمان ثابت رویت گر پیشنهادی.
- پیاده سازی و ارزیابی عملی رویت گر پیشنهادی در محیط تست واقعی.
- مقایسه روش پیشنهادی با الگوریتم رویت گر حالت توسعه یافته رایج.

این مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است: بعد از مقدمه، در بخش ۲ مروری بر ساختار کلی الگوریتم رویت گر پیشنهادی ارائه می شود. در بخش ۳، مدل سازی ریاضی سیستم تعلیق انجام می گیرد. بخش ۴ به تعاریف و پیش نیازهای لازم برای طراحی رویت گر پیشنهادی اختصاص دارد. در بخش ۵، رویت گر حالت توسعه یافته زمان-ثابت طراحی شده و زمان نشست رویت گر به دست می آید. بخش ۶ شامل ارائه رویت گر حالت توسعه یافته برای مقایسه با رویت گر پیشنهادی است. در بخش ۷، نتایج شبیه سازی و آزمایشگاهی ارائه شده است. در بخش ۹ فهرست علائم و در بخش ۱۰ نتیجه گیری کلی ارائه می شود.

۲- ساختار کلی الگوریتم پیشنهادی

پیاده سازی عملی رویت گر پیشنهادی بر روی یک دستگاه آزمایشگاهی مدل سیستم تعلیق یک چهارم خودرو با مکانیزم مک فرسون و در محیط بلادرنگ^۱ لب ویو انجام پذیرفته است. دستگاه آزمایشگاهی مورد استفاده مجهز به یک محرک الکترو هیدرولیکی برای تولید ورودی جاده، دو شتاب سنج و یلکوکسون^۲ نصب شده بر روی جرم های معلق و غیرمعلق برای اندازه گیری شتاب عمودی و سه حسگر جابه جایی خطی صرفاً به منظور اعتبارسنجی نتایج است. داده های اولیه حسگرها توسط کارت داده برداری نشنال اینسترومنتس^۳ با فرکانس نمونه برداری ۱۰۰ هرتز، جمع آوری و به محیط لب ویو منتقل شد. در مرحله پیش پردازش، داده های شتاب ابتدا از یک فیلتر میان گذر برای حذف بایاس و نویز عبور داده شدند. سپس با انجام انتگرال گیری دوگانه عددی بر روی سیگنال های شتاب فیلتر شده، سیگنال های جابه جایی مورد نیاز برای تخمین حالت ها و نامعینی ها استخراج گردید. داده های حسگرها در یک حلقه بلادرنگ محیط لب ویو داده برداری شدند. خروجی های تخمین زده شده شامل حالت های سیستم و ورودی جاده نامعلوم، هم زمان با داده های حسگرهای جابه جایی خطی به عنوان مرجع، برای ارزیابی عملکرد رویت گر پیشنهادی ذخیره و نمایش داده شدند. فرایند ذکر شده در شکل ۱ نشان داده شده است. این نکته لازم به ذکر است که در این پژوهش، حسگرهای جابه جایی نصب شده بر روی دستگاه آزمایش صرفاً جهت اعتبارسنجی نتایج مورد استفاده قرار گرفته اند و در الگوریتم تخمین اصلی به کار نرفته اند، زیرا در شرایط واقعی خودروها معمولاً امکان دسترسی به این نوع حسگرها وجود ندارد. به جای آن،

قطعیت ها در عملگر الکترو هیدرولیکی تعلیق خودرو استفاده کردند، حال آنکه دو و همکاران [۲۲]، این روش را در مدل تعلیق یک چهارم خودرو به کار بستند. در مرجع [۲۳]، رویت گر حالت توسعه یافته برای تخمین یکپارچه عدم قطعیت ها در مدل تعلیق تمام خودرو و در مرجع [۲۴] نیز برای مدل تعلیق نصف خودرو مورد بررسی قرار گرفته است. این رویت گرها فاقد قابلیت تضمین همگرایی در یک بازه زمانی ثابت و مستقل از شرایط اولیه هستند. با وجود پیشرفت های قابل توجه در این حوزه، یکی از جنبه های مهم که تاکنون کمتر مورد توجه قرار گرفته، مسئله تعیین زمان نشست سیستم است. این پارامتر نه تنها از دیدگاه نظری حائز اهمیت است، بلکه در کاربردهای عملی نیز نقش تعیین کننده ای دارد [۲۵]. در این پژوهش، با هدف پر کردن این شکاف تحقیقاتی، روشی جامع ارائه می شود که عملکرد آن مستقل از شرایط اولیه سیستم است و توانایی تخمین هم زمان متغیرهای حالت، اغتشاشات و همچنین پیش بینی دقیق زمان نشست سیستم را دارا است.

در این پژوهش، به طراحی و پیاده سازی عملی یک رویت گر حالت توسعه یافته با زمان همگرایی ثابت جهت تخمین هم زمان عدم قطعیت ها و ورودی جاده نامعلوم پرداخته می شود. در الگوریتم پیشنهادی، عدم قطعیت ها به عنوان یک متغیر حالت جدید به معادلات دینامیکی سیستم افزوده شده و هدف، تخمین تمامی متغیرهای حالت با استفاده از داده های جابه جایی جرم معلق و غیر معلق است. پس از طراحی رویت گر پیشنهادی، به تحلیل پایداری زمان-ثابت آن پرداخته شده و در نهایت عملکرد آن مورد ارزیابی عملی قرار می گیرد. به همین منظور، از یک دستگاه آزمایشگاهی تعلیق یک چهارم خودرو با مکانیزم مک فرسون استفاده می شود. این مجموعه مجهز به انواع حسگرها برای استخراج تمامی حالت های سیستم بوده و دارای یک محرک هیدرولیکی جهت تولید ورودی جاده است. اما از آنجایی که امکان دسترسی به داده های جابه جایی جرم معلق و غیر معلق با استفاده از حسگرهای جابه جایی به صورت مستقیم در محیط غیر آزمایشگاهی وجود ندارد، بنابراین با دو بار انتگرال گیری از داده های شتاب (پس از عبور از فیلتر میان گذر با فرکانس قطع مناسب)، ورودی های مورد نیاز رویت گر به دست می آیند. لازم به ذکر است که حسگرهای جابه جایی نصب شده بر روی دستگاه آزمایش، صرفاً جهت اعتبارسنجی داده ها و ارزیابی عملکرد رویت گر استفاده شده اند. همچنین در ادامه، روش پیشنهادی با رویت گر حالت توسعه یافته موجود در ادبیات موضوع مقایسه می شود. به صورت خلاصه، اهداف و نوآوری های کار حاضر به صورت زیر می باشد:

- استفاده از الگوریتم رویت گر حالت توسعه یافته با زمان همگرایی ثابت جهت تخمین عدم قطعیت ها و ورودی نامعلوم جاده.

¹ Real-Time

² Wilcoxon-777B

³ PCI-6052 NI-DAQmx

تعلیق غیرفعال است. همچنین در این ساختار، تایر با یک فنر خطی مدل‌سازی شده است [۲۶].

براساس پیکره آزاد ارائه شده در شکل ۲ معادله‌های دینامیکی حاکم بر حرکت جرم معلق و غیرمعلق با استفاده از قانون دوم نیوتن به شکل زیر استخراج می‌شوند:

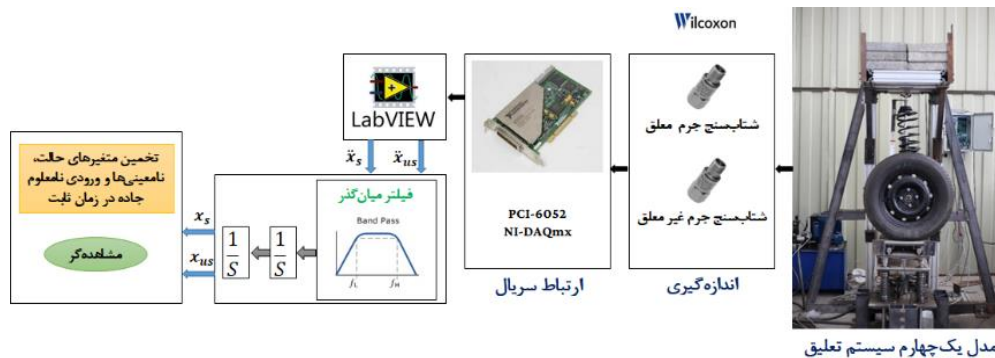
$$m_{us}\ddot{x}_{us} = f_s + f_d - f_{st} \quad (۱)$$

$$m_s\ddot{x}_s = -f_s - f_d \quad (۲)$$

از داده‌های شتاب‌سنج‌ها برای تخمین حالت‌های سیستم، نامعینی‌های پارامتری و ورودی ناشناخته جاده استفاده شده است.

۳- مدل یک‌چهارم سیستم تعلیق خودرو

مدل یک‌چهارم سیستم تعلیق خودرو که دینامیک‌های قائم را توصیف می‌کند، در شکل ۲ نشان داده شده است. مطابق شکل، این سیستم شامل جرم معلق، جرم غیرمعلق و اجزای سیستم



شکل (۱): ساختار الگوریتم پیشنهادی.

نیروهای فنر (f_s) و میراگر (f_d) در عمل رفتار غیرخطی از خود نشان می‌دهند [۲۷]. همچنین نتیجه آزمایش‌های تجربی نشان داده‌اند که در حالت واقعی نیروی فنر f_s به‌صورت یک چند جمله‌ای درجه سوم از جابه‌جایی تعلیق $\Delta x = x_s - x_{us}$ و نیروی میراگر f_d به‌صورت یک چند جمله‌ای درجه دوم از سرعت نسبی بین جرم معلق و جرم غیرمعلق $\Delta \dot{x} = \dot{x}_s - \dot{x}_{us}$ رفتار می‌کنند [۲۷]. در نتیجه نیروهای فنر و میراگر به‌صورت زیر مدل‌سازی می‌شوند [۲۶]:

$$f_s = k_1 \Delta x + k_2 (\Delta x)^2 + k_3 (\Delta x)^3 \quad (۳)$$

$$f_d = c_1 \Delta \dot{x} + c_2 (\Delta \dot{x})^2 \quad (۴)$$

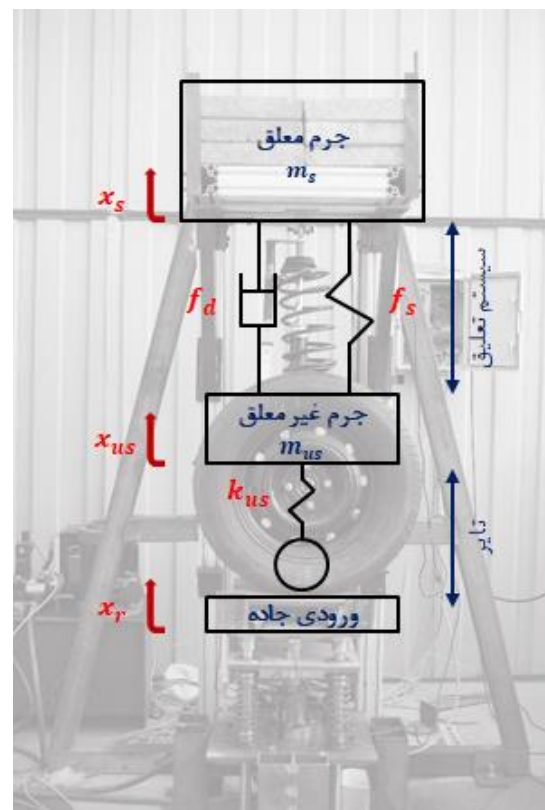
که در آن $k_i (i=1,2,3)$ نشان‌دهنده ضریب‌های سختی فنر و $c_i (i=1,2)$ نشان‌دهنده ضریب‌های میرایی، میراگر هستند. نیروی تایر نیز به‌صورت زیر محاسبه می‌شود [۲۶]:

$$f_{st} = k_{st}(x_{us} - x_r) \quad (۵)$$

در معادله (۵)، k_{st} ضریب سفتی فنریت تایر و x_r به‌عنوان ورودی جاده نامعلوم است. با در نظر گرفتن هر یک از معادله‌های (۱) و (۲) به‌عنوان یک زیرسیستم، معادله‌های فضای حالت به شکل زیر به دست می‌آیند [۱]:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1a} = x_{2a} \\ \dot{x}_{2a} = f_1 \end{cases} \quad (۶)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{1b} = x_{2b} \\ \dot{x}_{2b} = f_2 + d_1 x_r \end{cases} \quad (۷)$$



شکل (۲): مدل یک‌چهارم سیستم تعلیق خودرو

در رابطه‌های فوق m_{us} جرم غیرمعلق، m_s جرم معلق، x_{us} جابه‌جایی جرم غیرمعلق، x_s جابه‌جایی جرم معلق، f_s نیروی فنر، f_d نیروی میراگر، f_{st} نیروی فنری تایر می‌باشند.

توضیح: اگر بتوان کران بالای T را به صورت صریح نشان داد، گفته می شود سیستم (۱۲) همگرای زمان-ثابت به مجموعه فشرده $W = \{\tilde{x}(t): \|\tilde{x}(t)\| \leq r, r > 0\}$ است.

تعریف ۴ [۳۰]: تابع $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ نسبت به وزن های $(r_1, \dots, r_n) \in \mathbb{R}_{>0}^n$ همگن درجه d است؛ اگر برای همه $\lambda > 0$ تساوی $V(\lambda^{r_1}x_1, \dots, \lambda^{r_n}x_n) = \lambda^d V(x_1, \dots, x_n)$ برقرار است.

تعریف ۵ [۳۰]: میدان برداری g نسبت به وزن های $(r_1, \dots, r_n) \in \mathbb{R}_{>0}^n$ همگن درجه d است؛ اگر برای همه $1 < i < n$ ، جزء i ام، g_i ، تابع همگن درجه $r_i + d$ است. به عبارتی تساوی $g_i(\lambda^{r_1}x_1, \dots, \lambda^{r_n}x_n) = \lambda^{r_i+d} g_i(x_1, \dots, x_n)$ برای همه $\lambda > 0$ برقرار است.

۵- طراحی رویت گر حالت توسعه یافته با زمان همگرایی ثابت

به دلیل دینامیک غیرخطی سیستم تعلیق و عدم قطعیت های موجود در این مدل، همراه با شرایط اولیه متفاوت، استفاده از رویت گر زمان ثابت مناسب است. این رویت گر قادر است وضعیت سیستم را به طور پیوسته تخمین زده و در شرایط اولیه مختلف، در یک زمان ثابت به سرعت به رفتار پایدار برسد. با توجه به معادله های فضای حالت (۶) و (۷) جمله های دارای نامعینی و عدم قطعیت به عنوان متغیرهای حالت جدید در نظر گرفته شده و در نتیجه متغیرهای حالت توسعه یافته به صورت زیر درمی آیند:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= [x_{1a} \ x_{2a} \ x_{3a}]^T \\ \mathbf{X}_2 &= [x_{1b} \ x_{2b} \ x_{3b}]^T \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن $x_{3b} = F_2 = f_2 + d_1 x_r$ و $x_{3a} = F_1 = f_1$ می باشند. بنابراین با اضافه شدن متغیرهای حالت جدید، مدل فضای حالت زیرسیستم ها به صورت زیر بسط می یابند:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_i = \mathbf{A}\mathbf{X}_i + \mathbf{E}H_i \\ \mathbf{y}_i = \mathbf{C}\mathbf{X}_i \end{cases}, \quad (i = 1, 2) \quad (14)$$

که در آن

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0] \quad (15)$$

و $H_{i(i=1,2)} = \dot{F}_{i(i=1,2)}$ نرخ تغییر عدم قطعیت ها بوده که توابعی نامعلوم، ولی کراندار هستند.

۵-۱- طراحی رویت گر پیشنهادی

بر اساس معادله (۱۴)، رویت گرهای حالت توسعه یافته با زمان همگرایی ثابت برای زیرسیستم ها به ترتیب به صورت زیر طراحی می شوند:

$$\begin{aligned} \xi_{1a} &= \xi_{2a} - k_1 \theta |e_{1a}|^{\alpha_1} \text{sign}(e_{1a}) \\ &\quad - k_1 (1 - \theta) |e_{1a}|^{\beta_1} \text{sign}(e_{1a}) \\ \xi_{2a} &= \xi_{3a} - k_2 \theta |e_{1a}|^{\alpha_2} \text{sign}(e_{1a}) \\ &\quad - k_2 (1 - \theta) |e_{1a}|^{\beta_2} \text{sign}(e_{1a}) \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن $d_1 = \frac{k_{us}}{m_{us}}$ و متغیرهای حالت به صورت زیر در نظر گرفته شده اند:

$$\begin{bmatrix} x_{1a} & x_{2a} & x_{1b} & x_{2b} \end{bmatrix}^T = [x_s \ \dot{x}_s \ x_{us} \ \dot{x}_{us}]^T \quad (8)$$

در معادله (۶) و (۷) تابع های f_1 و f_2 بشکل زیر تعریف شده اند:

$$f_1 = -\frac{1}{m_s} [f_s + f_d] \quad (9)$$

$$f_2 = \frac{1}{m_{us}} [f_s + f_d - k_{st} x_{1b}] \quad (10)$$

مدل ریاضی ارائه شده در معادلات (۶) و (۷) شامل نامعینی های مختلفی از جمله دینامیک مدل نشده، تغییرات پارامتری و اغتشاشات خارجی مانند ورودی ناشناخته جاده است [۱-۳، ۶]. در این مقاله برای مقابله با این عدم قطعیت ها، از یک رویت گر حالت توسعه یافته با زمان همگرایی ثابت استفاده شده است که در آن جابه جایی های جرم معلق و جرم غیرمعلق که از طریق انتگرال گیری دوگانه از داده های شتاب حاصل شده اند به عنوان خروجی های قابل اندازه گیری سیستم به کار گرفته می شوند.

۴- تعریف ها و مقدمات ریاضی

در این بخش، تعریف ها و مقدمات ریاضی لازم برای طراحی رویت گر حالت توسعه یافته با زمان همگرایی ثابت ارائه می شود. معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x(t)), \quad x(0) = 0, \quad f(x(0)) = 0 \quad (11)$$

که $x \in \mathbb{R}^n$ و $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ تابع غیرخطی است. فرض بر این است که مبدأ، نقطه تعادل (۱۱) است.

تعریف ۱ [۲۸]: مبدأ سیستم (۱۱) نقطه تعادل پایدار زمان-محدود است؛ اگر مبدأ پایدار لیاپانوف است و یک تابع زمان نشست $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^+$ وجود دارد، به این صورت که به ازای هر $x_0 \in \mathbb{R}^n$ پاسخ $x(t, x_0)$ سیستم (۱۱) رابطه $\lim_{t \rightarrow T(x_0)} x(t, x_0) = 0$ را ارضاء می نماید.

تعریف ۲ [۲۸]: گفته می شود مبدأ سیستم (۱۱) نقطه تعادل پایدار زمان-ثابت است؛ اگر پایدار زمان-محدود فراگیر با زمان همگرایی کراندار $T(x_0)$ است یا به عبارت دیگر یک ثابت مثبت کراندار T_{max} وجود دارد به طوری که $T(x_0) < T_{max}$.

تعریف ۳ [۲۹]:

$$\tilde{x} = f(\tilde{x}), \quad \tilde{x}(0) = \tilde{x}_0 \quad (12)$$

که $\tilde{x} \in \mathbb{R}^n$ و $f(\tilde{x})$ یک تابع غیرخطی است^۱. گفته می شود سیستم (۱۲) نسبت به مقدار اولیه همگرای یکنواخت است؛ اگر مقدار ثابت مثبت T و r وجود دارد، بطوریکه برای همه $\tilde{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ و $t \geq T$ ناساوی $\|\tilde{x}(t)\| \leq r$ برقرار است.

² Compact Set

^۱ در این تعریف $\tilde{x}$ خطای تخمین است.

باتوجه‌به تعریف ۵، سیستم (۲۱) همگن درجه $\alpha - 1 < 0$ نسبت به وزن‌های (r_1, r_2, r_3) و $i(\alpha - 1)$ است. همچنین تابعی معین و مثبت به‌صورت $V_1(e) = \psi^T P \psi \geq 0$ تعریف می‌شود [۳۱]، که در آن $\psi = [e_{1a}^{1/r_1}, e_{2a}^{1/r_2}, e_{3a}^{1/r_3}]^T$ است. باتوجه به تعریف ۴، معادله $V_1(e)$ همگن درجه ۲ نسبت به وزن‌های (r_1, r_2, r_3) است. طبق مرجع [۳۲]، با توجه به درجه همگنی سیستم (۲۱) و تابع منتخب لیپانوف داریم:

$$\dot{V}_1(\psi) \leq -cV_1^{\frac{l+m}{l}}(\psi), \quad \psi \in \mathbb{R}^n \quad (22)$$

که در آن m و l به ترتیب درجه همگنی سیستم و تابع لیپانوف منتخب هستند و $c = \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}$ است که $\lambda_{\max}(P)$ و $\lambda_{\min}(Q)$ به ترتیب حداقل مقدار ویژه ماتریس Q و حداکثر مقدار ویژه ماتریس P است. برای تخمین زمان نشست، با انتگرال‌گیری از معادله (۲۲) زمان محدود T_{FTESO} موردنیاز برای همگرایی خطای ردیابی به صفر به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$T_{FTESO} \leq \int_{V_1(0)}^0 \frac{-1}{cV_1^{\rho(\alpha)}(\psi)} dV_1 = -\frac{V_1^{(1-\rho(\alpha))}}{c(1-\rho(\alpha))} \quad (23)$$

که در آن، $\rho(\alpha) = \frac{1+\alpha}{2}$ است.

گام دوم: زمانی که $|e_{1a}| > 0.1$ و $\theta = 0$ است. در این حالت بر اساس معادله (۱۹)، دینامیک خطای تخمین به شکل زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1a} &= e_{2a} - k_1|e_{1a}|^{\beta_1}\text{sign}(e_{1a}) \\ \dot{e}_{2a} &= e_{3a} - k_2|e_{1a}|^{\beta_2}\text{sign}(e_{1a}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\dot{e}_{3a} = -k_3|e_{1a}|^{\beta_3}\text{sign}(e_{1a}) - H_1$$

باتوجه‌به تعریف ۵، سیستم (۲۴) همگن درجه $\beta - 1 > 0$ نسبت به وزن‌های (s_1, s_2, s_3) و $i(\beta - 1)$ است. همچنین تابعی معین و مثبت به‌صورت $V_2(e) = \phi^T P \phi \geq 0$ تعریف می‌شود [۳۱]، که در آن $\phi = [e_{1a}^{(2\beta-1)/s_1}, e_{2a}^{(2\beta-1)/s_2}, e_{3a}^{(2\beta-1)/s_3}]^T$ است. باتوجه به تعریف ۴، معادله $V_2(e)$ همگن درجه $2(2\beta - 1)$ نسبت به وزن‌های (s_1, s_2, s_3) و $i(\beta - 1)$ است. طبق مرجع [۳۰]، با توجه به درجه همگنی سیستم (۲۴) و تابع منتخب لیپانوف داریم:

$$\dot{V}_2(\phi) \leq -cV_2^{\frac{l+m}{l}}(\phi), \quad \phi \in \mathbb{R}^n \quad (25)$$

که در آن m و l به ترتیب درجه همگنی سیستم و تابع لیپانوف منتخب هستند. برای تخمین زمان نشست، با در نظر گرفتن مقدار $\mathcal{Y} = V_2(\phi)_{e=0.1}$ زمان T_1 موردنیاز برای همگرایی $V_2(\phi)$ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{3a} &= -k_3\theta|e_{1a}|^{\alpha_3}\text{sign}(e_{1a}) \\ &\quad -k_3(1-\theta)|e_{1a}|^{\beta_3}\text{sign}(e_{1a}) \\ \dot{\xi}_{1b} &= \xi_{2b} - k_1\theta|e_{1b}|^{\alpha_1}\text{sign}(e_{1b}) \\ &\quad -k_1(1-\theta)|e_{1b}|^{\beta_1}\text{sign}(e_{1b}) \\ \dot{\xi}_{2b} &= \xi_{3b} - k_2\theta|e_{1b}|^{\alpha_2}\text{sign}(e_{1b}) \\ &\quad -k_2(1-\theta)|e_{1b}|^{\beta_2}\text{sign}(e_{1b}) \\ \dot{\xi}_{3b} &= -k_3\theta|e_{1b}|^{\alpha_3}\text{sign}(e_{1b}) \\ &\quad -k_3(1-\theta)|e_{1b}|^{\beta_3}\text{sign}(e_{1b}) \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن $\xi_2 = [\xi_{1b} \ \xi_{2b} \ \xi_{3b}]^T$ و $\xi_1 = [\xi_{1a} \ \xi_{2a} \ \xi_{3a}]^T$ به ترتیب بردارهای تخمین متغیرهای حالت مربوط به زیر سیستم اول و دوم می‌باشند. همچنین $y_1 = x_{1a}$ جابه‌جایی جرم معلق اندازه‌گیری شده، $y_2 = x_{1b}$ جابه‌جایی جرم غیر معلق اندازه‌گیری شده می‌باشند. بر همین اساس $e_{1a} = \xi_{1a} - y_1$ و $e_{1b} = \xi_{1b} - y_2$ به ترتیب خطای تخمین برای زیر سیستم اول و دوم می‌باشند. در این ساختار تابع θ یک تابع سوئیچینگ بوده و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta = \begin{cases} 0, & \text{if } |e_i| > 0.1 \\ 1, & \text{if } |e_i| \leq 0.1 \end{cases} \quad (i = a, b) \quad (18)$$

که در آن ناهای α_i رابطه $\alpha_i = i\alpha - (i-1)$ را برآورد می‌سازند و α متعلق به بازه $(1-\mu, 1)$ برای $\mu > \frac{1}{2}$ است و ناهای β_i رابطه $\beta_i = i\beta - (i-1)$ را برآورد می‌سازند که β متعلق به بازه $(1, 1+\mu)$ و μ ثابتی مثبت و به اندازه کافی کوچک است.

با کم کردن معادلات (۱۶) و (۱۷) از (۱۴)، دینامیک خطای زیرسیستم‌ها به ترتیب به‌صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1a} &= e_{2a} - k_1\theta|e_{1a}|^{\alpha_1}\text{sign}(e_{1a}) \\ &\quad -k_1(1-\theta)|e_{1a}|^{\beta_1}\text{sign}(e_{1a}) \\ \dot{e}_{2a} &= e_{3a} - k_2\theta|e_{1a}|^{\alpha_2}\text{sign}(e_{1a}) \\ &\quad -k_2(1-\theta)|e_{1a}|^{\beta_2}\text{sign}(e_{1a}) \\ \dot{e}_{3a} &= -k_3\theta|e_{1a}|^{\alpha_3}\text{sign}(e_{1a}) \\ &\quad -k_3(1-\theta)|e_{1a}|^{\beta_3}\text{sign}(e_{1a}) - H_1 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1b} &= e_{2b} - k_1\theta|e_{1b}|^{\alpha_1}\text{sign}(e_{1b}) \\ &\quad -k_1(1-\theta)|e_{1b}|^{\beta_1}\text{sign}(e_{1b}) \\ \dot{e}_{2b} &= e_{3b} - k_2\theta|e_{1b}|^{\alpha_2}\text{sign}(e_{1b}) \\ &\quad -k_2(1-\theta)|e_{1b}|^{\beta_2}\text{sign}(e_{1b}) \\ \dot{e}_{3b} &= -k_3\theta|e_{1b}|^{\alpha_3}\text{sign}(e_{1b}) \\ &\quad -k_3(1-\theta)|e_{1b}|^{\beta_3}\text{sign}(e_{1b}) - H_2 \end{aligned} \quad (20)$$

در بخش بعدی به آنالیز پایداری زمان-ثابت دینامیک خطای ارائه شده در (۱۹) و (۲۰) پرداخته می‌شود.

۲-۵- اثبات پایداری و تخمین زمان نشست

گام اول: زمانی که $|e_{1a}| \leq 0.1$ و $\theta = 1$ است. در این حالت بر اساس معادله (۱۹)، دینامیک خطای تخمین به شکل زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1a} &= e_{2a} - k_1\theta|e_{1a}|^{\alpha_1}\text{sign}(e_{1a}) \\ \dot{e}_{2a} &= e_{3a} - k_2\theta|e_{1a}|^{\alpha_2}\text{sign}(e_{1a}) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\dot{e}_{3a} = -k_3\theta|e_{1a}|^{\alpha_3}\text{sign}(e_{1a}) - H_1$$

$$\begin{cases} \dot{z}_{1b} = \dot{z}_{2b} - \gamma_{1b} \dot{z}_{1b} \\ \dot{z}_{2b} = \dot{z}_{3b} - \gamma_{2b} \dot{z}_{1b} \\ \dot{z}_{3b} = -H_{1b} - \gamma_{3b} \dot{z}_{1b} \end{cases} \quad (32)$$

همچنین در معادلات بالا $\dot{z}_{1a} = \dot{y}_1 - \gamma_1$ و $\dot{z}_{1b} = \dot{y}_2 - \gamma_2$ است.

قضیه ۱: اگر ضرایب مشاهده گر به صورت $\gamma_{1a} = \gamma_{1b} = 3/\delta$ و $\gamma_{2a} = \gamma_{2b} = 3/\delta^2$ و $\gamma_{3a} = \gamma_{3b} = 1/\delta^3$ انتخاب شوند و δ یک پارامتر آزاد مثبت باشد، با فرض کراندار بودن H_{1b} و H_{1a} دینامیک خطای تخمین محدود خواهد بود.

با انتخاب مناسب پارامتر آزاد مثبت ε می توان به تخمین مناسبی از نامعینی ها دست یافت. با فرض محدود بودن H_{1b} و H_{1a} انتخاب مناسب پارامتر آزاد مثبت ε می تواند پایداری ورودی محدود و خروجی محدود را تضمین کند. اثبات: اثبات قضیه ۱ در مرجع [۱] ارائه شده است.

۷- نتایج و بحث

در این پژوهش، عملکرد ریت گر حالت توسعه یافته پیشنهادی با ویژگی همگرایی در زمان ثابت به صورت تجربی ارزیابی شده و با ریت گرهای مرسوم مقایسه می گردد. در روش پیشنهادی، ابتدا داده های شتاب اولیه با استفاده از فیلتر میان گذر پردازش شده، سپس از طریق انتگرال گیری دوگانه به داده های جابه جایی تبدیل می شوند. این داده های پردازش شده به عنوان ورودی های اصلی ریت گر عمل کرده و امکان تخمین همزمان حالت ها و نامعینی ها را فراهم می آورند. برای اعتبارسنجی دقیق، نتایج تخمین حاصل از ریت گر با داده های مرجع اندازه گیری شده توسط حسگرهای دقیق جابه جایی که بر روی دستگاه آزمایشگاهی نصب شده اند، مقایسه می گردد. این رویکرد امکان ارزیابی عینی دقت و کارایی روش پیشنهادی را در شرایط عملی فراهم می سازد. دستگاه آزمایش ساخته شده یک سیستم تعلیق با مکانیزم مک فرسون است که در شکل ۳ نشان داده شده است. در این ساختار داده ها ابتدا با یک فیلتر بالاگذر با فرکانس قطع ۰/۵ هرتز برای حذف بایاس حسگرها و سپس با یک فیلتر پایین گذر با فرکانس قطع ۱۵ هرتز برای کاهش نویزهای محیطی پردازش شده اند. در نهایت، با انجام انتگرال گیری دوگانه از داده های شتاب فیلتر شده، مقادیر جابه جایی جرم معلق و جرم غیر معلق به دست آمده اند. این روش پردازش سیگنال بر اساس مطالعات پیشین [۲۶] توسعه یافته است. همچنین لازم به ذکر است که پارامترهای سیستم برای کاهش تطابق بین مدل ریاضی سیستم تعلیق و مدل واقعی، قبلاً با استفاده از روش های ارائه شده در مرجع [۲۷] مطابق جدول ۱ شناسایی شده اند. در شکل ۴ ورودی جاده اعمال شده به سیستم در تست-۱ جهت تحریک سیستم ارائه شده است.

$$\begin{aligned} T_1 &\leq \int_{V_2(0)}^Y \frac{-1}{cV_2^{\rho(\beta)}(\phi)} dV_2 \\ &< \int_{\infty}^Y \frac{-1}{cV_2^{\rho(\beta)}(\phi)} dV_2 \\ &= \frac{\gamma^{(1-\rho(\beta))}}{c(\rho(\beta)-1)} \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن، $\rho(\beta) = \frac{5\beta-3}{4\beta-2}$ است. سپس مشابه T_{FTESO} ، زمان T_2 به صورت زیر به دست می آید:

$$T_2 \leq \int_Y^0 \frac{-1}{cV_1^{\rho(\alpha)}(\phi)} dV_2 = \frac{\gamma^{(1-\rho(\alpha))}}{c(1-\rho(\alpha))} \quad (27)$$

در نهایت زمان T_{FTESO} مورد نیاز برای همگرایی $V_2(\phi)$ از مقدار اولیه به صفر می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$T_{FTESO} = T_1 + T_2 \quad (28)$$

این به این معنی است که در بین زمان T_{FTESO} مقدار خطای تخمین حالت ها به صفر و مقدار حالت های تخمین زده شده به حالت های سیستم همگرا می شود.

طبق مرجع [۳۰]، برای پایداری ریت گر پیشنهادی باید ماتریس A هورویتز باشد. بنابراین در این ساختار با فرض ضرایب ریت گر به شکل

$$k_1 = \frac{3}{\varepsilon}, \quad k_2 = \frac{3}{\varepsilon^2}, \quad k_3 = \frac{1}{\varepsilon^3} \quad (29)$$

که در آن ε یک پارامتر آزاد طراحی با مقدار مثبت است، مقادیر ویژه ماتریس A به شکل $K_i (i=1,2,3) = -\frac{1}{\varepsilon}$ محاسبه می شوند. بنابراین ماتریس A یک ماتریس هورویتز است.

۶- طراحی ریت گر حالت توسعه یافته

در این پژوهش، از ریت گر حالت توسعه یافته رایج به عنوان روش مقایسه ای استفاده می شود؛ بنابراین، در این قسمت یک ریت گر حالت توسعه یافته برای مقایسه عملکرد روش پیشنهادی ارائه می شود؛ بر همین اساس با توجه به معادله (۱۴)، معادله دینامیکی ریت گر برای هر زیرسیستم به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{cases} \dot{Z}_i = AZ_i + L_i(\hat{y}_i - y_i) \\ \hat{y}_i = CZ_i \end{cases}, \quad (i=1,2) \quad (30)$$

که در آن $Z_1 = [z_{1a} \ z_{2a} \ z_{3a}]^T$ و $Z_2 = [z_{1b} \ z_{2b} \ z_{3b}]^T$ بردارهای حالت ریت گر و بردار $L_2 = [\gamma_{1b} \ \gamma_{2b} \ \gamma_{3b}]^T$ و $L_1 = [\gamma_{1a} \ \gamma_{2a} \ \gamma_{3a}]^T$ بردارهای ضرایب ریت گر هستند. با کم کردن معادله (۱۴) از معادله (۳۰) دینامیک خطای تخمین برای هر زیرسیستم به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_{1a} = \tilde{z}_{2a} - \gamma_{1a} \tilde{z}_{1a} \\ \dot{\tilde{z}}_{2a} = \tilde{z}_{3a} - \gamma_{2a} \tilde{z}_{1a} \\ \dot{\tilde{z}}_{3a} = -H_{1a} - \gamma_{3a} \tilde{z}_{1a} \end{cases} \quad (31)$$

ساختار اصلی الگوریتم تخمین به کار نرفته‌اند. این رویکرد به دلیل عدم دسترسی به چنین حسگرهای دقیقی در شرایط عملی و محیط‌های واقعی اتخاذ شده است.

جدول (۱): پارامترهای شناسایی شده مدل طراحی

پارامتر	مقدار	واحد
جرم معلق	۲۹۰	Kg
جرم غیر معلق	۵۹	Kg
ثابت فنر غیر خطی	۱۲۳۹۴	N/m
ثابت فنر غیر خطی	-۷۳۶۹۶	N/m ²
ثابت فنر غیر خطی	۳۱۷۰۴۰۰	N/m ³
ثابت میراگر غیر خطی	۱۰۰۰	N.s/m
ثابت میراگر غیر خطی	۵۰۰	N.s ² /m ²
ضریب فنر تایر	۱۹۰۰۰۰	N/m

شکل ۵ مقایسه‌ای بین سه نوع سیگنال جابه‌جایی ارائه می‌دهد. مشاهده می‌شود که سیگنال‌های حاصل از انتگرال‌گیری داده‌های شتاب فیلترنشده به دلیل خطاهای اندازه‌گیری دارای ناپایداری‌های قابل توجهی هستند. این ناپایداری‌ها به صورت انحراف از مقادیر واقعی و نوسانات غیرمنطقی در سیگنال‌های جابه‌جایی آشکار می‌شوند. در مقابل، اعمال فیلتر میان‌گذر با فرکانس قطع مناسب منجر به تولید سیگنال‌های جابه‌جایی پایدار و قابل اعتمادی شده است که انطباق قابل قبولی با سیگنال‌های مرجع اندازه‌گیری شده توسط حسگر جابه‌جایی دارند. این نتایج به وضوح نشان می‌دهد که فرآیند فیلتراسیون مناسب قبل از انتگرال‌گیری، نقش حیاتی در بهبود کیفیت سیگنال‌های جابه‌جایی استخراج شده دارد و می‌تواند داده‌های مناسبی برای استفاده در الگوریتم رویکرد گرافیک فراهم کند.

این نکته لازم به ذکر می‌باشد که داده‌های جابه‌جایی جرم معلق و غیرمعلق که به طور مستقیم و با استفاده از حسگرهای خط کش اهمی اندازه‌گیری شده‌اند، تنها به منظور اعتبارسنجی دقت الگوریتم پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته‌اند و در واقع در

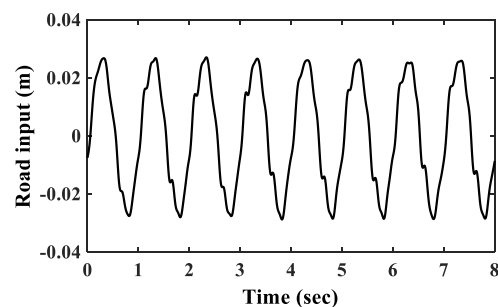


شکل (۳): ساختار آزمایشگاهی مدل سیستم تعلیق یک‌چهارم خودرو

اعمال شده است. براساس شکل ۶، می‌توان به اختلاف بین مدل شبیه‌ساز و سیستم واقعی پی برد. این نکته لازم به ذکر می‌باشد که مدل اولیه استفاده ارائه شده برای سیستم تعلیق شامل نامعینی‌های مختلفی از جمله دینامیک مدل نشده و تغییرات پارامتری است که موجب اختلاف بین خروجی تست و شبیه‌سازی شده است. بنابراین در این مقاله از یک رویکرد اغتشاش زمان ثابت برای تخمین عدم قطعیت‌های و نامعینی‌های مدل استفاده شده است تا با استفاده از خروجی‌های اندازه‌گیری از سیستم واقعی به طور همزمان به تخمین متغیرهای حالت و عدم قطعیت‌های سیستم بپردازد.

۷-۱- تنظیم پارامترهای آزاد رویکرد پیشنهادی

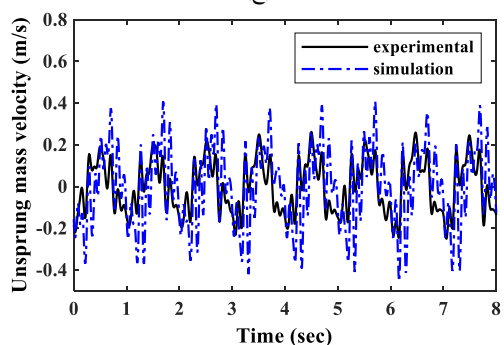
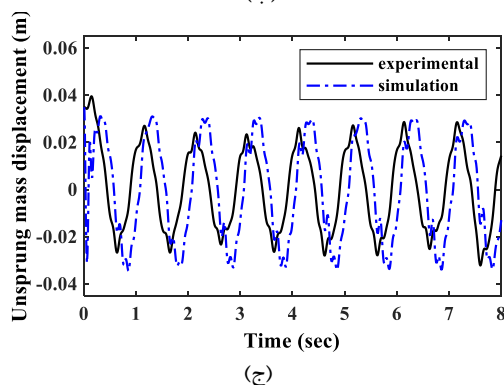
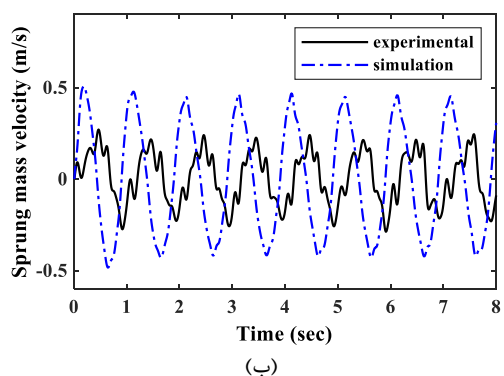
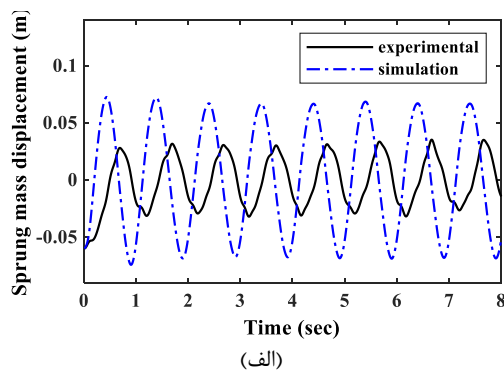
در ادامه به ارائه نتایج حاصل از رویکرد در محیط تست پرداخته می‌شود. بر همین اساس ابتدا به تنظیم پارامترهای آزاد رویکرد پرداخته می‌شود. به منظور بررسی اثرات پارامتر آزاد E در



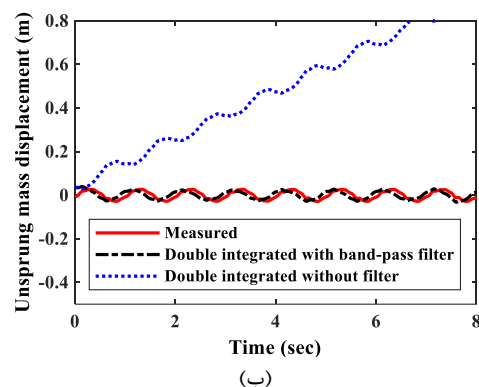
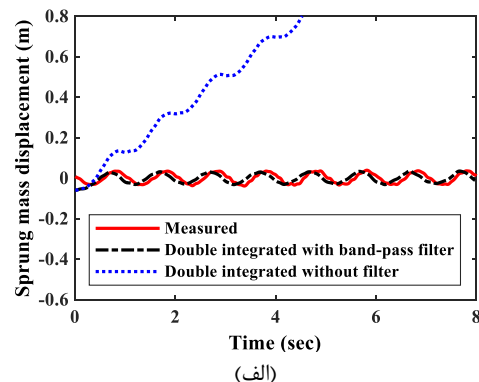
شکل (۴): ورودی جاده اعمال شده به سیستم در تست-۱.

در شکل ۶، حالت‌های شبیه‌سازی شده و حالت‌های اندازه‌گیری شده سیستم توسط حسگرها، نمایش داده شده است. لازم به ذکر می‌باشد که خروجی‌های ارائه شده توسط مدل شبیه‌ساز با استفاده از شبیه‌سازی معادلات (۱) تا (۱۰) و استفاده از پارامترهای جدول ۱ استخراج شده است. همچنین ورودی جاده ارائه شده در شکل (۴) به عنوان ورودی به مدل شبیه‌ساز نیز

می‌کند تا خطای تخمین شده را کاهش دهد، اما این تلاش‌های مداوم می‌تواند منجر به تقویت نویزهای با فرکانس بالا و ایجاد نوسانات شود. همچنین، در این شرایط، ممکن است نویز به‌طور غیرقابل‌کنترلی بزرگ شود، که به کاهش دقت تخمین و عملکرد نامطلوب سیستم منجر خواهد شد. در نتیجه، در مقادیر بسیار کوچک پارامتر آزاد ϵ ، نه تنها دقت تخمین کاهش می‌یابد بلکه نویز نیز تقویت می‌شود و باعث آسیب به عملکرد رویت‌گر می‌گردد. بنابراین مقدار $\epsilon = 0.01$ به‌عنوان مقدار مناسب برای ضرب‌های تخمین در نظر گرفته می‌شود.



رویت‌گر، خطای تخمین حالت‌ها توسط مشاهده‌گر حالت پیشنهادی به‌ازای سه مقدار ϵ متفاوت در شکل ۷ نشان داده شده است. همچنین در جدول ۲، نتایج مقایسه ریشه میانگین مربعات خطاهای تخمین به‌ازای این سه مقدار ارائه شده است.



شکل (۵): مقایسه سیگنال‌های جابه‌جایی در تست-۱، الف) جرم معلق، ب) جرم غیر معلق.

جدول (۲): ریشه میانگین مربعات خطای تخمین به‌ازای مقادیر مختلف ϵ در تست-۱.

خطای تخمین	پارامتر ϵ		
	$\epsilon = 0.007$	$\epsilon = 0.01$	$\epsilon = 0.020$
$e_{1a} (m)$	$1.25 e - 4$	$5.47 e - 5$	$1.96 e - 4$
$e_{2a} (m/s)$	0.03	0.015	0.034
$e_{1b} (m)$	$1.29 e - 4$	$6.9 e - 5$	$2.86 e - 4$
$e_{2b} (m/s)$	0.031	0.021	0.049

با مشاهده نتیجه‌ها می‌توان دریافت که با کاهش ضرب‌های مشاهده‌گر سرعت همگرایی کاهش و با افزایش آن سرعت همگرایی افزایش می‌یابد. از طرفی کاهش بیش از حد ضرب‌های تخمین باعث تقویت نویز و در نتیجه افزایش خطای تخمین می‌شود. در حقیقت با کاهش بیش از حد پارامتر آزاد ϵ ، رویت‌گر به شدت به تغییرات کوچک در داده‌های اندازه‌گیری حساس می‌گردد. از آنجایی که داده‌های اندازه‌گیری شامل نویز می‌باشند، این حساسیت بالا باعث می‌شود که نویزهای ناخواسته موجود در داده‌های اندازه‌گیری، به‌طور قابل توجهی تقویت شوند. به‌ویژه در بهره‌های خیلی بالا، سیستم به‌طور پیوسته تلاش

و $\beta = 1 + \mu$ ، نتایج روی‌ت‌گر به‌ازای سه مقدار مختلف از μ در شکل ۸ ارائه می‌شود. همچنین مقایسه ریشه میانگین مربعات خطاهای تخمین به‌ازای سه مقدار مختلف μ در جدول ۳ ارائه شده است. با بررسی این نتایج می‌توان دریافت که انتخاب $\mu = 0.01$ ، با توجه به خطای تخمین، می‌تواند مناسب‌ترین انتخاب باشد. زیرا انتخاب کم‌تر این مقادیر تاثیر قابل توجهی بر روی خطای تخمین ندارند و انتخاب بیش‌تر این مقادیر باعث افزایش خطای تخمین می‌شود.

جدول (۳): ریشه میانگین مربعات خطای تخمین به‌ازای مقادیر

مختلف μ در تست-۱.

خطای تخمین	پارامتر ϵ		
	$\mu = 0.001$	$\mu = 0.01$	$\mu = 0.1$
$e_{1a} (m)$	$5.7 e - 5$	$5.47 e - 5$	$5.78 e - 4$
$e_{2a} (m/s)$	0.016	0.015	0.21
$e_{1b} (m)$	$7.77 e - 5$	$6.9 e - 5$	$5.78 e - 4$
$e_{2b} (m/s)$	0.023	0.021	0.22

۷-۲- بررسی عملکرد روی‌ت‌گر پیشنهادی در شرایط اولیه مختلف

شکل ۹ عملکرد تخمین حالت‌های سیستم را تحت شرایط اولیه مختلف به نمایش می‌گذارد. نتایج به‌وضوح نشان می‌دهند که روی‌ت‌گر پیشنهادی از ویژگی مقاومت در برابر تغییرات شرایط اولیه برخوردار است. تحلیل این نمودارها حاکی از آن است که بدون توجه به نقطه شروع اولیه سیستم، خطای تخمین در یک بازه زمانی ثابت و از پیش تعیین شده به سمت مبدا همگرا می‌شود. این رفتار پایدار و قابل‌پیش‌بینی، کارایی الگوریتم پیشنهادی را در شرایط عملی مختلف تأیید می‌کند.

در ادامه، عملکرد روی‌ت‌گر پیشنهادی به‌صورت نظری و تجربی برای شرایط اولیه سوم مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آن در قالب شکل ۱۰ ارائه شده است. همچنین، مقادیر پارامترهای طراحی روی‌ت‌گر، شامل $\epsilon = 0.01$ و $\mu = 0.01$ ، در نظر گرفته شد. مقایسه نتایج شبیه‌سازی و داده‌های تجربی نشان می‌دهد که روی‌ت‌گر پیشنهادی هم در شرایط عملی و هم در شرایط نظری عملکرد مناسبی را از خود ارائه می‌دهد.

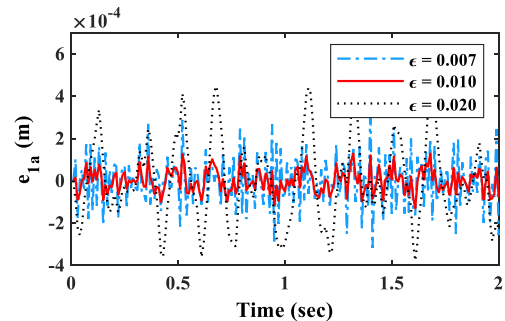
۷-۳- مقایسه عملکردی روی‌ت‌گر پیشنهادی

به‌منظور نمایش استقلال روش پیشنهادی از ورودی جاده و همچنین مقایسه روش پیشنهادی با یک روی‌ت‌گر حالت توسعه‌یافته رایج که در مرجع [۱] ارائه شده است، ورودی جاده ارائه شده در شکل ۱۱ مورد استفاده قرار می‌گیرد.

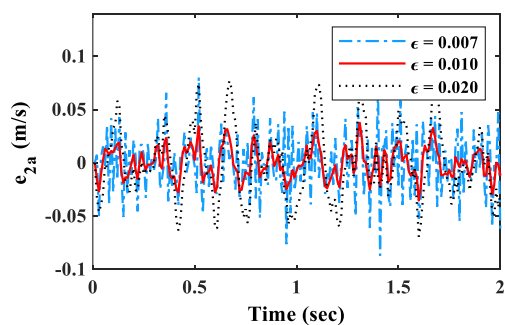
شکل ۱۲ مقایسه خطای تخمین حالت‌ها بین روش پیشنهادی و روی‌ت‌گر حالت توسعه‌یافته مرسوم [۱] را نمایش می‌دهد. هر دو روش با شرایط یکسان اولیه مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. در این مقایسه، پارامتر تنظیم δ روی‌ت‌گر مرجع، مطابق با پیشنهاد مرجع

(د)

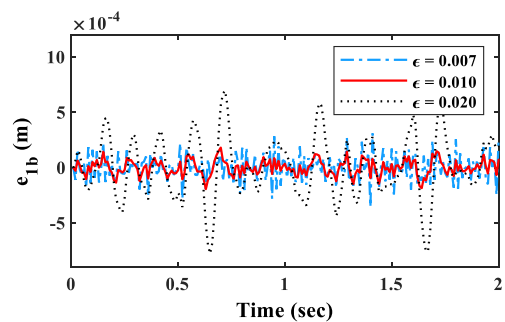
شکل (۶): حالت‌های اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده در تست-۱، الف) جابه‌جایی جرم معلق، ب) سرعت جرم معلق، ج) جابه‌جایی جرم غیر معلق، د) سرعت جرم غیر معلق.



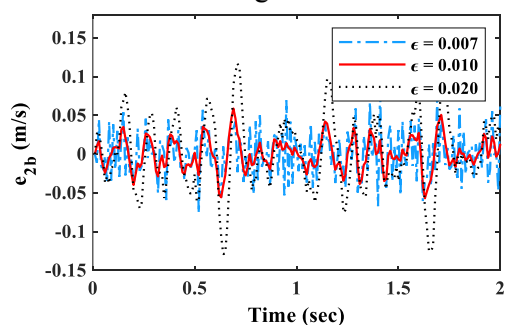
(الف)



(ب)



(ج)



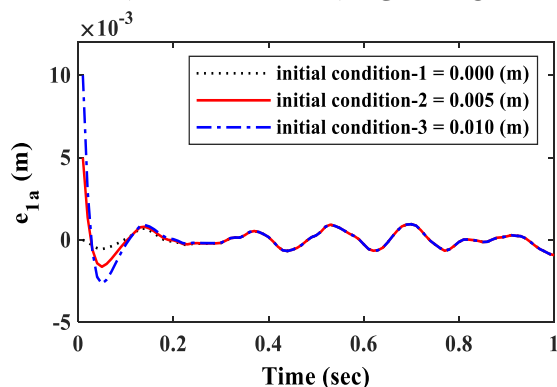
(د)

شکل (۷): مقایسه خطای تخمین روش پیشنهادی به‌ازای ضرایب مشاهده‌گر متفاوت در تست-۱، الف) جابه‌جایی جرم معلق، ب) سرعت جرم معلق، ج) جابه‌جایی جرم غیر معلق، د) سرعت جرم غیر معلق.

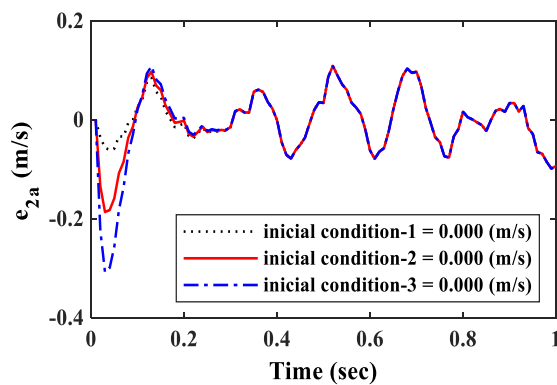
در ادامه، به‌ازای $\epsilon = 0.01$ ، هدف تاثیر انتخاب پارامترهای α و β در روی‌ت‌گر پیشنهادی است. بر همین اساس با انتخاب $\mu = 1 - \alpha$

(د)

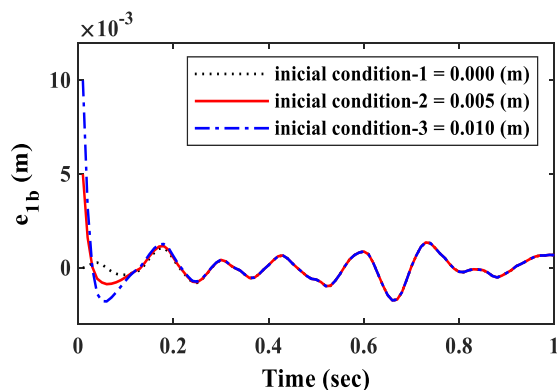
شکل (۸): مقایسه خطای تخمین روش پیشنهادی به ازای مقادیر متفاوت μ در تست-۱، الف) جابه‌جایی جرم معلق، ب) سرعت جرم معلق، ج) جابه‌جایی جرم غیر معلق، د) سرعت جرم غیر معلق.



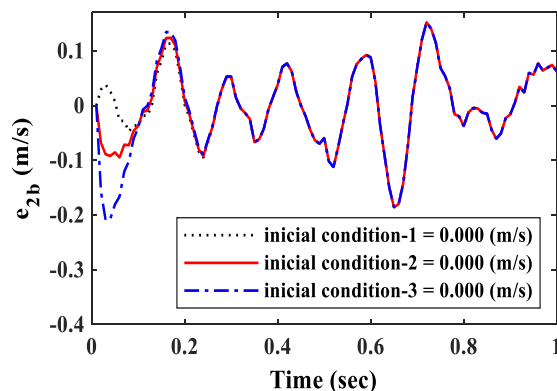
(الف)



(ب)

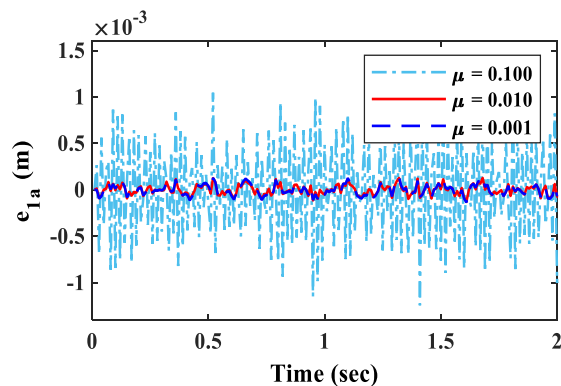


(ج)

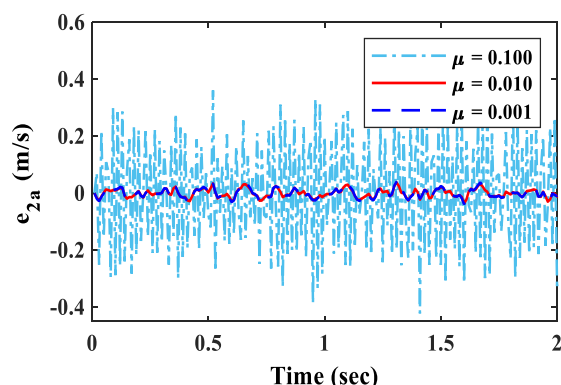


(د)

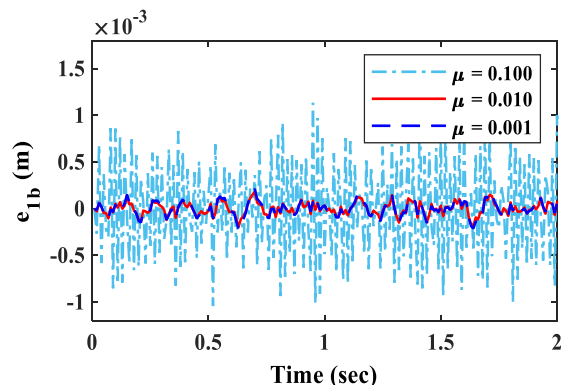
[۱] مقدار 0.1 در نظر گرفته شده است که به عنوان بهینه‌ترین مقدار برای تخمین جابه‌جایی و سرعت جرم‌های معلق و غیر معلق شناخته می‌شود. همچنین مقایسه ریشه میانگین مربعات خطاهای تخمین بین روش پیشنهادی و رویست‌گر حالت توسعه‌یافته رایج در جدول ۴ ارائه شده است.



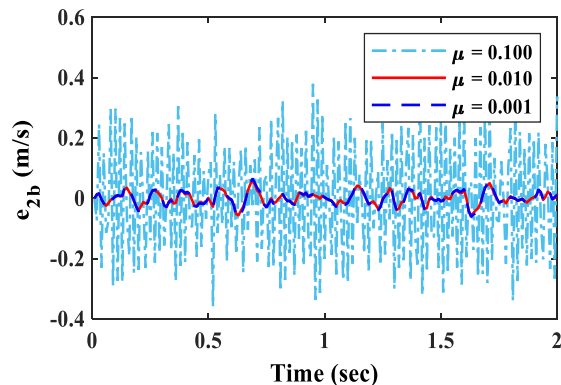
(الف)



(ب)

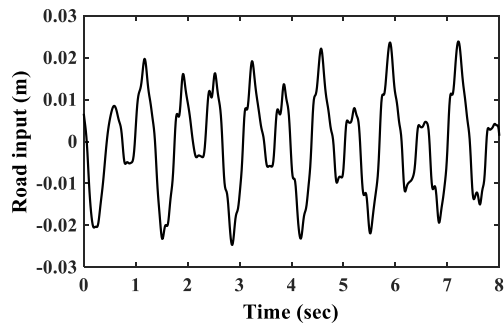


(ج)

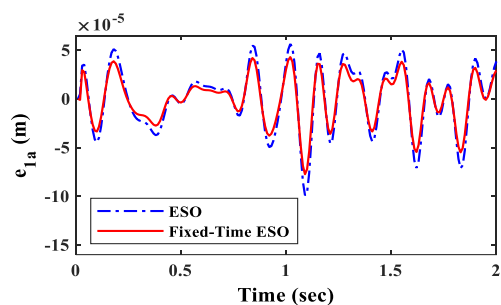


Time (sec)

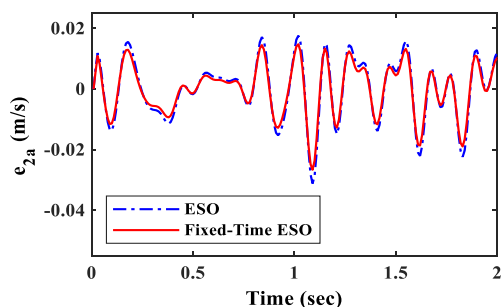
شکل (۱۰): مقایسه خطای تخمین روش پیشنهادی به‌ازای شرط اولیه متفاوت در حالت نظری و تجربی در تست-۱، الف) جابه‌جایی جرم معلق، ب) سرعت جرم معلق، ج) جابه‌جایی جرم غیر معلق، د) سرعت جرم غیر معلق.



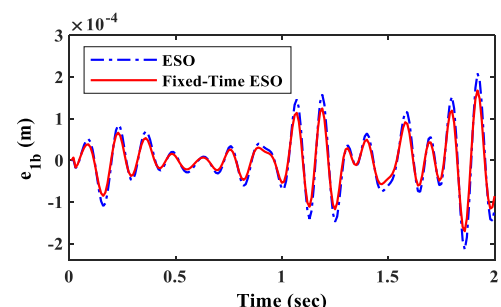
شکل (۱۱): ورودی جاده اعمال شده به سیستم در تست-۲.



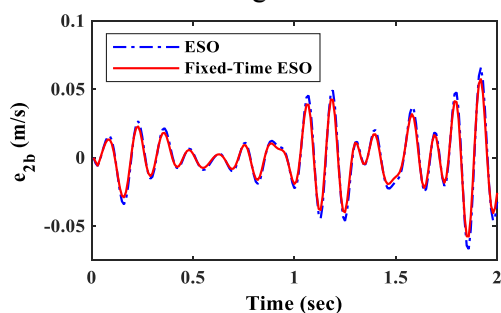
(الف)



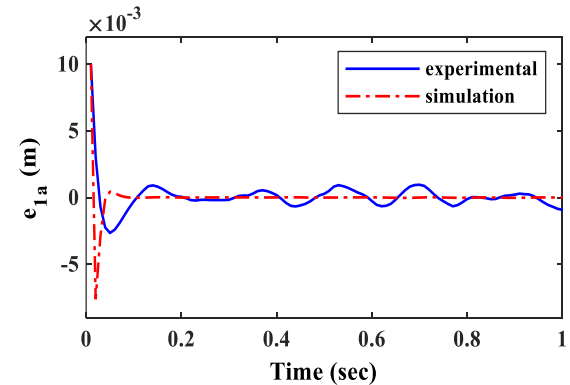
(ب)



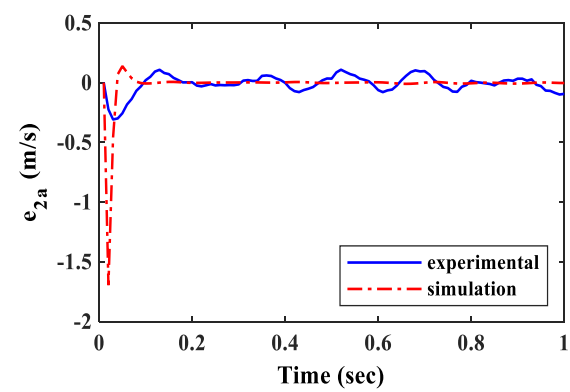
(ج)



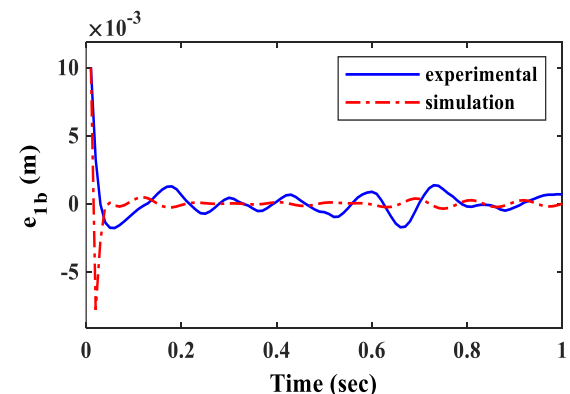
شکل (۹): مقایسه خطای تخمین روش پیشنهادی به‌ازای شرط اولیه متفاوت در تست-۱، الف) جابه‌جایی جرم معلق، ب) سرعت جرم معلق، ج) جابه‌جایی جرم غیر معلق، د) سرعت جرم غیر معلق.



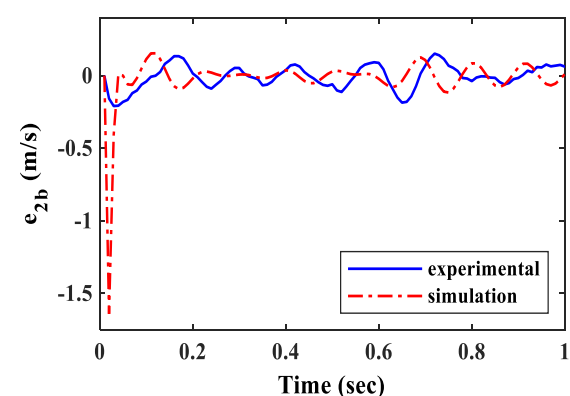
(الف)



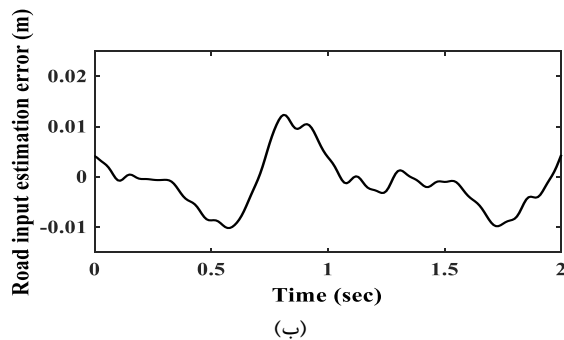
(ب)



(ج)



(د)



شکل (۱۳): مقایسه خطای تخمین ورودی جاده بین روش پیشنهادی و رویت گر حالت توسعه یافته رایج در تست-۲، الف) رویت گر حالت توسعه یافته پیشنهادی، ب) رویت گر حالت توسعه یافته مرسوم

جدول (۴): مقایسه ریشه میانگین مربعات خطای تخمین بین تست-۲.

خطای تخمین	روش تخمین	
	پیشنهادی	رویت گر حالت توسعه یافته رایج
$e_{1a} (m)$	$2.4 e - 5$	$3.2 e - 5$
$e_{2a} (m/s)$	0.005	0.01
$e_{1b} (m)$	$5.5 e - 5$	$7.1 e - 5$
$e_{2b} (m/s)$	0.019	0.022

۸- فهرست علائم

زیر نویس ها

a زیر سیستم اول

b زیر سیستم دوم

بالا نویس

T ترانزاده

متغیرها

ξ تخمین حالت زمان - ثابت

e خطای تخمین حالت زمان - ثابت

z تخمین حالت توسعه یافته

$\tilde{z}$ خطای تخمین حالت توسعه یافته

x_{ia} متغیرهای حالت جرم معلق

x_{ib} متغیرهای حالت جرم غیر معلق

۹- نتیجه گیری کلی

در این مقاله به طراحی و پیاده سازی عملی یک رویت گر حالت توسعه یافته با زمان همگرایی ثابت برای سیستم تعلیق خودرو پرداخته شد. برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، از یک نمونه آزمایشگاهی از سیستم تعلیق بر اساس مدل یک چهارم خودرو استفاده شد. در این آزمایش ها، داده های مورد نیاز از طریق شتاب سنج های نصب شده بر روی جرم معلق و غیر معلق جمع آوری گردید، در حالی که حسگرهای جابه جایی صرفاً برای اعتبارسنجی نتایج به کار گرفته شدند. رویت گر پیشنهادی با

(د)

شکل (۱۲): مقایسه خطای تخمین روش پیشنهادی و رویت گر حالت توسعه یافته در تست-۲، الف) جابه جایی جرم معلق، ب) سرعت جرم معلق، ج) جابه جایی جرم غیر معلق، د) سرعت جرم غیر معلق.

نتایج تجربی ارائه شده در شکل ۱۲ و جدول ۴ به وضوح برتری های الگوریتم پیشنهادی را نسبت به رویت گر حالت توسعه یافته مرسوم نشان می دهد. تحلیل این نتایج بیانگر چندین مزیت کلیدی روش پیشنهادی است:

۱- کارایی تخمین بهبود یافته:

- کاهش قابل توجه خطای تخمین در تمامی حالت های سیستم
- دقت بالاتر در تخمین هم زمان جابه جایی و سرعت هر دو جرم

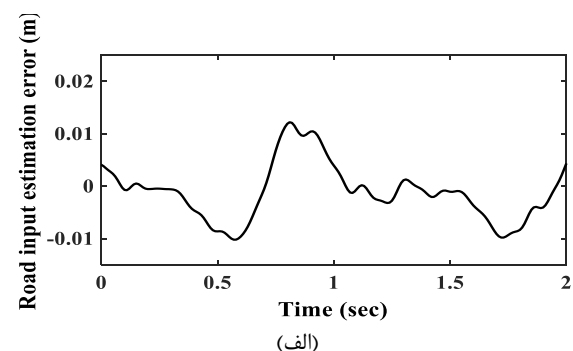
۲- ویژگی های همگرایی مطلوب:

- همگرایی در بازه زمانی ثابت و قابل پیش بینی
- عملکرد مستقل از شرایط اولیه سیستم
- پایداری قابل اطمینان در سناریوهای مختلف عملیاتی

۳- مزایای عملیاتی:

- مقاومت بهتر در برابر عدم قطعیت های مدل
- عملکرد پایدار در مواجهه با اغتشاشات خارجی
- قابلیت اعتماد بالا در شرایط واقعی

این ویژگی ها به ویژه در کاربردهای عملی سیستم های تعلیق خودرو که با شرایط متغیر و نامعینی های مختلف مواجه هستند، حائز اهمیت ویژه ای است. نتایج نشان می دهد که روش پیشنهادی نه تنها از دقت تخمین بالاتری برخوردار است، بلکه از قابلیت اطمینان و پایداری مطلوبی نیز در شرایط عملی مختلف بهره می برد. در نهایت در شکل ۱۳ نتایج مقایسه ورودی جاده بین رویت گر پیشنهادی و رویت گر حالت توسعه یافته ارائه شده است. بر اساس شکل ۱۳ هر دو الگوریتم از عملکرد مطلوبی در تخمین ورودی جاده برخوردار هستند.



(الف)

- dynamics motion: experimental validation. Proceedings of the 2011 American control conference; 2011: IEEE. DOI: 10.1109/ACC.2011.5991595
- [8] Doumiati M, Erhart S, Martinez J, Senane O, Dugard L. Adaptive control scheme for road profile estimation: application to vehicle dynamics. IFAC Proceedings Volumes. 2014;47(3):8445-50. DOI: <https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.00986>
- [9] Nodeh TF, Mirzaei M, Khosrowjerdi MJ. Simultaneous output selection and observer design for vehicle suspension system with unknown road profile. IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2021;70(5):4203-11. DOI: 10.1109/TVT.2021.3068647
- [10] Henderson GT. Fundamentals of Kalman Filtering: A Practical Approach. Progress in Astronautics and Aeronautics series Vol 190 P. Zarchan and H. Musoff American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1801 Alexander Bell Drive, Reston, VA 20191, USA. 2000. 664pp. Illustrated. 99.95 (non-members). ISBN 1-56347-455-7. The Aeronautical Journal. 2001;105(1049):400-. DOI: <https://doi.org/10.1017/S000192400001232X>
- [11] Jesussek M, Ellermann K. Fault detection and isolation for a nonlinear railway vehicle suspension with a Hybrid Extended Kalman filter. Vehicle System Dynamics. 2013;51(10):1489-501. DOI: <https://doi.org/10.1080/00423114.2013.810764>
- [12] Kang S-W, Kim J-S, Kim G-W. Road roughness estimation based on discrete Kalman filter with unknown input. Vehicle System Dynamics. 2019;57(10):1530-44. DOI: <https://doi.org/10.1080/00423114.2018.1524151>
- [13] Boada BL, Boada MJL, Zhang H. Sensor fusion based on a dual Kalman filter for estimation of road irregularities and vehicle mass under static and dynamic conditions. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2019;24(3):1075-86. DOI: 10.1109/TMECH.2019.2909977
- [14] Kim G, Lee SY, Oh J-S, Lee S. Deep learning-based estimation of the unknown road profile and state variables for the vehicle suspension system. IEEE Access. 2021;9:13878-90. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3051619
- [15] Sistla P, Chemmangat K, Figarado S. Design and implementation of passivity-based controller for active suspension system using port-Hamiltonian observer. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering. 2023;237(14):3367-79. DOI: <https://doi.org/10.1177/09544070221147364>
- [16] Li W, Chen L, Fu J, Luo L, Yu M. State estimation of magnetorheological suspension of all-terrain vehicle based on a novel adaptive Sage-Husa Kalman filtering. Smart Materials and Structures. 2024;34(1):015005. DOI: 10.1088/1361-665X/ad9441
- [17] Yang L, Zhao Y, Ren H, Chen J. State observer for semi-active suspension system based on MPA-UKF. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering. 2025;09544070251316599. DOI: <https://doi.org/10.1177/09544070251316599>
- [18] Rafatnia S, Nourmohammadi H, Keighobadi J. Fuzzy-adaptive constrained data fusion algorithm for indirect ترکیب هوشمندانه دو مکانیزم همگرایی کار می‌کند: ابتدا بخش همگرایی یکنواخت، خطاهای سیستم را به محدوده‌ای فشرده در مجاورت مبدأ هدایت می‌کند و سپس بخش همگرایی زمان ثابت، دقت نهایی را در بازه‌ای از پیش تعیین شده تأمین می‌نماید. این معماری نوین توانسته است به ویژگی‌های ممتازی دست یابد که از جمله می‌توان به تخمین دقیق نامعینی‌ها و ورودی ناشناخته جاده در زمان ثابت اشاره کرد. نکته حائز اهمیت، استقلال عملکرد این روش از شرایط اولیه سیستم است که آن را برای کاربردهای عملی بسیار مناسب ساخته است. نتایج تجربی به‌وضوح برتری‌های این روش را نشان می‌دهند. در مقایسه با رویت‌گرهای مرسوم، روش پیشنهادی نه تنها در رساندن خطای تخمین به صفر موفق‌تر عمل کرده، بلکه خاصیت زمان-ثابت بودن را نیز به خوبی محقق ساخته است. همچنین مقاومت بالای این روش در برابر تغییرات خطای اولیه، قابلیت اطمینان آن در شرایط واقعی را تأیید می‌کند. این ویژگی‌ها در کنار امکان محاسبه نظری کران بالای زمان همگرایی تخمین، مزیت‌های قابل توجهی برای کاربردهای عملی این روش به همراه دارد.
- ### ۱۰- مراجع
- [1] Ahangari Sisi Z, Mirzaei M, Rafatnia S. Design and Experimental Validation of an Extended State Observer for Estimating of Uncertainties and Unknown Road Input in a Quarter-car McPherson Suspension System. Amirkabir Journal of Mechanical Engineering. 2024;55(12):1499-522 (In Persian). DOI: 10.22060/mej.2024.22681.7658
- [2] Aghasizade S, Mirzaei M, Rafatnia S. Novel constrained control of active suspension system integrated with anti-lock braking system based on 14-degree of freedom vehicle model. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics. 2018;232(4):501-20. DOI: <https://doi.org/10.1177/1464419317752612>
- [3] Abdi B, Mirzaei M, Rafatnia S, Akbari Alvanagh A. Analytical Design of Constrained Nonlinear Optimal Controller for Vehicle Active Suspension System considering the Limitation of Hydraulic Actuator. Journal of Control. 2017;11(3):25-34 (In Persian). DOI: 20.1001.1.20088345.1396.11.3.4.5
- [4] Sever M, Yazici H. Disturbance observer based optimal controller design for active suspension systems. IFAC-PapersOnLine. 2016;49(9):105-10. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.505>
- [5] Abdi B, Mirzaei M, Mojed Gharamaleki R. A new approach to optimal control of nonlinear vehicle suspension system with input constraint. Journal of vibration and control. 2018;24(15):3307-20. DOI: <https://doi.org/10.1177/1077546317704598>
- [6] Wang J, Jin F, Zhou L, Li P. Implementation of model-free motion control for active suspension systems. Mechanical Systems and Signal Processing. 2019;119:589-602. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.10.004>
- [7] Doumiati M, Victorino A, Charara A, Lechner D, editors. Estimation of road profile for vehicle

- [28] Ni J, Liu L, Chen M, Liu C. Fixed-time disturbance observer design for Brunovsky systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*. 2017;65(3):341-5. **DOI:** 10.1109/TCSII.2017.2710418
- [29] Angulo MT, Moreno JA, Fridman L. Robust exact uniformly convergent arbitrary order differentiator. *Automatica*. 2013;49(8):2489-95. **DOI:** <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2013.04.034>
- [30] Perruquetti W, Floquet T, Moulay E. Finite-time observers: application to secure communication. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2008;53(1):356-60. **DOI:** 10.1109/TAC.2007.914264
- [31] Hou X, Cui L, Chang S, Zong Y, editors. Fixed-Time ESO Based Prescribed Performance Fixed-Time Controller Design for a Quadrotor. *Advances in Guidance, Navigation and Control: Proceedings of 2020 International Conference on Guidance, Navigation and Control, ICGNC 2020, Tianjin, China, October 23–25, 2020*; 2021: Springer. **DOI:** https://doi.org/10.1007/978-981-15-8155-7_111
- [32] Bhat SP, Bernstein DS. Geometric homogeneity with applications to finite-time stability. *Mathematics of Control, Signals and Systems*. 2005;17(2):101-27. **DOI:** <https://doi.org/10.1007/s00498-005-0151-x>
- centralized integrated SINS/GNSS navigation system. *Gps Solutions*. 2019;23(3):62. **DOI:** <https://doi.org/10.1007/s10291-019-0845-z>
- [19] Abdolkarimi ES, Mosavi MR, Rafatnia S, Martín D. A hybrid data fusion approach to AI-assisted indirect centralized integrated SINS/GNSS navigation system during GNSS outage. *IEEE Access*. 2021;9:100827-38. **DOI:** 10.1109/ACCESS.2021.3096422
- [20] Wang H, Mustafa GI, Tian Y. Model-free fractional-order sliding mode control for an active vehicle suspension system. *Advances in Engineering Software*. 2018;115:452-61. **DOI:**
- [21] Wang G, Chadli M, Basin MV. Practical terminal sliding mode control of nonlinear uncertain active suspension systems with adaptive disturbance observer. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*. 2020;26(2):789-97. **DOI:** 10.1109/TMECH.2020.3000122
- [22] Du M, Zhao D, Ni T, Ma L, Du S. Output feedback control for active suspension electro-hydraulic actuator systems with a novel sampled-data nonlinear extended state observer. *IEEE Access*. 2020;8:128741-56. **DOI:** 10.1109/ACCESS.2020.3008734
- [23] Du M, Zhao D, Yang M, Chen H. Nonlinear extended state observer-based output feedback stabilization control for uncertain nonlinear half-car active suspension systems. *Nonlinear Dynamics*. 2020;100(3):2483-503. **DOI:** <https://doi.org/10.1007/s11071-020-05638-y>
- [24] Waghmare DB, Asutkar VG, Patre BM. Extended disturbance observer based robust sliding mode control for active suspension system: DB Waghmare et al. *International Journal of Dynamics and Control*. 2021;9(4):1681-94. **DOI:** <https://doi.org/10.1007/s40435-021-00761-z>
- [25] Rafatnia S. Adaptive fixed-time terminal sliding mode control of a Peltier cell fused with a fuzzy fixed-time perturbation estimator. *Journal of Process Control*. 2025;148:103391. **DOI:** <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2025.103391>
- [26] Sisi ZA, Mirzaei M, Rafatnia S. Estimation of vehicle suspension dynamics with data fusion for correcting measurement errors. *Measurement*. 2024;231:114438. **DOI:** <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2024.114438>
- [27] Salmani Arani MM, Mirzaei M, Akbari Alvanagh A, Aghasizade Shaarbaf S. Identification of a nonlinear model for elements of a test rig of quarter car suspension system. *Modares Mechanical Engineering*. 2016;15(11):136-42 (In Persian). **DOI:** <https://sid.ir/paper/177756/en>