



Dynamic Analysis and Vibrations Control of a Composite Airplane Wing with Piezoelectric Actuator Patches

Kaveh Saboohian¹, Ahmad Mamandi^{2*} 

¹ M.Sc. graduate, Department of Mechanical Engineering, Pa.C., Islamic Azad University, Parand, Iran.

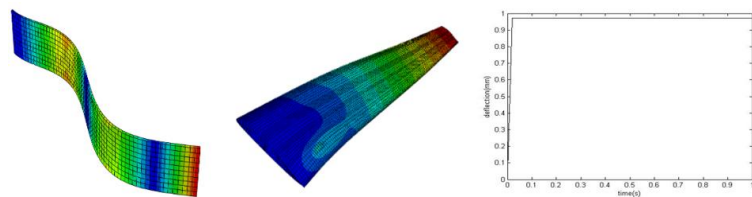
² Professor, Department of Aerospace Engineering, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.

(*Correspondence: ahmad.mamandi@iau.ac.ir)

HIGHLIGHTS

- Dynamic analysis of an airplane composite wing with piezoelectric actuator patches was performed using FEM.
- Applying a PID controller, the response of closed loop model of the sytem under external disturbance forces were extracted.
- Composite wing has natural frequencies higher than that of aluminum wing.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 25 August 2025

Received in revised form: 30

January 2026

Accepted: 22 February 2026

Available online: 05 April 2026

*Correspondence:

ahmad.mamandi@iau.ac.ir

Keywords:

Modal Analysis

Composite Airplane Wing

Piezoelectric Sensor-Actuator patches

Open and Closed Loop PID Controller

ABSTRACT

In this paper, dynamic analysis of a composite wing of a typical airplane with Piezoelectric sensor and actuator patches has been performed using ABAQUS finite element package. The modal analysis for a 3-D model of a specified wing made up of three different composite material including basalt-epoxy, kevlar-epoxy and carbon epoxy has been done to determine and compare modal shapes of the composite wing and its corresponding natural frequencies. Then, based on structural analysis, 3-D distributions of stress, strains and displacements components are obtained. Moreover, using a written code in MATLAB/Simulink applying the PID controller to the model, the vibration control of the composite wing has been investigated. To do this, the responses of both open and closed loop control models of the system with PID controller under external disturbance forces in the form of unit step, ramped and sinousoidal input functions are extracted. It was shown from the obtained results that the composite wing made up of carbon-epoxy material has modal natural frequencies higher than that of aluminum wing. Also, considering the closed loop PID controller for the composite wing with Piezoelectric actuators revealed that a very good performance of the system against applied disturbances in which the active PID controller reduced the wing tip displacement under disturbances in the form of unit step, ramped and sinousoidal functions by 96.5%, 98% and 99%, respectively.

Cite this article: Saboohian K, Mamandi A[©]. Dynamic Analysis and Vibrations Control of a Composite Airplane Wing with Piezoelectric Actuator Patches. Journal of Aerospace Mechanics. 2025; 22 (1): 45-62.

DOI: <https://doi.org/10.47176/MAJ.2026.1533>

© Author(s) retain the copyright and full publishing rights

Publisher: Imam Hossein Comprehensive University.





تحلیل دینامیکی و کنترل ارتعاشات بال هواپیما از ماده مرکب با وصله‌های عملگر پیزوالکتریک

کاوه سبوحیان^۱، احمد مامندی^{۲*}

^۱ کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد پرند، دانشگاه آزاد اسلامی، پرند، ایران.

^۲ استاد، گروه مهندسی هوا فضا، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول: ahmad.mamandi@iau.ac.ir)

برجسته‌ها

- تحلیل دینامیکی بال هواپیما از ماده مرکب با وصله‌های عملگر پیزوالکتریک به کمک FEM انجام شده است.
- پاسخ کنترل حلقه باز و بسته سیستم به نیروهای اغتشاشی خارجی توسط کنترل کننده PID بررسی شده است.
- بال مرکب دارای فرکانس‌های طبیعی بالاتری نسبت به بال آلومینیومی است.

مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۰۳ شهریور ۱۴۰۴

بازنگری: ۱۰ بهمن ۱۴۰۴

پذیرش: ۰۳ اسفند ۱۴۰۴

ارائه آنلاین ۱۶ فروردین ۱۴۰۵

*نویسنده مسئول:

ahmad.mamandi@iau.ac.ir

کلید واژه‌ها:

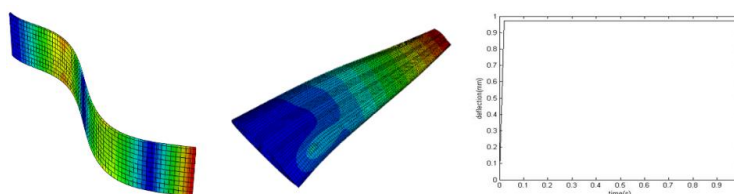
تحلیل مودال

بال هواپیما از ماده مرکب

وصله‌های حسگر - عملگر پیزوالکتریک

کنترل کننده PID حلقه باز و حلقه بسته

چکیده گرافیکی



چکیده

در این مقاله، تحلیل دینامیکی بال یک هواپیما از ماده مرکب همراه با وصله‌های حسگر و عملگر پیزوالکتریک به کمک روش اجزای محدود (FEM) توسط نرم‌افزار ABAQUS انجام شده است. تحلیل مودال بال سه‌بعدی ساخته شده از سه نوع ماده مرکب مختلف شامل کولار - اپوکسی، بازالت - اپوکسی و کربن - اپوکسی برای تعیین و مقایسه شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی آن انجام شده است. سپس، در تحلیل سازه‌ای بال، توزیع‌های تنش، کرنش و جابه‌جایی به‌دست آمده‌اند. علاوه بر این، با استفاده از کد تهیه شده در نرم‌افزار Matlab/Simulink، با در نظر گرفتن کنترل کننده PID حلقه باز و حلقه بسته سیستم، کنترل ارتعاشات بال مورد بررسی قرار گرفته است. نمودارهای پاسخ حلقه باز و بسته سیستم به نیروهای اغتشاشی خارجی وارد بر بال به شکل توابع پله واحد، رمپ و سینوسی استخراج شده‌اند. نتایج به‌دست آمده نشان دادند که بال مرکب ساخته شده از ماده کربن - اپوکسی دارای فرکانس‌های طبیعی بالاتری نسبت به بال آلومینیومی است. همچنین، کنترل کننده PID حلقه بسته سیستم بال مرکب به همراه وصله‌های عملگر پیزوالکتریک نشان داد که بال در برابر اغتشاشات اعمالی به‌خوبی عمل کرده و پاسخ‌های مناسبی ارائه داده به‌طوریکه جابه‌جایی نوک بال هواپیما به اغتشاشاتی به شکل پله واحد، رمپ و سینوسی به ترتیب به میزان ۹۶/۵٪، ۹۸٪ و ۹۹٪ کاهش یافته است.

استناد: سبوحیان، کاوه، مامندی، احمد[©]. تحلیل دینامیکی و کنترل ارتعاشات بال هواپیما از ماده مرکب با وصله‌های عملگر پیزوالکتریک. مکانیک هوا فضا. ۱۴۰۵؛ ۲۲ (۱): ۴۵-۶۲.

<https://doi.org/10.47176/MAJ.2026.1533>

نویسنده(گان) حق نشر و حقوق کامل انتشار را برای خود محفوظ می‌دارند.



ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع).

OPEN ACCESS

۱- مقدمه

سازه‌های متشکل از مواد مرکب از جمله مهم‌ترین سازه‌هایی هستند که در مهندسی مدرن و به‌ویژه در صنایع هوافضایی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این سازه‌ها به‌طور فزاینده‌ای در مهندسی عمران، مکانیک و حمل و نقل زمینی و دریایی نیز کاربرد بسیاری پیدا کرده‌اند. رفتار سازه‌های ساخته شده از مواد مرکب به‌طور قابل ملاحظه‌ای پیچیده‌تر از موارد همسانگرد است. مواد مرکب به دلیل وزن کم، مقرون به صرفه بودن و همچنین دارا بودن سفتی‌های مختلف و بالا در جهات مختلف لایه‌چینی‌های آنها، به‌طور گسترده‌ای برای اجزای کوچک و سازه‌های بزرگ مانند بال و بدنه هواپیماها، کشتی‌ها، پره‌های توربین‌های بادی و پل‌های کوچک استفاده می‌شوند. انتخاب مواد سرامیکی و برخی از پلیمرها، پدیده پیزوالکتریک را به نمایش می‌گذارد. پلاریزه شدن از یک میدان الکتریکی یا ولتاژ، موجب تنظیم ترازهای دوپل در ساختار بلوری می‌شود که در نتیجه آن، کرنش مکانیکی حاصل می‌شود. معکوس اثر پیزوالکتریک، یعنی تولید میدان الکتریکی از کرنش اعمال شده، نیز توسط این مواد نمایش داده می‌شود. مواد پیزوالکتریک قادر به رسیدن به کرنش‌های بزرگ و فرکانس‌های بالای کاری هستند، با این حال کارکرد آنها به کرنش‌های نسبتاً کوچک محدود می‌شوند. این رفتار موجب پیوند آنها با سایر مواد شده تا ویژگی‌های عملکردی آنها افزایش یابد.

ازسوی دیگر، کاربرد سازه‌های هوشمند در مقایسه با مکانیزم‌های لولایی و پیوسته معمولی در بخش‌های مختلف سازه‌هایی هوایی مانند اتصالات سطوح کنترل و بال مانند اسلت و فلپ به عنوان تجهیزات افزایش برآ و کاهش پسا، مزیت‌هایی از جمله کاهش وزن و امکان حفظ شکل پیوسته بال سازه هوایی را دارند. این ویژگی‌ها در زمینه آیرودینامیک و سازه‌های هوایی هوشمند و همچنین برای کاربرد در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی و سازه‌های فضایی بسیار مطلوب هستند. با وجود مزایای زیادی که سازه‌های هوشمند دارند؛ ولی طراحی سازه‌های هوشمند بسیار پیچیده بوده و اغلب دچار ناسازگاری از منظر کارکرد سازه‌ای-هندسی می‌شوند. از نظر آیرودینامیکی، سازه‌ها نیازمند تغییرات هندسی بزرگ برای تاثیر بر روی جریان و کاهش پسا و افزایش برآ هستند. از لحاظ ساختاری به سبب محدودیت در مواد اولیه، دستیابی به سازه‌های هوشمند دشوار است. بدین سبب لازم است که سازه‌های هوایی هوشمند در زمینه‌های ساخت و تولید، طراحی و تحلیل پیشرفت نمایند.

در حال حاضر، بال هواپیماها دارای اتصال‌های لولایی بوده که به لبه فرار یک بال متصل می‌شوند. به‌عنوان یکی از جنبه‌های نوآوری در این مقاله برای هوشمندسازی بال مرکب از چیدمانی با فواصل مساوی از عملگرهای پیزوالکتریک بر روی آن استفاده شده است. این عملگرها در مواجهه با نیروها به‌صورت هوشمند عمل کرده و با تغییر زاویه انحنای ایرفویل نیروی برآی وارد بر بال را تنظیم و

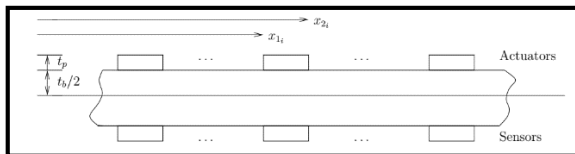
هواپیما را متعادل می‌کنند. در این حالت بال طراحی شده، نیازی به لولا نداشته و به‌صورت یکپارچه عمل می‌کند. در زیر برخی از کارهای انجام شده در زمینه کاربرد مواد پیزوالکتریک در کنترل ارتعاشات بال وسایل هوایی بررسی شده‌اند.

در [۱] کنترل فعال فلاتر بال هواپیما با در نظر گرفتن عملگرهای پیزوالکتریک بر روی سطوح کنترل فلپ در لبه فرار بال مورد مطالعه قرار گرفته است. از کنترل کننده حلقه بسته برای سرکوب ارتعاشات و فلاتر بال مجهز به عملگر پیزوالکتریک استفاده شده است. کنترل ارتعاش بدنه و بال انعطاف‌پذیر یک هواپیما همراه با سطوح کنترل آن با در نظر گرفتن وصله‌های عملگرهای پیزوالکتریک بر روی بال با در نظر گرفتن نظریه تیر اوایلر برنولی برای مدل خمشی بال با استفاده از روش اغتشاشات در [۲] مطالعه شده است. کنترل فعال برای بررسی رخداد پدیده فلاتر خمشی-پیچشی بال با سطوح کنترل در لبه فرار بال مجهز به عملگر پیزوالکتریک در رژیم جریان مادون صوت در آزمایش تونل باد در [۳] بررسی شده است. در [۴] تحلیل فرکانسی ارتعاشات آزاد تیر جدار نازک ساخته شده از ماده مرکب گرافیت - اپوکسی به‌عنوان مدل بال یک هواپیما و همچنین کنترل فعال ارتعاشات بال در مدل تیر نازک با در نظر گرفتن وصله‌های عملگرهای پیزوالکتریک PZT-4 بر روی دهانه تیر به‌عنوان مدل بال با استفاده از روش کنترل پس‌خورد سرعت مطالعه شده است. با اعمال گشتاور خمشی در نوک بال پاسخ کنترل پس‌خورد بال بررسی شده است. در [۵] تحلیل پاسخ کنترل فعال ارتعاش بال ساخته شده از مواد مرکب یک هواپیما با در نظر گرفتن حسگر و عملگر پیزوالکتریک بررسی شده و کنترل فعال ارتعاش با در نظر گرفتن کنترل پس‌خورد خروجی به‌دست آمده است. با استفاده از شبیه‌سازی عددی به کمک نرم‌افزار ANSYS شکل مودهای ارتعاشی بال به‌دست آمده و پاسخ کنترل پس‌خورد جابه‌جایی ارتعاش آزاد و اجباری بال هواپیما با در نظر گرفتن عملگرهای پیزوالکتریک مورد بررسی قرار گرفته است. در [۶] اثر در نظر گرفتن کنترل پس‌خورد برای ارتعاش در مدل آیرولاستیک بال هواپیما در مدل تیر نازک با استفاده از عملگرهای پیزوالکتریک بررسی شده است. در [۷] کنترل فعال ارتعاش بال آلومینیومی یک هواپیما با در نظر گرفتن عملگرهای پیزوالکتریک بر روی پوسته بالایی مدل بال با استفاده از روش پس‌خورد سرعت مطالعه شده است. با مدل‌سازی اجزای محدود بال در نرم‌افزار ANSYS تحت بارهای اغتشاشی یکسان، چهار عملگر در نظر گرفته شدند و بهره‌های کنترلی مختلف برای حصول به ولتاژهای عملگری بهینه مورد بررسی قرار گرفتند. در [۸] کنترل فعال آیرولاستیک بال هواپیما با در نظر گرفتن وصله‌های عملگرهای پیزو-مرکب بر روی بال مطالعه شده است. در [۹] با استفاده از کنترل کننده پس‌خورد شتاب مستقیم، پایداری ارتعاشات بال هواپیما بررسی شده است. مدل عددی با به‌کارگیری نرم‌افزار ANSYS شبیه‌سازی شده و روش کنترلی برای ایجاد ولتاژ

تنش، کرنش و جابه جایی به کمک روش FEM توسط نرم افزار ABAQUS انجام شده است. سپس، با استفاده از کد تهیه شده در نرم افزار Matlab/Simulink، با در نظر گرفتن کنترل کننده PID، پاسخ های کنترل فعال حلقه باز و حلقه بسته سیستم با در نظر گرفتن چهار عملگر پیزوالکتریک قرار گرفته در راستای طولی بر روی دهانه بال در سرکوب ارتعاشات ناشی از نیروهای اغتشاشی خارجی به شکل توابع پله واحد، رمپ و سینوسی مورد بررسی قرار گرفته و مقایسه شده اند. این موارد بالا را می توان به عنوان جنبه های نوآوری کار کنونی نسبت به دیگر پژوهش های انجام شده دانست.

۲- معادلات حاکم

در شکل ۱، یک تیر به همراه تعدادی از حسگر و عملگرهای (محرک) پیزوالکتریک نشان داده شده است. برای ساده سازی در استخراج معادلات حاکم بر دینامیک مسئله، مبدل های پیزوالکتریک به صورت ایده آل در نظر گرفته شده اند. محرک i ام در معرض ولتاژ $V_{ai}(t)$ قرار دارد و ولتاژ القا شده در حسگر i ام، $V_{pi}(t)$ است.



شکل ۱: شماتیک تیر به همراه حسگرها و عملگرها

تیر دارای طول l_b ، عرض w_b و ضخامت t_b است. همچنین، ابعاد متناظر با هر وصله پیزوالکتریک d_p ، w_p و t_p است. علاوه بر این، جابه جایی دینامیکی تیر در نقطه x و زمان t با $z(x, t)$ نشان داده شده است. دینامیک سازه تیر در مدل تیر اوپلر - برنولی توسط معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر بیان می شود

$$E_b I_b \frac{\partial^4 Z(x, t)}{\partial x^4} + \rho_b A_b \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 M_x(x, t)}{\partial x^2} + f(x, t) \quad (1)$$

که E_b ، A_b ، ρ_b و I_b به ترتیب چگالی، سطح مقطع، مدول الاستیسیته و گشتاور اینرسی تیر حول محور خنثی را نشان می دهند. $M(x, t)$ گشتاور کل موثر بر روی تیر است که از مجموع گشتاورهای اعمال شده بر روی تیر توسط هر محرک به دست می آید یعنی

$$M_x(x, t) = \sum_{i=1}^m M_{x_i}(x, t) \quad (2)$$

گشتاور اعمال شده بر روی تیر توسط محرک i ام، $M_{x_i}(x, t)$ را می توان به صورت زیر نوشت

عملگری مورد نیاز با در نظر گرفتن شش عملگر پیزوالکتریک بر روی بال بر اساس پس خورد شتاب در شکل موده های مختلف ارتعاش آزاد بال مطالعه شده است. در [۱۰] مقایسه ای بین نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی با در نظر گرفتن روش های پیشرفته کنترل شامل کنترل بهینه خطی مرتبه دوم تنظیم کننده (LQR) در کاهش ارتعاش بال هواپیما مورد مطالعه قرار گرفته است. پایداری بال یک وسیله نقلیه هوایی بدون سرنشین با استفاده از کنترل ارتعاش فعال با در نظر گرفتن کنترل کننده های PI، P و پس خورد سرعت (VF) با در نظر گرفتن عملگرهای پیزوالکتریک بر روی بال ساخته شده از ماده مرکب توسط شبیه سازی عددی در نرم افزار ANSYS در [۱۱] بررسی شده است. در [۱۲] بر اساس مدل آیرودینامیکی بال با استفاده از روش اجزای محدود در مدل آیرودینامیک ناپایا در نظریه تئودرسن، کنترل ارتعاش بال هواپیما که به صورت یک تیر نازک مدل شده با استفاده از عملگرهای پیزوالکتریک بررسی شده است. در [۱۳] کنترل فعال و غیرفعال در سرکوب فلاتر برای بال های هواپیما با انعطاف پذیری بسیار بالا به کمک عملگرهای پیزوالکتریک و تولید انرژی الکتریکی با ایجاد ولتاژ توسط مبدل های پیزوالکتریک بررسی شده اند. برای محدود سازی ارتعاشات چرخه حدی ناشی از ناپایداری فلاتر بال از کنترل کننده گوسی خطی مرتبه دوم برای کنترل فعال استفاده شده است. در [۱۴] با استفاده از مدل سازی غیرخطی آیرودینامیک بال، کنترل فعال ارتعاشات بال های انعطاف پذیر هواپیما با استفاده از عملگر پیزوالکتریک و همچنین برداشت انرژی ناشی از ارتعاشات آن توسط مبدل عملگر پیزوالکتریک بررسی شده است. در [۱۵] کنترل حلقه باز برای کاهش ارتعاشات ناشی از پاسخ آیرودینامیک یک بال انعطاف پذیر ساخته شده از ماده مرکب همراه با عملگرهای پیزوالکتریک مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۶] اثر کنترل غیرفعال در فلاتر یک بال از ماده مرکب دارای آسیب با در نظر گرفتن عملگرهای پیزوالکتریک با استفاده از روش اجزای محدود مطالعه شده است. در [۱۷] کنترل فعال فلاتر یک ورق مستطیلی آسیب دیده و ساخته شده از ماده مرکب لایه ای با سفتی متغیر با در نظر گرفتن عملگرهای پیزوالکتریک با استفاده از روش اجزای محدود به کمک نرم افزار MSC.Nastran بررسی شده است. این مقاله به تحلیل ارتعاشات بال های کامپوزیتی با استفاده از وصله های پیزوالکتریک و بررسی عملکرد کنترل کننده فعال PID می پردازد که از نظر اهمیت علمی و کاربردی مرتبط با طراحی بال های هوشمند و سازه های انعطاف پذیر هوافضایی است و تلاش دارد با بهره گیری از شبیه سازی های المان محدود، رفتار دینامیکی سازه و اثر کنترل کننده بر سرکوب ارتعاشات را مورد بررسی قرار دهد. در این راستا، تحلیل های مودال و سازه ای بال سه بعدی ساخته شده از سه نوع ماده مرکب مختلف شامل کولار - اپوکسی، بازالت - اپوکسی و کربن - اپوکسی برای تعیین و مقایسه شکل مودها و فرکانس های طبیعی بال مرکب، توزیع های

که m تعداد شکل مود تیر است. در نتیجه برای تابع انتقال عملگر و تیر داریم که

$$G_{zf} = \frac{Z(x, s)}{F(s)} = \sum_{j=1}^m \frac{\beta_j W_{j(x)}}{s^2 + 2\xi_j A_j s + A_j^2} \quad (13)$$

معادلات حسگر: ولتاژ پیزوالکتریک القا شده در حسگر i ام را می‌توان به صورت زیر به دست آورد

$$v_{pi}(t) = \frac{d_{31} E_p w_p}{c_p} \int_{x_1}^{x_2} \varepsilon_1 dx \quad (14)$$

که در آن عبارت کرنش مکانیکی ε_1 در حسگر i ام را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد

$$\varepsilon_1 = -\left(\frac{t_b}{2} + t_p\right) \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}, \quad Z(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(x) q_k(t) \quad (15)$$

در نتیجه ولتاژ القا شده در حسگر به صورت زیر است

$$v_{pi}(t) = -\left[\frac{d_{31} E_p w_p}{c_p} \left(\frac{t_b}{2} + t_p\right) \sum_{j=1}^m \frac{\psi_{ji}}{W_j}\right] Z(x, t), \quad (16)$$

با اعمال تبدیل لاپلاس و صفر در نظر گرفتن مقادیر شرایط اولیه مسئله، رابطه زیر برای تابع تبدیل حسگر G_{vpz} به دست می‌آید

$$G_{vpz} = \frac{V_p(s)}{Z(x, s)} = \bar{\gamma} \sum_{j=1}^m \frac{\psi_{ji}}{W_j}, \quad (17)$$

که $\bar{\gamma} = -\frac{d_{31} E_p w_p}{c_p} \left(\frac{t_b}{2} + t_p\right)$ تابع تبدیل ولتاژ کنترلی به نیرو G_{fva} عبارت است از

$$G_{fva} = \frac{F(s)}{V_a(s)} = N \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \frac{\psi_{ji}}{\beta_j} \quad (18)$$

و در نهایت برای تابع تبدیل G داریم

$$G = \sum_{j=1}^m A_j^2 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n W_j(x) G_{vpz} \frac{\psi_{ji}}{(\beta_j W_j(x))}, \quad (19)$$

به عنوان نمونه برای بال مستطیلی معادل (ورق)، ولتاژ ایجاد شده در حسگر پیزوالکتریک ناشی از ارتعاش ورق از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۲، ۱۳، ۱۴، ۱۸ و ۱۹]

$$V_s = -\frac{e_{31} t_b}{A_s \epsilon_{33}} \cdot \left[h_m^s \left(\frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial y^2} \right) \right]^s, \quad (20)$$

وقتی که بال ارتعاش می‌نماید، یک سیگنال ولتاژ هم‌زمان V_a در محرک ایجاد می‌شود. این سیگنال به سیستم کنترل که توان ورودی عملگرهای توزیع شده بر روی ورق را تعیین می‌کند تغذیه می‌شود. برای ولتاژ عملگری V_a که توسط سیستم کنترل تعیین می‌شود وقتی که سیگنال محرک V_s برای بهره کنترلی ثابت G باشد، داریم که

$$V_a = G V_s = -\frac{e_{31}^2 t_b h_m^s G}{\epsilon_{33}} \left(\frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial y^2} \right), \quad (21)$$

که در روابط بالا e_{31} مولفه ماتریس پیزوالکتریک، ϵ_{33} مولفه ماتریس نفوذپذیری دی‌الکتریک و h_m^s فاصله صفحه میانی لایه

$$M_{x_i}(x, t) = \bar{k} v_{ai}(t) \{u(x - x_{1i}) - u(x - x_{2i})\} \quad (3)$$

که $u(x)$ بیانگر تابع پله واحد است به طوری که برای $u(x) = 0, x < 0$ و برای $u(x) = 1, x \geq 0$ است. عبارت $u(x - x_{1i}) - u(x - x_{2i})$ بیانگر مکان محرک i ام است. یک روش برای حل این PDE، تحلیل مودال است. در این روش فرض می‌شود که

$$z(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(x) q_k(t), \quad (4)$$

که در آن $w_k(x)$ شکل مود است که از طریق مقادیر ویژه مبتنی بر اصل تعامد بین مودها و با در نظر گرفتن شرایط مرزی تعیین می‌شود. برای تیر یکسر گیردار-یکسر آزاد شکل مود ارتعاشی عبارت است از

$$w_k(x) = \sin(\lambda_k x) - \sinh(\lambda_k x) + \alpha_k [\cosh(\lambda_k x) - \cos(\lambda_k x)], \quad (5)$$

که

$$\alpha_k = \frac{\sinh(\lambda_k l_b) + \sin(\lambda_k l_b)}{\cosh(\lambda_k l_b) + \cos(\lambda_k l_b)} \quad (6)$$

برای شرایط مرزی یکسر گیردار-یکسر آزاد، معادله مشخصه عبارت است از

$$\cos(\lambda_k l_b) + \cosh(\lambda_k l_b) = -1 \quad (7)$$

معادلات عملگر: معادله حاکم بر حرکت بال همراه با عملگر پیزوالکتریک و با در نظر گرفتن جمله میرایی $2\xi_j \dot{q}_j A_j$ به صورت زیر است

$$[I] \ddot{q}_j + A_j^2 q_j = N \psi_{ai}(t) + \beta_j [I] f(t) - 2\xi_j \dot{q}_j A_j \quad (8)$$

که در آن

$$A_j = \lambda_j^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{\rho_b A_b}}, \quad N = \frac{2\bar{k}}{\rho_b A_b l_b} \quad (9)$$

که

$$\psi_{ki} = W_k(x_{2i}) - W_k(x_{1i}), \quad \bar{k} = \frac{E_b E_p t_b^2 w_b w_p d_{31}}{E_b t_b w_b + E_p t_p w_p}, \quad (10)$$

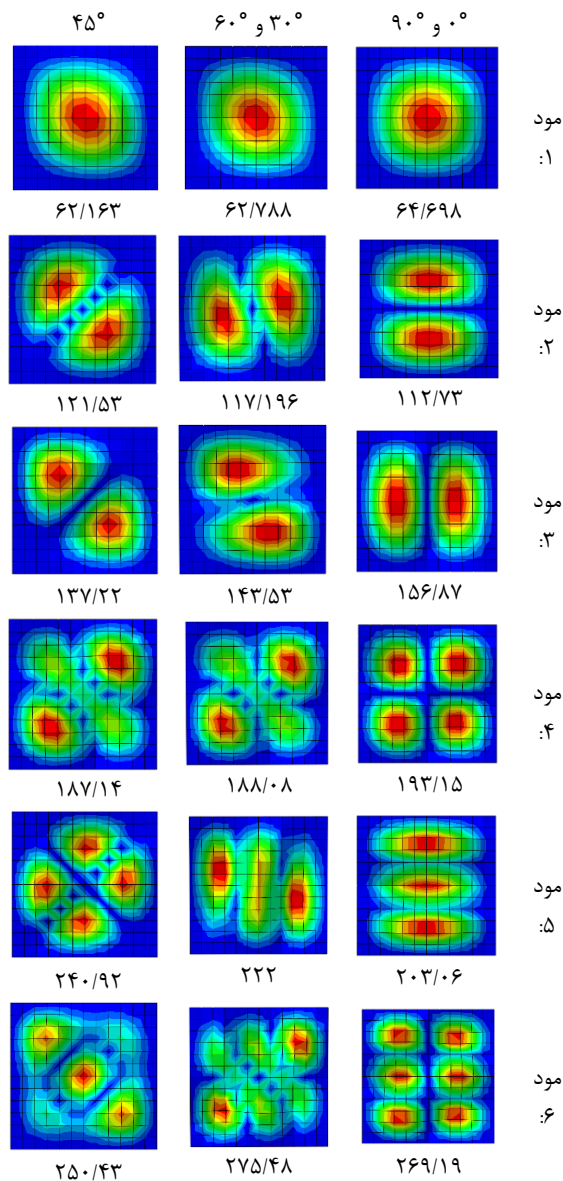
و

$$\beta_j = \frac{2}{\rho_b A_b l_b} (\sin(\lambda_j a) - \sinh(\lambda_j a) + \alpha_j [-\cos(\lambda_j a) + \cosh(\lambda_j a)]), \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)، a نشان دهنده محل اعمال نیرو است. با اعمال تبدیل لاپلاس به معادله (۸) و پیزوالکتریک و صفر در نظر گرفتن شرایط اولیه برای تیر، معادله زیر به دست می‌آید

$$Z(x, s) = N \sum_{j=1}^m \frac{\psi_{ji} W_{j(x)}}{s^2 + 2\xi_j A_j s + A_j^2} V_a(s) + \sum_{j=1}^m \frac{\beta_j W_{j(x)}}{s^2 + 2\xi_j A_j s + A_j^2} F(s) \quad (12)$$

در شکل ۳، نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل مودال برای تعیین فرکانس‌های طبیعی برحسب Hz و شکل مودهای ورق از ماده مرکب شیشه - پلی‌استر با زوایای لایه‌چینی مختلف ارائه شده است.



شکل ۳: فرکانس‌های طبیعی برحسب Hz و شکل مودهای ورق از ماده مرکب شیشه - پلی‌استر با زوایای لایه‌چینی مختلف

در جدول ۱، مقایسه نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل فرکانسی در پژوهش کنونی با استفاده از نرم‌افزار آباکوس و نتایج گزارش شده در مرجع [۲۰] برای ورق مرکب با زوایای لایه‌چینی مختلف ارائه شده است. از این جدول مشاهده می‌شود که تطابق بسیار مناسبی بین نتایج وجود دارد. بیشینه خطای اعتبارسنجی انجام شده برای همه فرکانس‌های طبیعی کمتر از ۰/۸۲٪ است. همچنین، شکل مودها برای همه چیدمان‌ها در مرجع [۲۰] با نتایج اعتبارسنجی در شکل ۳ مشابه هستند. با توجه به نتایج به‌دست آمده و مقایسه آنها، صحت‌سنجی نتایج تایید می‌گردد.

محرک تا صفحه خنثای ورق است. در نهایت، با داشتن ولتاژ عملگر V_a و جریان ایجاد الکتریکی شده در حسگر پیزوالکتریک (و یا مقاومت ترانسدیوسر پیزوالکتریک)، توان موردنیاز عملگرها برای شرایط عملی محاسبه می‌شود [۲، ۱۳، ۱۴، ۱۸ و ۱۹]

۳- مدل‌سازی و تحلیل مودال و سازه‌ای بال به کمک FEM

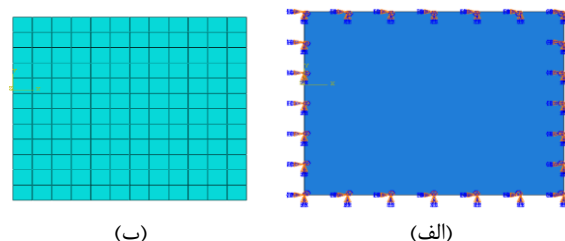
در این بخش، پس از اعتبارسنجی نتایج با مراجع موجود در حالت‌های خاص، تحلیل مودال بال معادل مستطیلی شکل با اتصال وصله‌های عملگر پیزوالکتریک به آن و همچنین بدون درنظر گرفتن آنها بر روی بال به کمک روش اجزای محدود برای نشان دادن تاثیر وصله‌ها در نتایج تحلیل فرکانسی بال مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس، مدل‌سازی و تحلیل مودال بال سه‌بعدی با درنظر گرفتن ایرفویل مشخص برای سطح مقطع آن و مواد مرکب مختلف به کمک FEM انجام شده است.

۳-۱- اعتبارسنجی نتایج

برای اعتبارسنجی نتایج حاصل از روش اجزای محدود به کمک نرم‌افزار آباکوس، تحلیل مودال یک ورق از ماده مرکب شیشه - پلی‌استر با ابعاد $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ و با ضخامت 0.105 cm با لایه‌چینی با زوایای مختلف 0° ، 30° ، 45° ، 60° ، 90° انجام شده و با نتایج گزارش شده در مرجع [۲۰] مقایسه شده است. در مدل‌سازی، به دلیل کم بودن ضخامت ورق نسبت به ابعاد آن از المان پوسته استفاده شده است. مشخصات مکانیکی ماده مرکب شیشه - پلی‌استر به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است [۲۰].

$$\rho = 1768.9\text{ kg/m}^3, E_1 = 37.41\text{ GPa}, E_2 = 13.67\text{ GPa}, \\ \nu_{12} = 10.3, G_{12} = 5.478\text{ GPa}, G_{13} = 6.03\text{ GPa}, G_{23} = 6.666\text{ GPa},$$

پس از اعمال مشخصات مکانیکی ورق در آباکوس و مونتاژکردن مدل ورق در آن، تعداد شکل مودهای مورد نیاز در تحلیل مودال تعیین می‌گردد. در تحلیل مودال، نیرویی به جسم اعمال نمی‌شود. در شکل ۲، شرایط مرزی ورق به‌صورت گیردار و مش‌بندی آن با ۱۲ المان در هر لبه نشان داده شده است.

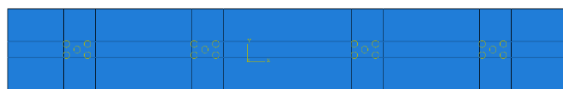


شکل ۲: الف- شرایط مرزی ورق، ب- مش‌بندی منظم ورق

جدول ۱: مقایسه نتایج به‌دست‌آمده از FEM در پژوهش کنونی و مرجع [۲۰] برای تحلیل فرکانسی ورق مرکب شیشه - پلی‌استر با زوایای لایه‌چینی مختلف

ردیف ماده	۰° و ۹۰°			۳۰° و ۶۰°			۴۵°		
	کار کنونی	مرجع [۲۰]	اختلاف %	کار کنونی	مرجع [۲۰]	اختلاف %	کار کنونی	مرجع [۲۰]	اختلاف %
۱	۶۴/۶۹۸	۶۵/۰۰۳	۰/۴۶۹	۶۲/۷۸۸	۶۳/۰۸۲	۰/۴۶۶	۶۲/۱۶۳	۶۲/۴۵۴	۰/۴۶۶
۲	۱۱۲/۷۳	۱۱۳/۳۱	۰/۵۱۲	۱۱۷/۹۶	۱۱۸/۶۰	۰/۵۴۰	۱۲۱/۵۳	۱۲۲/۲۲	۰/۵۶۴
۳	۱۵۶/۸۷	۱۵۷/۹۸	۰/۷۰۳	۱۴۳/۵۳	۱۴۴/۴۶	۰/۶۴۴	۱۳۷/۲۲	۱۳۸/۰۷	۰/۶۱۶
۴	۱۹۳/۱۵	۱۹۴/۵۵	۰/۷۲۰	۱۸۸/۰۸	۱۸۹/۳۹	۰/۶۹۲	۱۸۷/۱۴	۱۸۸/۴۵	۰/۶۹۵
۵	۲۰۳/۰۶	۲۰۴/۳۳	۰/۶۲۱	۲۲۲	۲۲۳/۶۰	۰/۷۱۵	۲۴۰/۹۲	۲۴۲/۸۵	۰/۷۹۵
۶	۲۶۹/۱۹	۲۷۱/۳۱	۰/۷۸۱	۲۷۵/۴۸	۲۷۷/۷۸	۰/۸۲۸	۲۵۰/۴۳	۲۵۲/۴۹	۰/۸۱۶

در نرم‌افزار آباکوس به‌عنوان نمونه اول، تک‌قطعه بال مستطیل شکل وارد می‌شود و سپس در نمونه دوم وصله‌های پیزوالکتریک به بال مستطیل شکل متصل (مونتاژ) می‌شوند. در تحلیل مودال، تعداد شکل مدهای مورد بررسی مشخص می‌گردند. لازم به ذکر است که وصله‌های پیزوالکتریک همراه با چسب به بال متصل می‌شوند به همین دلیل از اتصال نوع چسب^۱ مانند شکل ۴ برای اتصال وصله‌های پیزوالکتریک مستطیلی شکل به بال مستطیلی در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. در تحلیل مودال، نیرویی به جسم اعمال نمی‌گردد و از هرگونه میرایی سازه‌ای صرف‌نظر می‌شود. همچنین، شرایط مرزی بال به‌صورت یکسر گیردار-یکسر آزاد است. با توجه به هندسه ساده شکل بال مستطیلی، شبکه‌بندی به‌صورت مکعبی با انتخاب المان پوسته انجام شده است. لازم به ذکر است که از تعداد چهار عملگر پیزوالکتریک با فواصل یکسان بر روی دهانه میانی بال مستطیلی و همچنین برای بال سه‌بعدی در تحلیل‌های پیش رو استفاده شده است (شکل ۴ را ببینید).



شکل ۴: هندسه و چیدمان وصله‌های پیزوالکتریک بر روی بال مستطیلی

شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی بال آلومینیومی بدون وصله و با درنظرگرفتن وصله‌ها بر روی بال آلومینیومی با استفاده از تحلیل مودال در نرم‌افزار آباکوس برای پنج مود اول ارتعاش در شکل ۵ نشان داده شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۵ برای بال تنها و بال به همراه وصله‌های پیزوالکتریک نشان داده شده، در مود اول، فرکانس طبیعی کوچک بوده و شکل مود یک تاب کوچک دارد. در مود دوم، فرکانس طبیعی بیشتر شده و شکل مود بال یک خمش

۳-۲- تحلیل مودال بال معادل مستطیلی با اتصال وصله‌های پیزوالکتریک و بدون درنظرگرفتن آنها

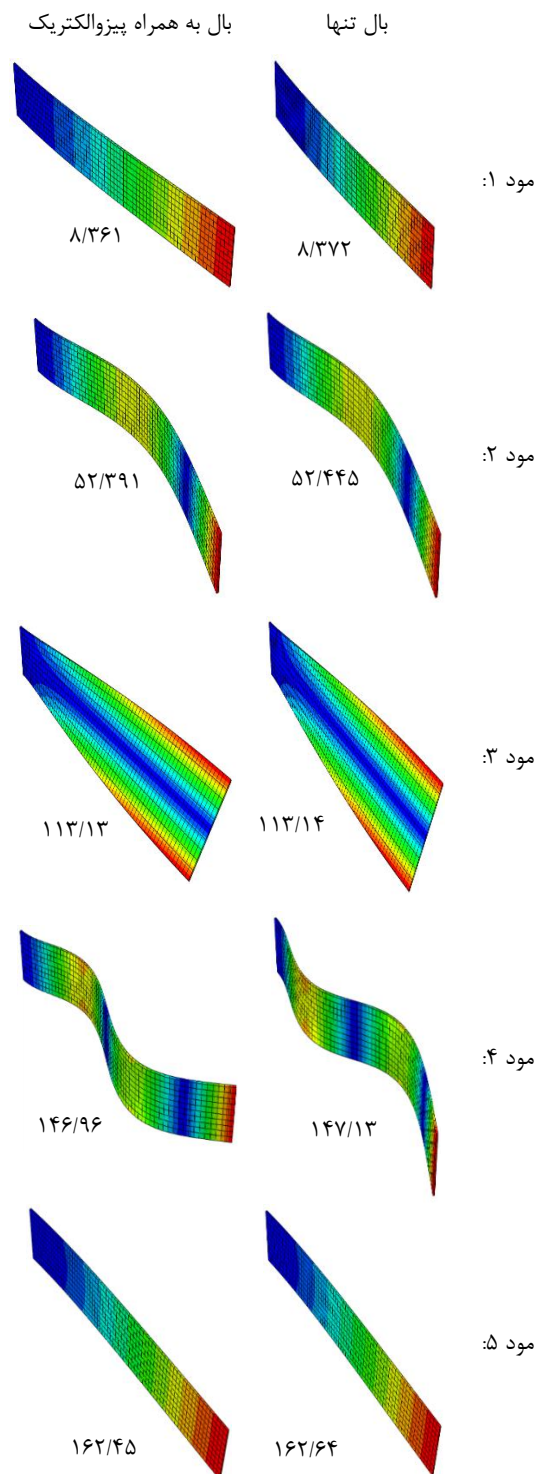
بال معادل یک مستطیل با ابعاد $0.1 \text{ m} \times 0.07 \text{ m}$ است. همچنین وصله‌های پیزوالکتریک دارای ابعاد (عرض $\times$ طول) $0.002 \text{ m} \times 0.047 \text{ mm}$ و ضخامت 0.003 mm است. لازم به ذکر است که بال معادل از ماده آلومینیوم با مشخصات مکانیکی $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ و $E = 70 \text{ GPa}$ در نظر گرفته شده است. مشخصات مکانیکی ماده پیزوالکتریک وصله‌ها در جدول ۲ ارائه شده است [۲۱].

جدول ۲: مشخصات مکانیکی و هندسی ماده پیزوالکتریک وصله‌ها

مقدار	کمیت (واحد)
۷۸۰۰	$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$
۶۰/۶۱	$E_1 \text{ (GPa)}$
۶۰/۶۱	$E_2 \text{ (GPa)}$
۴۰/۳۱	$E_3 \text{ (GPa)}$
۰/۲۰۹	ν_{12}
۰/۵۱۲	ν_{13}
۰/۵۱۲	ν_{23}
۲۳/۵	$G_{12} \text{ (GPa)}$
۲۳	$G_{13} \text{ (GPa)}$
۲۳	$G_{23} \text{ (GPa)}$
۰/۰۰۲	عرض $w_p \text{ (m)}$
۳e-۶	ضخامت $t_p \text{ (m)}$
۰/۰۰۴۷	طول $l_p \text{ (m)}$
-۲۷۴e-۱۲	ثابت شارژ $d_{31} \text{ (m/v)}$
۱۱۵e-۹	ظرفیت الکتریکی $c_p \text{ (nF)}$

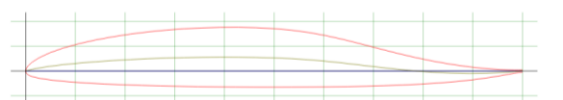
^۱ Tie

کربن - اپوکسی استفاده شده است. مشخصات مکانیکی این لایه‌های مرکب در جدول ۴ ارائه شده‌اند [۲۲].



شکل ۵: شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی بر حسب Hz برای بال آلومینیومی و بال آلومینیومی به همراه وصله‌های پیزوالکتریک

RONCZ LOW DRAG FLYING WING AIRFOIL - Roncz/Marske-7 low drag flying wing airfoil



شکل ۶: مقطع ایرفویل رونکز

کوچک دارد. در مود سوم، فرکانس طبیعی نسبت به فرکانس طبیعی دوم تقریباً دو برابر شده و شکل مود بال یک پیچش کوچک دارد. در مود چهارم فرکانس طبیعی افزایش یافته و شکل مود بال در دو نقطه خمش دارد. در مود پنجم مقدار فرکانس طبیعی افزایش یافته و شکل مود یک پیچش کوچک دارد. از تحلیل انجام شده در مودهای پیچشی مرتبه بالاتر نیز مشاهده گردید که به دلیل آنکه ابعاد اثر وصله‌های پیزوالکتریک کوچک است می‌تواند اثر آنها در ارتعاشات بال در نظر گرفته نشود.

۳-۳- مدل سازی و تحلیل مودال بال مرکب سه‌بعدی

شکل مقطع بال مدل‌سازی شده، مقطع ایرفویل رونکز^۲ است. این ایرفویل با ویژگی داشتن نیروی پسای اندک برای بال هواپیماهای سبک کاربرد دارد. این ایرفویل در شکل ۶ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که مطابق با نتایج تحلیل فرکانسی انجام شده در بخش ۳-۲ (شکل ۵ را ببینید)، وصله‌های پیزوالکتریک به دلیل دارا بودن ابعاد بسیار کوچک نسبت به بال در تعیین فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها در طراحی قطعه اصلی به‌منظور ساده‌سازی در نظر گرفته نشده‌اند. مشخصات هندسی بال مورد بررسی در جدول ۳ ارائه شده است. بال موردنظر ابتدا در نرم‌افزار SolidWorks طراحی شده سپس به نرم‌افزار آباکوس انتقال یافته و در آنجا مورد تحلیل قرار گرفته است. نمای سه‌بعدی بال طراحی شده در نرم‌افزار SolidWorks در شکل ۷-الف نشان داده شده است. بال مورد نظر دارای دو اسپار از جنس خود بال است (شکل ۷-ب را ببینید).

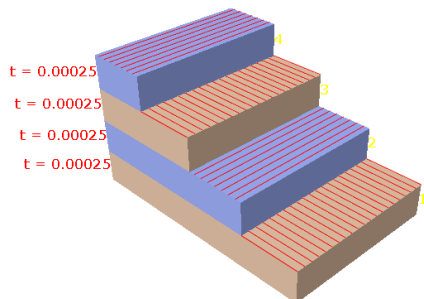
جدول ۳: مشخصات هندسی بال مدل‌سازی شده

پارامتر هندسی	مقدار (واحد)
وتر ریشه بال	۰/۲۵ (m)
وتر نوک بال	۰/۰۷ (m)
طول نصف دهانه بال	۰/۶ (m)
ایرفویل ریشه بال	RoncZ
ایرفویل نوک بال	RoncZ
مکان اسپار جلویی (% از طول وتر)	۲۰٪
مکان اسپار عقبی (% از طول وتر)	۶۵٪

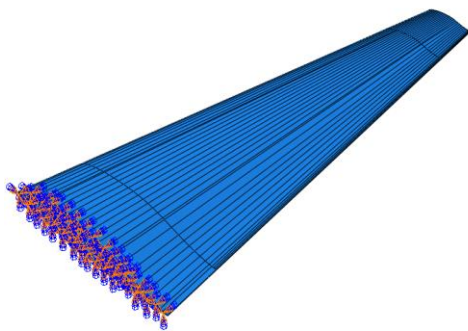
برای تحلیل مودال بال مرکب و مقایسه نتایج از سه نوع ماده مرکب در لایه‌چینی‌ها شامل کولار - اپوکسی، بازالت - اپوکسی و

^۲ Roncz

انجام می‌شود. سپس با تعیین تحلیل مودال و تعداد شکل مود مورد نیاز برای بررسی، راه‌حل تحلیل مشخص می‌گردد. با توجه به انجام تحلیل فرکانسی، نیرویی به جسم اعمال نمی‌گردد. همچنین شرایط مرزی بال به صورت یکسر گیردار است (شکل ۹ را ببینید).



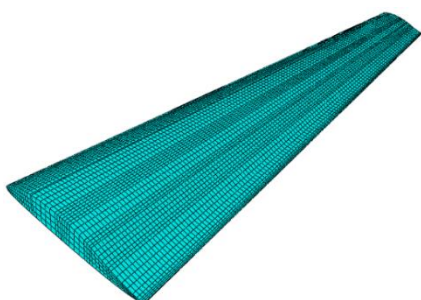
شکل ۸: نمایش لایه‌چینی و ضخامت لایه‌ها در پوسته بال مرکب



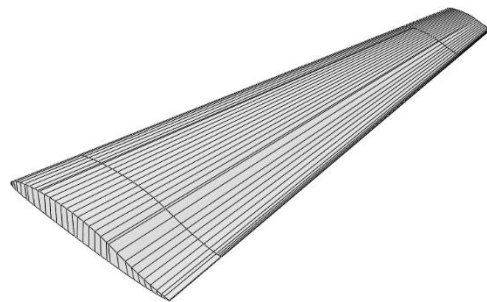
شکل ۹: اعمال شرایط مرزی بر روی مدل سه‌بعدی بال

برای شبکه‌بندی بال، به دلیل داشتن سطح‌های دارای انحنا در ماژول مش آباکوس، از روش مش‌بندی جاروب با روش top-down برای تولید مش استفاده شده است. نوع المان به صورت پوسته انتخاب شده است. این المان در هر گره دارای چهار درجه آزادی است. انتخاب این نوع المان به دلیل شکل انحنادار بال به صورت پوسته با ضخامت معین است. در شکل ۱۰، مدل شبکه‌بندی شده بال نشان داده شده است.

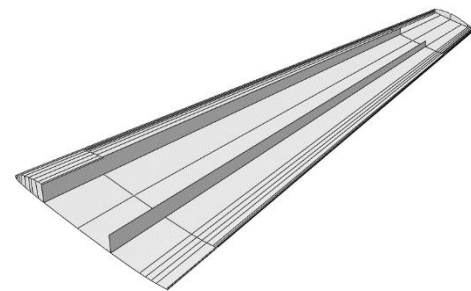
در شکل‌های ۱۱ تا ۱۴، به ترتیب برای بال آلومینیومی، بال مرکب بازالت - اپوکسی، بال مرکب کولار - اپوکسی و بال مرکب کربن - اپوکسی، شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از تحلیل مودال برای شش مود اول نشان داده شده‌اند.



شکل ۱۰: مدل شبکه‌بندی شده بال سه‌بعدی



(الف)



(ب)

شکل ۷: (الف) - مدل سه‌بعدی بال، (ب) - نمای برش داده شده از بال و دو اسپار آن

جدول ۴: مشخصات مکانیکی لایه‌های کامپوزیتی [۲۲]

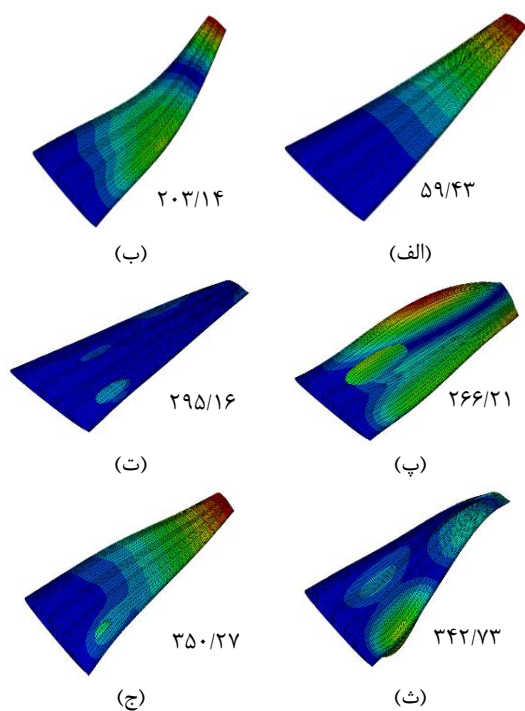
مشخصه	کولار - اپوکسی	بازالت - اپوکسی	کربن - اپوکسی
$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$	۱۳۰۰	۱۶۴۲	۱۷۵۰
$E_1 \text{ (GPa)}$	۲۲	۱۵	۹۸
$E_2 \text{ (GPa)}$	۲۲	۱۵	۹۸
$E_3 \text{ (GPa)}$	۱۲	۸	۳۷
ν_{12}	۰/۰۶	۰/۰۴	۰/۰۶
ν_{13}	۰/۲۲	۰/۱۸	۰/۲۱
ν_{23}	۰/۲۲	۰/۱۸	۰/۲۱
$G_{12} \text{ (GPa)}$	۲/۵	۳/۴	۲۱
$G_{13} \text{ (GPa)}$	۲/۲	۳	۱۸
$G_{23} \text{ (GPa)}$	۲/۲	۳	۱۸

چیدمان لایه‌های مرکب برای سه نمونه بال از سه نوع ماده مرکب (جدول ۴) با هندسه یکسان دارای زوایای لایه‌چینی 0° و 90° بوده و هر نمونه دارای چهارلایه است. ضخامت هر لایه mm ۰/۲۵ است. نمایی از نحوه جهت‌گیری و ضخامت لایه‌ها در شکل ۸ نشان داده شده است.

به منظور واردکردن خواص مواد مرکب لایه‌ای در قسمت انتخاب نوع ماده، تک‌لایه^۲ انتخاب شده است. برای واردکردن خواص مکانیکی مواد مرکب ارتوتروپ، در قسمت نوع ماده، ثابت‌های مهندسی وارد شده‌اند. با واردکردن مدل تک‌قطعه بال مونتاژ آن

^۲ Lamina

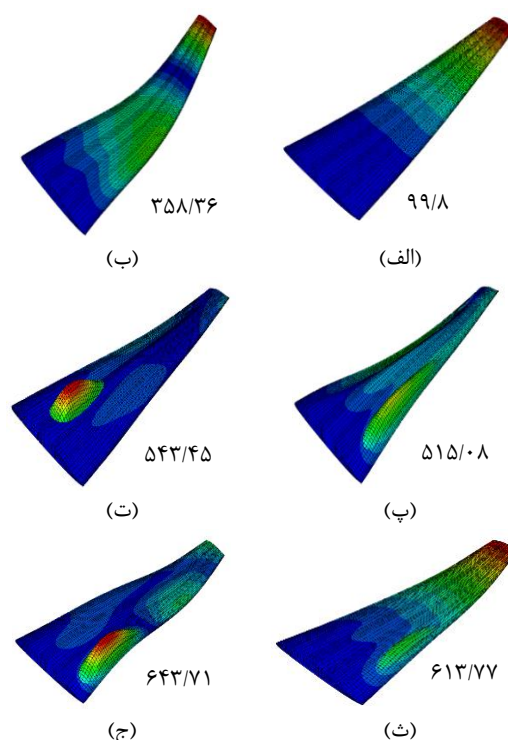
بیشینه در نوک بال و به صورت خمشی بوده که با نزدیک شدن به ریشه بال، جابه جایی کاهش می یابد. در مود دوم جابه جایی بیشینه همچنان در نوک بال است، البته مقدار آن کمتر است، همچنین شکل مود دوم به صورت خمشی است. فرکانس طبیعی مود دوم تقریباً چهار برابر فرکانس طبیعی مود اول است. در مود سوم، شکل مود به صورت پیچشی بوده و جابه جایی بیشینه در نقاطی از لبه حمله و بیشتر در لبه فرار بال است. در مود چهارم، شکل مود دارای کمی پیچش است و مقدار جابه جایی بیشینه بسیار اندک است. مود پنجم در فرکانس طبیعی $342/73$ Hz فرکانس طبیعی صورت می گیرد که در آن یک خمش تقریباً سینوسی مانند در شکل مود رخ داده است. جابه جایی بیشینه این شکل مود بر روی یکی از قله های سینوسی است. در شکل مود ششم، یک پیچش کوچک در شکل مود رخ داده است که نقاط جابه جایی بیشینه در نوک بال است. مود ششم در فرکانس طبیعی $350/27$ Hz رخ داده که تقریباً نصف فرکانس طبیعی ششم در نمونه آلومینیومی است.



شکل ۱۲: شکل مودها و فرکانس های طبیعی بال مرکب بازالت - اپوکسی بر حسب Hz، (الف) مود ۱، (ب) مود ۲، (پ) مود ۳، (ت) مود ۴، (ث) مود ۵، (ج) مود ۶

از شکل ۱۳ مشاهده می شود که مود اول بال مرکب کولار - اپوکسی با فرکانس طبیعی $59/43$ Hz صورت می گیرد که نسبت به بال آلومینیومی پایین تر بوده به طوریکه مقدار آن برابر با مود اول بال مرکب کولار - اپوکسی است و در آن جابه جایی بیشینه در نوک بال و به صورت خمشی بوده که با نزدیک شدن به ریشه بال، جابه جایی بیشینه کاهش می یابد. در مود دوم جابه جایی بیشینه همچنان در نوک بال است البته مقدار آن کمتر است،

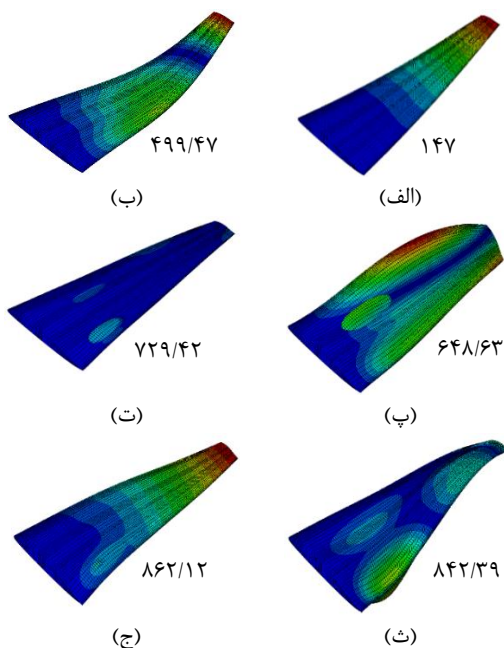
با توجه شکل ۱۱، مشاهده می شود که شکل مود اول بال آلومینیومی به صورت خمشی بوده و در فرکانس طبیعی $99/8$ Hz صورت می گیرد. در این مود، جابه جایی بیشینه در نوک بال ایجاد شده که با نزدیک شدن به ریشه بال، جابه جایی کاهش می یابد. شکل مود دوم با فرکانس طبیعی $358/36$ Hz به صورت خمشی است و جابه جایی بیشینه همچنان در نوک بال است، البته مقدار آن کمتر از مود اول است. شکل مود سوم با فرکانس طبیعی $515/08$ به صورت پیچشی بوده و جابه جایی بیشینه در نقاطی از لبه حمله و لبه فرار بال است. در مود چهارم با فرکانس طبیعی $543/45$ Hz، شکل مود دارای کمی پیچش است و جابه جایی بیشینه در مکانی تقریباً نزدیک به سمت ریشه بال اتفاق می افتد. مود پنجم با فرکانس طبیعی $613/77$ Hz صورت می گیرد که در آن جابه جایی بیشینه در نوک بال و به صورت خمشی بوده که با نزدیک شدن به ریشه بال، مقدار جابه جایی کاهش می یابد. البته در این شکل مود، یک پیچش کوچک در مکانی نزدیک به ریشه بال و بر روی لبه حمله ایجاد شده است. در شکل مود ششم، یک خمش تقریباً سینوسی مانند در شکل مود رخ داده که نقاط جابه جایی بیشینه در قله خمش های سینوسی است. مود ششم در فرکانس طبیعی $643/71$ Hz رخ داده است.



شکل ۱۱: شکل مودها و فرکانس های طبیعی بال آلومینیومی بر حسب Hz، (الف) مود ۱، (ب) مود ۲، (پ) مود ۳، (ت) مود ۴، (ث) مود ۵، (ج) مود ۶

از شکل ۱۲ مشاهده می شود که مود اول بال مرکب بازالت - اپوکسی در فرکانس طبیعی $59/43$ Hz صورت می گیرد که نسبت به بال آلومینیومی مقدار آن کمتر است و در آن جابه جایی

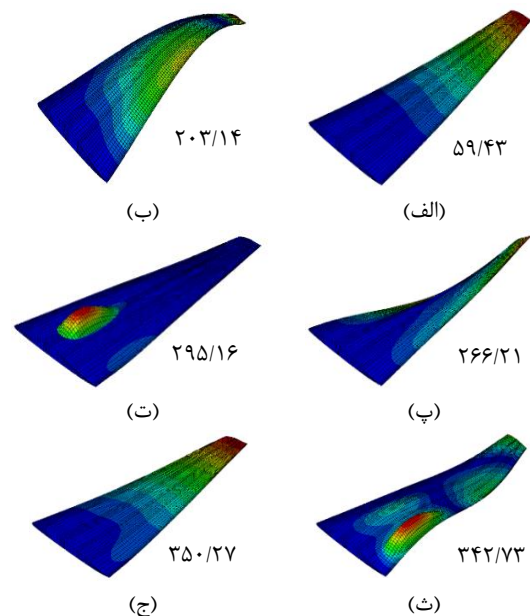
جابه‌جایی بیشینه در نقاطی از لبه حمله و بیشتر در لبه فرار بال است. در مود چهارم با فرکانس طبیعی ۷۲۹/۴۲ Hz، شکل مود دارای کمی پیچش است و مقدار جابه‌جایی بیشینه در آن بسیار کم است. مود پنجم با فرکانس طبیعی ۸۴۲/۳۹ Hz صورت می‌گیرد که در آن یک خمش تقریباً سینوسی مانند در شکل مود رخ داده است. جابه‌جایی بیشینه این شکل مود بر روی یکی از قله‌های سینوسی است. در شکل مود ششم، یک پیچش کوچک در شکل مود رخ داده است که نقاط جابه‌جایی بیشینه در نوک بال است. مود ششم بال مرکب کربن - اپوکسی در فرکانس طبیعی ۸۶۲/۱۲ Hz رخ داده است که تقریباً ۲۰۰ Hz بیشتر از فرکانس طبیعی ششم در نمونه بال آلومینیومی است.



شکل ۱۴: شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی بال مرکب کربن - اپوکسی برحسب Hz، (الف) مود ۱، (ب) مود ۲، (پ) مود ۳، (ت) مود ۴، (ث) مود ۵، (ج) مود ۶

با توجه به نتایج ارائه شده در بالا، بال مرکب کربن - اپوکسی دارای فرکانس‌های طبیعی بالاتری نسبت به بال آلومینیومی است که در نتیجه بال در فرکانس‌های بالاتری به تشدید می‌رسد و بال می‌تواند گذار از سرعت‌های بالاتری را بدون آسیب داشته باشد. لازم به ذکر است که حجم کل بال $2/19 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ است وزن بال مرکب بازالت - اپوکسی، کولار - اپوکسی و بال مرکب کربن - اپوکسی به ترتیب برابر با ۰/۳۵۹ kg، ۰/۲۸۴ kg و ۰/۳۸۳ kg است. همچنین، وزن بال آلومینیومی با توجه به بالاتر بودن چگالی آن نسبت به کامپوزیت‌ها برابر با ۰/۶۰۶ kg است. با مقایسه وزن‌های بال می‌توان نتیجه گرفت که هرچند بال مرکب بازالت - اپوکسی و بال مرکب کولار - اپوکسی دارای وزن کمتری نسبت به بال مرکب کربن - اپوکسی هستند؛ ولی بال مرکب کربن - اپوکسی نسبت به بال از ماده همسانگرد آلومینیوم دارای وزن کمتری است.

همچنین شکل مود دوم به صورت خمشی است. فرکانس طبیعی دوم این بال تقریباً چهار برابر فرکانس طبیعی اول آن است. در مود سوم، شکل مود به صورت پیچشی بوده و جابه‌جایی بیشینه در نقاطی از لبه حمله و بیشتر در لبه فرار بال است. در مود چهارم، شکل مود دارای کمی پیچش است و جابه‌جایی بیشینه در بخشی نزدیک به ریشه بال است. مود پنجم با فرکانس طبیعی ۳۴۲/۷۳ Hz صورت می‌گیرد که در آن یک خمش تقریباً سینوسی مانند در شکل مود رخ داده است. جابه‌جایی بیشینه این شکل مود بر روی یکی از قله‌های سینوسی است. در شکل مود ششم، یک پیچش کوچک در شکل مود رخ داده است که نقاط جابه‌جایی بیشینه در نوک بال است. مود ششم در فرکانس طبیعی ۳۵۰/۲۷ Hz رخ داده است که تقریباً نصف فرکانس طبیعی ششم در نمونه آلومینیومی است.



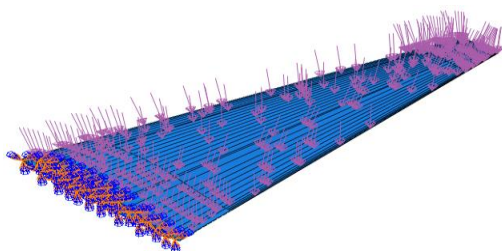
شکل ۱۳: شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی بال مرکب کولار - اپوکسی برحسب Hz، (الف) مود ۱، (ب) مود ۲، (پ) مود ۳، (ت) مود ۴، (ث) مود ۵، (ج) مود ۶

از شکل ۱۴ مشاهده می‌شود که مود اول بال مرکب کربن - اپوکسی با فرکانس طبیعی ۱۴۷ Hz صورت می‌گیرد که نسبت به بال آلومینیومی، مرکب کولار - اپوکسی و مرکب بازالت - اپوکسی بسیار بالاتر است و البته شکل آن مشابه مود اول در بال مرکب کولار - اپوکسی و بال مرکب بازالت - اپوکسی است. از سوی دیگر، جابه‌جایی بیشینه در نوک بال و به صورت خمشی بوده که با نزدیک شدن به ریشه بال، جابه‌جایی بیشینه کاهش می‌یابد. در مود دوم جابه‌جایی بیشینه همچنان در نوک بال است البته مقدار آن کمتر است، همچنین شکل مود دوم به صورت خمشی است. فرکانس طبیعی دوم ۴۹۹/۴۷ Hz تقریباً سه و نیم برابر فرکانس طبیعی اول آن است. در مود سوم و به صورت پیچشی بوده و شکل مود دوم ۶۴۸/۶۳ Hz، شکل مود به صورت پیچشی بوده و

۳-۴- تحلیل سازه‌ای بال مرکب

برای بررسی اثر اعمال بارگذاری نیرویی بر روی بال، نتایج تحلیل سازه‌ای شامل توزیع‌های تنش، کرنش و جابه‌جایی بال بررسی شده است. این بررسی بر روی بال‌های آلومینیومی و بال مرکب کربن - اپوکسی انجام شده است تا بتوان رفتار بال از ماده همسانگرد و بال از ماده مرکب ارتوتروپ را با یکدیگر مقایسه نمود. نیروی وارد شده به هر دو نمونه بال برابر بوده و به‌صورت بار فشاری با شدت 100 kN/m^3 به کل بال اعمال شده است. در شکل ۱۵، نمایی از اعمال بار فشاری بر روی کل بال نشان داده شده است.

در شکل ۱۶ و شکل ۱۷ نتایج تحلیل سازه‌ای به ترتیب برای بال آلومینیومی و بال مرکب کربن - اپوکسی شامل تنش فون-مایز σ_e ، کرنش کل ϵ_T ، کرنش اصلی اول ϵ_{11} ، کرنش اصلی دوم ϵ_{22} ، جابه‌جایی کل u ، جابه‌جایی u_1 ، جابه‌جایی u_2 ، جابه‌جایی u_3 ، جابه‌جایی پیچشی u_r ، جابه‌جایی پیچشی u_{r1} ، جابه‌جایی پیچشی u_{r2} ، جابه‌جایی پیچشی u_{r3} نشان داده شده‌اند به‌طوری‌که نمایه‌های عددی ۱، ۲ و ۳ به ترتیب نشان‌دهنده محورهای x ، y و z هستند.



شکل ۱۵: اعمال بار به کل بال

جدول ۵: نتایج تحلیل عددی فرکانسی برای بال مرکب کربن - اپوکسی با لایه‌چینی‌های مختلف

نوع لایه‌چینی	مود ۱	مود ۲	مود ۳	مود ۴	مود ۵	مود ۶
(۰,۳۰,۰,۳۰)	۱۳۷/۵۶	۴۸۹/۸۵	۶۹۰/۴۹	۷۲۱/۱۳	۸۳۸/۷	۸۵۷/۰۱
(۰,۴۵,۰,۴۵)	۱۳۵/۸۶	۴۸۹/۸۷	۶۹۴/۷۳	۷۳۲/۲۷	۸۳۵/۳۳	۸۵۶/۶۲
(۳۰,۱۵۰,۴۵,۱۳۵)	۱۲۳/۱	۴۵۶/۳۳	۶۷۹/۹۲	۷۳۹/۸۴	۷۷۸/۲۳	۸۴۰/۳۸
(۰,۰,۰,۰)	۱۴۷/۰۰	۴۹۹/۴۷	۶۴۸/۶۳	۷۲۹/۴۲	۸۴۲/۳۹	۸۶۲/۱۲

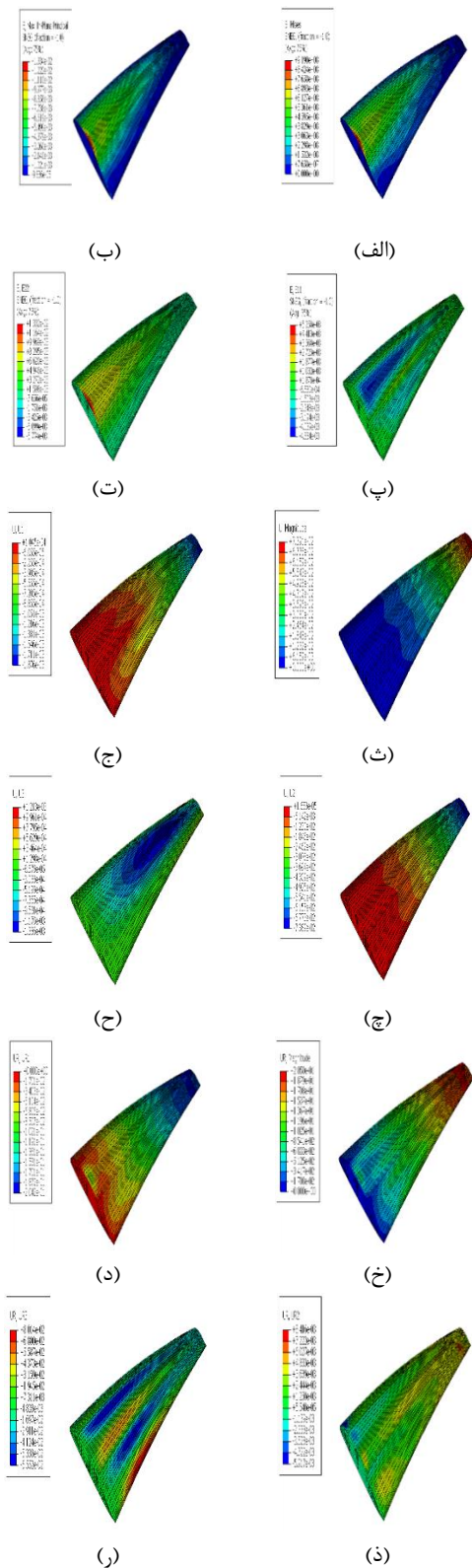
بسیار بالاتری دارد. بیشینه مقدار آن برای بال آلومینیومی و بال مرکب کربن - اپوکسی به ترتیب برابر با $1/3e-2$ و $8/36e-3$ است. با توجه به شکل ۱۶-پ و ۱۷-پ مشاهده می‌شود که در بال آلومینیومی کرنش اصلی اول ϵ_{11} به‌غیر از قسمت میانی بال تقریباً در سایر قسمت‌ها دارای مقداری یکسان است؛ ولی در بال مرکب تقریباً در همه قسمت‌ها برابر بوده و مقدار اختلاف عددی آنها تقریباً برابر است. با توجه به شکل ۱۶-ت و ۱۷-ت مشاهده می‌شود که توزیع کرنش اصلی دوم ϵ_{22} در هر دو بال مشابه بوده و مقدار عددی آنها اختلاف زیادی دارند. با توجه به شکل ۱۶-ث

برای بررسی اثر تغییر زوایای چیدمان لایه‌های مرکب در فرکانس‌های طبیعی، بال مرکب کربن - اپوکسی با لایه‌چینی‌های در نظر گرفته در جدول ۵ مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. لازم به ذکر است که بر اساس مقایسه‌های انجام شده از تحلیل مودال برای بال مرکب کربن - اپوکسی در تمامی انواع مختلف لایه‌چینی‌های در نظر گرفته شده در جدول ۵، شکل مودها مشابه بوده؛ ولی فرکانس‌های طبیعی چیدمان (۰,۰,۰,۰) نسبت به سایر لایه‌چینی‌ها بالاتر است. همچنین، از نتایج این جدول مشاهده می‌شود که فرکانس‌های طبیعی بال مرکب کربن - اپوکسی در تمامی انواع مختلف لایه‌چینی‌ها از بال آلومینیومی نیز بالاتر هستند.

باید اشاره گردد که انتخاب و در نظر گرفتن لایه‌چینی‌ها با آرایش‌های ۰ و ۹۰ درجه و یا ۳۰ و ۴۵ درجه تنها به‌عنوان انتخاب‌هایی برای مقایسه‌های عددی نتایج تحلیل فرکانسی و کنترل ارتعاشات بال برای مواد مرکب مختلف (شامل کربن، کولار و بازالت) است. بدیهی است در شرایط عملی در طراحی بال‌های هوافضایی تحت بارگذاری مختلف، انتخاب چیدمان‌های دیگری برای لایه‌های مرکب می‌تواند بر اساس سناریوهای کاربردی واقعی انجام شود. همچنین، از مقایسه نتایج به‌دست آمده از تحلیل فرکانسی برای سه ماده مرکب (کربن - اپوکسی، کولار - اپوکسی و بازالت - اپوکسی) مشاهده می‌شود که ماده مرکب کربن - اپوکسی دارای فرکانس‌های طبیعی بالاتری نسبت به دو ماده مرکب دیگر بوده و مناسب‌ترین ماده مورد بررسی در این تحقیق است. دلیل کارایی مناسب ماده مرکب کربن - اپوکسی می‌تواند به دلیل نسبت مقاومت به وزن بالاتر و خواص میرایی آن باشد (جدول ۴ را ببینید).

از شکل ۱۶-الف و ۱۷-الف مشاهده می‌شود وضعیت توزیع تنش (σ_e) مشابه یکدیگر بوده و مکان بروز بیشینه تنش در مرکز ایرفویل و در منطقه اتصال بال به بدنه است به‌طوری‌که در بال آلومینیومی و بال مرکب کربن - اپوکسی مقدار بیشینه تنش به ترتیب برابر با $9/19 \text{ MPa}$ و $7/94 \text{ MPa}$ است. از شکل ۱۶-ب و ۱۷-ب مشاهده می‌شود که وضعیت توزیع کرنش کل (ϵ_T) برای بال آلومینیومی و بال مرکب کربن - اپوکسی مشابه یکدیگر بوده به‌طوری‌که مقادیر بیشترین کرنش‌ها بیشتر در نواحی نزدیک به قسمت اتصال بال به بدنه بوده و کرنش در بال آلومینیومی مقدار

به تیر معادل برای سه مود اول، دوم و سوم به ترتیب عبارت‌اند از
۰/۱۷، ۵/۶۱ و ۴/۶۰.



شکل ۱۶: نتایج تحلیل سازه‌ای بال آلومینیومی، (الف) - σ_e ، (ب) - ϵ_T

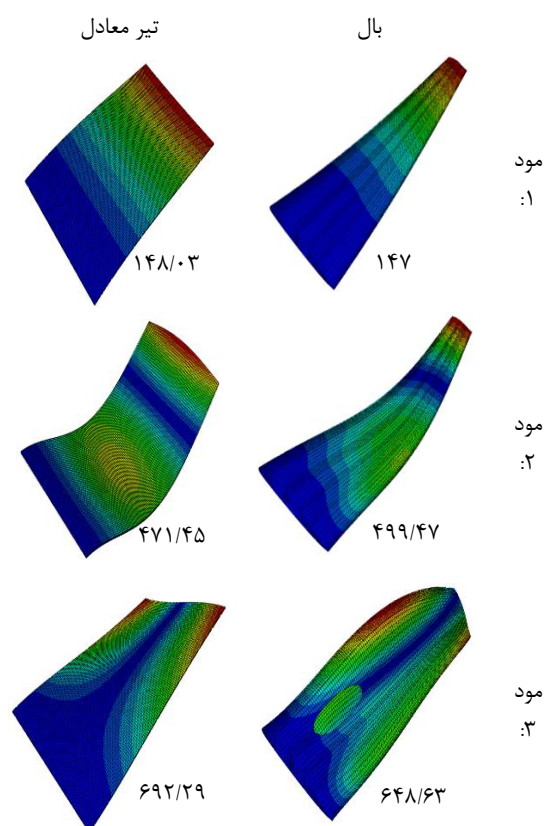
(پ) - ϵ_{11} ، (ت) - ϵ_{22} ، (ث) - u_1 ، (ج) - u_2 ، (ح) - u_3 ، (خ) - u_r

(د) - u_{r1} ، (ذ) - u_{r2} ، (ر) - u_{r3}

و ۱۷-ث مشاهده می‌شود که توزیع جابه‌جایی کل u در هر دو بال مشابه بوده به‌طوری‌که بیشینه جابه‌جایی کل مربوط به نوک بال بوده که مقدار آن به ترتیب برای بال آلومینیومی و بال مرکب کربن - اپوکسی برابر با $7/4$ cm و $5/4$ cm است؛ یعنی بال آلومینیومی حدود 2 cm جابه‌جایی بیشینه بیشتری دارد. با توجه به شکل ۱۶-ج و ۱۷-ج مشاهده می‌شود که در هر دو بال جابه‌جایی در جهت x (u_1) دارای توزیع مشابهی بوده و مقدار آن در بال‌ها بسیار کوچک و نزدیک به یکدیگر است. با توجه به شکل ۱۶-چ و ۱۷-چ مشاهده می‌شود که در هر دو بال جابه‌جایی در جهت y (u_2) مشابه بوده و مقدار آن برای بال آلومینیومی 2 cm بیشتر است. از شکل ۱۶-ح و ۱۷-ح مشاهده می‌شود که در هر دو بال جابه‌جایی در جهت z (u_3) کوچک بوده؛ ولی در بال آلومینیومی مقدار آن مشهودتر است. با توجه به شکل ۱۶-خ و ۱۷-خ مشاهده می‌شود که توزیع جابه‌جایی پیچشی u_r در هر دو بال مشابه بوده به‌طوری‌که بیشترین جابه‌جایی پیچشی مربوط به قسمت نوک بال است و مقدار آن برای بال آلومینیومی و بال مرکب کربن - اپوکسی به ترتیب برابر با $2/05e-1$ و $1/52e-1$ است به‌طوری‌که مقدار آن در بال آلومینیومی بیشتر است. همچنین، با توجه به شکل ۱۶-د و ۱۷-د مشاهده می‌شود که جابه‌جایی پیچشی حول محور x (u_{r1}) در هر دو بال مشابه بوده؛ ولی مقدار آن در بال آلومینیومی حدود 5 cm بیشتر است. با توجه به شکل ۱۶-ذ و ۱۷-ذ مشاهده می‌شود که توزیع جابه‌جایی پیچشی حول y (u_{r2}) در هر دو بال مشابه بوده؛ ولی مقدار عددی آن در بال آلومینیومی بالاتر است. همچنین، باتوجه‌به شکل ۱۶-ر و ۱۷-ر مشاهده می‌شود که جابه‌جایی پیچشی حول z (u_{r3}) در هر دو بال مشابه بوده؛ ولی مقدار آن در بال آلومینیومی حدود $2/5$ cm بیشتر است. با توجه به بالاتر بودن میزان تنش‌ها، کرنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در بال آلومینیومی، آشکار است که استحکام بال کامپوزیتی بیشتر بوده و در مقابل واردشدن نیرو به‌طور مناسب‌تری قادر به مقاومت در برابر بارگذاری اعمالی است.

برای استخراج قوانین کنترلی برای بال توسط عملگرهای پیزوالکتریک نیز از مدل ساده شده تیر معادل استفاده می‌شود. برای انجام این کار نشان داده می‌شود که فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای تیر معادل با اختلاف اندکی مشابه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای بال سه‌بعدی است. شکل ۱۸ نشان‌دهنده مقایسه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای تیر معادل و بال است. همان‌طور که از شکل ۱۸ مشاهده می‌شود، در مود اول، شکل مود بال و تیر معادل آن، یک تاب کوچک دارند. در مود دوم، شکل مود بال و تیر معادل یک خمش کوچک دارند. در مود سوم، شکل مود بال و تیر معادل یک پیچش کوچک دارند. لازم به ذکر است که اختلاف نسبی برحسب درصد بین فرکانس‌های طبیعی بال مرکب کربن - اپوکسی با لایه‌چینی $(0,0,0,0)$ نسبت

است. مشخصات هندسی و مکانیکی بال معادل مستطیلی (تیر) در جدول ۶ ارائه شده‌اند. در این جدول، $A_b = t_b \times w_b$ و $I_b = w_b \times t_b^3 / 12$ هستند.



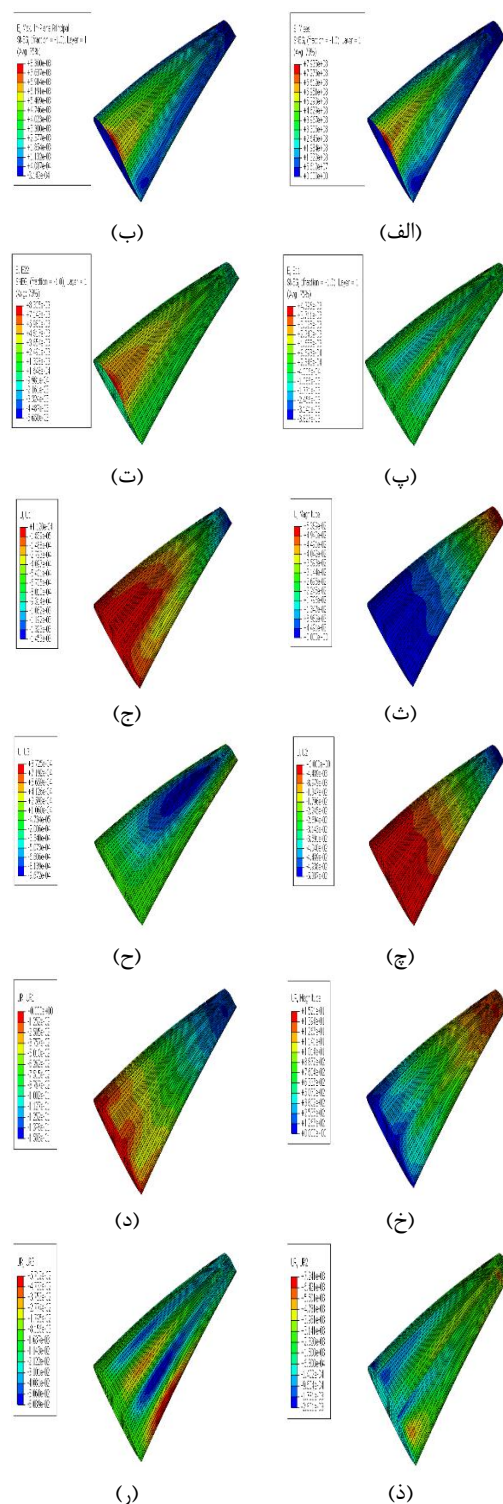
شکل ۱۸: مقایسه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای بال مرکب کربن - اپوکسی با لایه‌چینی (۰،۰،۰،۰) و تیر معادل

جدول ۶: مشخصات هندسی و خواص مکانیکی بال معادل

مقدار	کمیت (واحد)
۰/۰۲۳۵	طول l_b (m)
۰/۰۱۳۵۳۶	عرض w_b (m)
۷/۲e-۵	ضخامت t_b (m)
۱۷۵۰	چگالی ρ_b (kg/m ³)
۹۸	مدول یانگ E_b (GPa)
۹/۷۵e-۵	مساحت A_b (m ²)
۴/۲e-۱۶	ممان اینرسی I_b (m ⁴)

۴-۱- طراحی کنترل کننده PID

با استفاده از کد تهیه شده در نرم‌افزار Matlab/Simulink بر اساس روابط ارائه شده در بخش ۲، ضرایب کنترلی مورد نیاز به دست می‌آیند که از آنها برای طراحی کنترل کننده PID حلقه باز و حلقه بسته سیستم بال معادل (تیر مستطیلی) استفاده شده است. ابتدا با استفاده از قواعد تنظیم زیگلر - نیکلز، بر اساس بهره



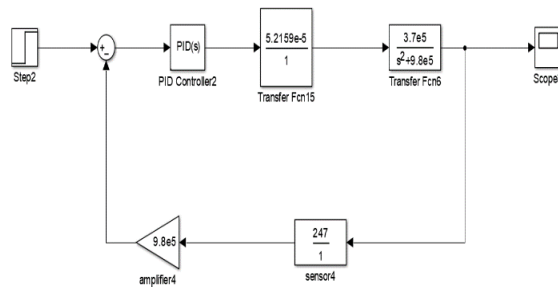
شکل ۱۷: نتایج تحلیل سازه‌ای بال مرکب کربن - اپوکسی، (الف) - σ_e

(ب) - u_T (پ) - e_{11} ، (ت) - e_{22} ، (ث) - u_1 (ج) - u_2 (ج) - u_3

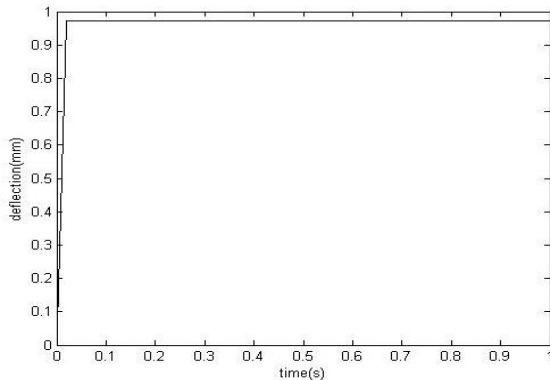
(خ) - u_r (د) - u_{r1} (ذ) - u_{r2} (ز) - u_{r3}

۴- شبیه‌سازی کنترل ارتعاشات بال مرکب همراه با وصله‌های پیزوالکتریک

در این پژوهش برای شبیه‌سازی رفتار دینامیکی بال از کد تهیه شده به کمک جعبه ابزار Simulink نرم‌افزار Matlab استفاده شده

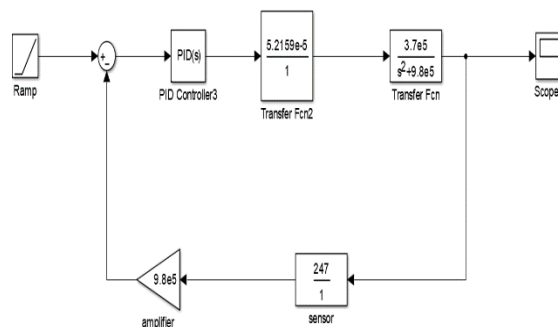


شکل ۲۱: نمودار بلوکی حلقه بسته سیستم بال همراه با کنترل کننده PID و ورودی پله واحد



شکل ۲۲: پاسخ نمودار بلوکی حلقه بسته سیستم همراه با کنترل کننده PID و ورودی پله واحد

در شکل ۲۳ نمودار بلوکی حلقه بسته سیستم همراه با کنترل کننده PID و ورودی رمپ و در شکل ۲۴ پاسخ سیستم همراه با کنترل کننده PID به ورودی رمپ نشان داده شده‌اند.



شکل ۲۳: نمودار بلوکی حلقه بسته سیستم بال همراه با کنترل کننده PID و ورودی رمپ

در شکل ۲۵ نمودار بلوکی حلقه بسته سیستم همراه با کنترل کننده PID و ورودی سینوسی و در شکل ۲۶ نمودار پاسخ سیستم همراه با کنترل کننده PID به ورودی سینوسی نشان داده شده‌اند. در شکل ۲۷ نمودارهای پاسخ حلقه باز و حلقه بسته سیستم به ورودی پله واحد برای مقایسه نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از شکل ۲۷ مشاهده می‌شود، پاسخ نمودار حلقه باز سیستم در حدود ۰/۴ mm است درحالی‌که پاسخ حلقه بسته سیستم همراه با کنترل کننده PID بسیار نزدیک به جابه‌جایی تعیین شده یعنی همان ۱ mm است.

بحرانی K_{cr} و زمان تناوب بحرانی P_{cr} بهره‌های کنترلی PID به صورت زیر تعیین می‌گردند [۲۳]

$$K_{cr} = 42.1, P_{cr} = 0.408, K_p = 0.6K_{cr} = 25.26,$$

$$T_i = 0.5P_{cr} = 4.31, T_d = 0.125P_{cr} = 0.051,$$

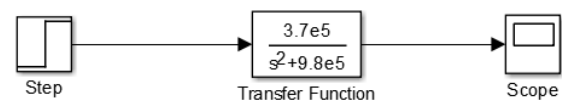
با استفاده از روابط (۱۳) و (۱۷) تا (۱۹)، برای چهار عملگر پیزوالکتریک قرار گرفته بر روی تیر در موقعیت‌های $x_1 = 0.0047$, $\theta_l = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$ و $x_4 = 0.0141 + l_p$ و با اعمال بار در $x = l_b$ ، کد m فایل تهیه شده برای محاسبه تابع تبدیل عملگر و تیر G_{zf} ، تابع تبدیل حسگر G_{vpz} ، تابع تبدیل ولتاژ کنترلی به نیرو G_{fva} و بهره کنترلی G ، اجرا شد و مقادیر مربوط به هر یک از آنها به صورت زیر به دست آمده است

$$G_{zf} = 3.7e5 / (s^2 + 9.8e5), G_{vpz} = 247,$$

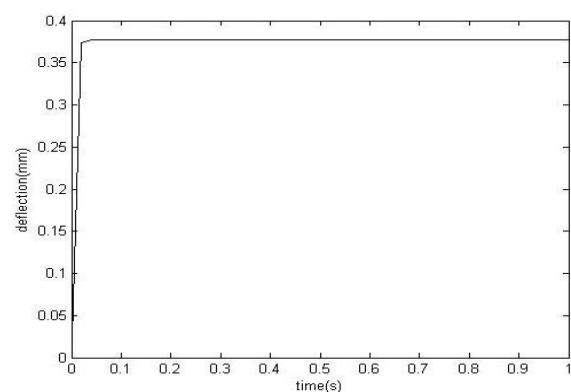
$$G_{fva} = -5.2159e-5, G = 9.8e5,$$

سپس، نمودارهای پاسخ حلقه باز و حلقه بسته سیستم به ورودی‌های پله واحد، رمپ و سینوسی رسم شده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در شکل ۱۹ نمودار بلوکی حلقه باز سیستم برای تعیین پاسخ مدار که بیانگر میزان جابه‌جایی نوک بال تحت تاثیر نیروی خارجی به صورت پله واحد است نشان داده شده است. در شکل ۲۰ نمودار پاسخ جابه‌جایی مدل حلقه باز سیستم یعنی جابه‌جایی حلقه باز نوک بال به نیروی پله واحد به عنوان ورودی نشان داده شده است. مطابق نمودار نمایش داده شده، با اعمال و ورود نیروی پله واحد جابه‌جایی کم بوده و میزان جابه‌جایی مطلوب نمی‌باشد.

در شکل ۲۱، نمودار بلوکی حلقه بسته سیستم همراه با کنترل کننده PID و ورودی پله نشان داده شده و در شکل ۲۲، پاسخ سیستم همراه با کنترل کننده PID به ورودی پله واحد نشان داده شده است.

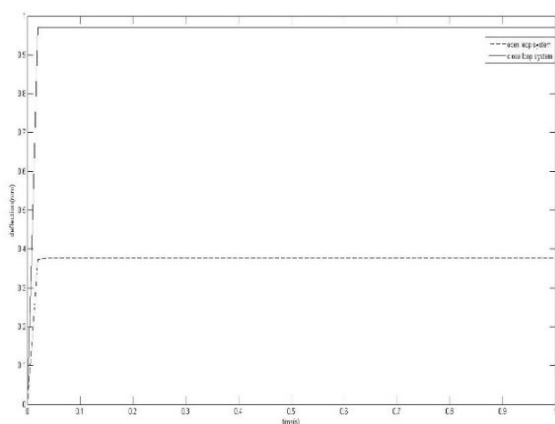


شکل ۱۹: نمودار بلوکی حلقه باز سیستم بال با ورودی پله واحد

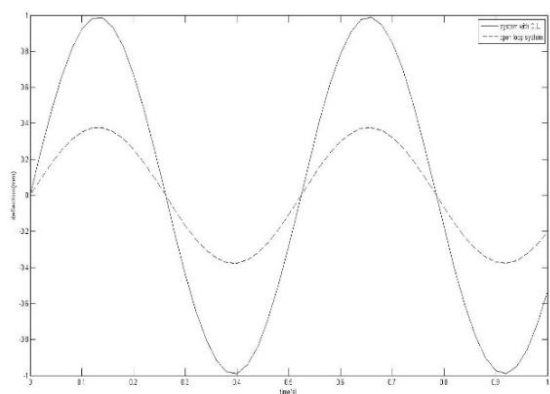


شکل ۲۰: نمودار پاسخ جابه‌جایی نوک بال به نیروی پله واحد

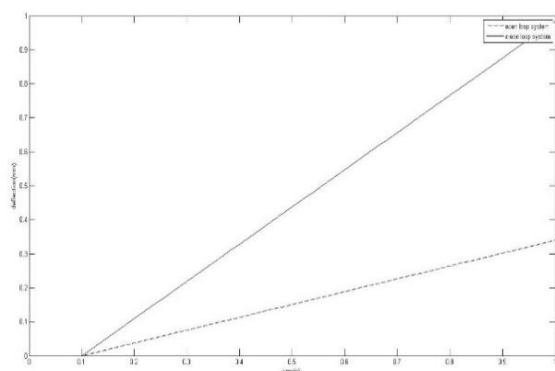
۰/۳۵ است درحالی که پاسخ حلقه بسته سیستم همراه با کنترل کننده PID بسیار نزدیک به جابه‌جایی تعیین شده یعنی همان ۱ mm است.



شکل ۲۷: مقایسه نمودارهای پاسخ حلقه باز و حلقه بسته سیستم به ورودی پله واحد

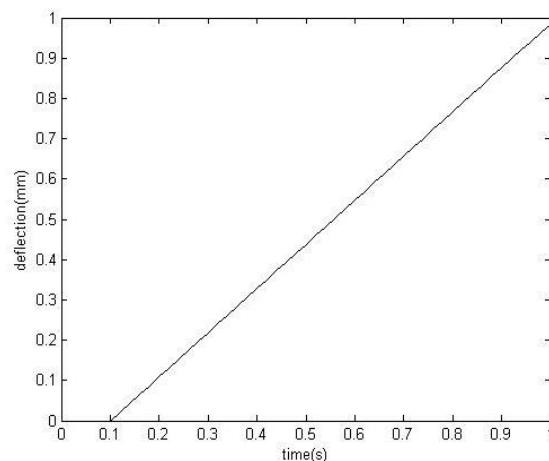


شکل ۲۸: مقایسه نمودارهای پاسخ حلقه باز و حلقه بسته به ورودی سینوسی

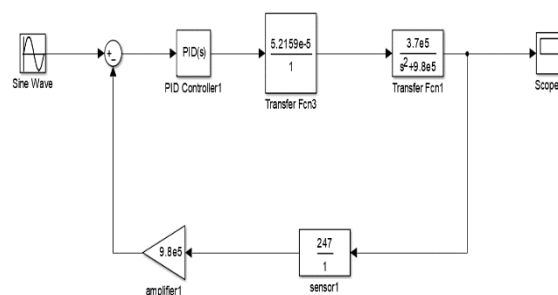


شکل ۲۹: مقایسه نمودارهای پاسخ حلقه باز و حلقه بسته سیستم به ورودی رمپ

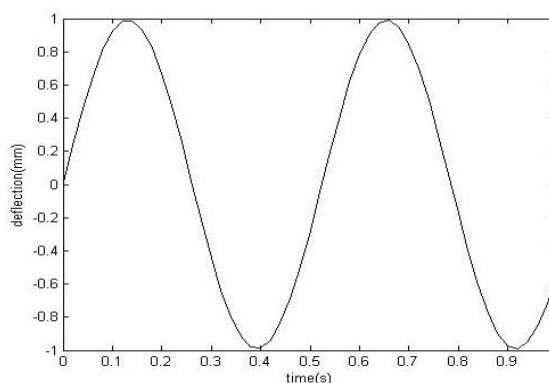
کنترل کننده PID حلقه بسته سیستم بال مرکب به همراه وصله‌های عملگر پیزوالکتریک نشان داد که بال در برابر نیروهای اغتشاشی اعمالی شامل پله واحد، سینوسی و شیب‌دار به خوبی عمل کرده و پاسخ‌های مناسبی ارائه داده است به‌طوری‌که



شکل ۳۰: پاسخ نمودار بلوکی حلقه بسته سیستم همراه با کنترل کننده PID و ورودی رمپ



شکل ۳۱: نمودار بلوکی حلقه بسته سیستم بال همراه با کنترل کننده PID و ورودی سینوسی



شکل ۳۲: پاسخ نمودار بلوکی حلقه بسته سیستم همراه با کنترل کننده PID و ورودی سینوسی

در شکل ۲۸، نمودارهای پاسخ حلقه باز و حلقه بسته سیستم به ورودی سینوسی برای مقایسه نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از شکل ۲۸ مشاهده می‌شود پاسخ نمودار حلقه باز سیستم در حدود ۰/۳ mm است درحالی که پاسخ حلقه بسته سیستم همراه با کنترل کننده PID بسیار نزدیک به جابه‌جایی تعیین شده یعنی همان ۱ mm است.

در شکل ۲۹ نمودارهای پاسخ حلقه باز و حلقه بسته سیستم به ورودی رمپ برای مقایسه نشان داده شده‌اند. از این شکل مشاهده می‌شود که پاسخ نمودار حلقه باز سیستم در حدود mm

سینوسی به ترتیب به میزان $96/5\%$ ، 98% و 99% کاهش یافته است.

در ادامه پژوهش کنونی پیشنهادهایی به شرح زیر مطرح می‌گردند: الف- باتوجه به ماهیت آیرولاستیک بال‌های انعطاف‌پذیر و از آنجایی که تحلیل ارائه شده محدود به ارتعاشات سازه‌ای است و در آن برهم‌کنش با بارهای آیرودینامیکی در نظر گرفته نشده، می‌توان برای تعمیم نتایج به کاربردهای عملی در طراحی واقعی بال‌ها از مدل‌های آیرولاستیک بال بهره گرفت، ب- مقایسه کارایی کنترل بر اساس روش کلاسیک کنترل PID نسبت به روش‌های جدید کنترل مانند کنترل کننده LQR یا کنترل H-infinity در مواجهه با عدم قطعیت‌های مدل، ب- بررسی مقاوم بودن کنترل کننده PID با در نظر گرفتن سیگنال‌های اتفاقی و در شرایط عملی برای بال‌های هواپیما زمانی که اغتشاشاتی اتفاقی یا باند گسترده؛ مانند شرایط واقعی غیرتناوبی و یا همراه با نویز را تجربه می‌کند، ت- مدل‌سازی رفتار دینامیکی حلقه بسته بال هوشمند مبتنی بر عملگرهای پیزوالکتریک در مواجهه با تندباد، ث- مدل‌سازی المان محدود و مقایسه با نتایج حاصل از تست تونل باد بال هوشمند مبتنی بر عملگرهای پیزوالکتریک، ج- مدل‌سازی رفتار دینامیکی حلقه بسته بال هوشمند مبتنی بر عملگرهای پیزوالکتریک و کنترل کننده مود لغزشی و چ- وصله‌های پیزوالکتریک دارای محدودیت ابعادی هستند و علی‌رغم دامنه گسترده فرکانسی توان کنترلی محدودی دارند؛ در حالی که در مقیاس آزمایشگاهی و برای تیرها یا سازه‌های باریک موثر واقع می‌شوند، و در مقیاس بزرگ‌تر، مانند سازه‌های کامل هوافضا (برای مثال بال‌های هواپیما یا ورق‌های بزرگ) کارایی لازم را ندارند. در این راستا پرداختن به موضوع مقیاس‌پذیری و برآوردی از تعداد، توزیع یا توان موردنیاز عملگرها برای شرایط عملی می‌تواند به‌عنوان پیشنهاد دیگری برای ادامه کار در نظر گرفته شود.

۶- مراجع

- [1] Ardelean EV, McEver MA, Cole DG, Clark RL. Active flutter control with v-stack Piezoelectric flap actuator. *Journal of Aircraft*. 2006;43(2):012054. DOI 10.1088/1742-6596/783/1/012054
- [2] Tuzcu1 I, Meirovitch L. Control of flying flexible aircraft using control surfaces and dispersed piezoelectric actuators. *International Journal of Scientific & Engineering Research*. 2006;15:893-903. DOI 10.1088/0964-1726/15/4/001
- [3] Raja S, Upadhyaya AR. Active control of wing flutter using Piezoactuated surface. *Journal of Aircraft*. 2007;44(1):71-80.
- [4] Yildiz K, Eken S, Kaya MO. Active vibration control of aircraft wings modeled as thin-walled composite beams using piezoelectric actuation. *Proceedings of the ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IMECE2014*, November 14-20, 2014, Montreal, Quebec, Canada. IMECE2014-38481, 1-8.
- [5] Abdulameer HA, Wasmi HR. Vibration control analysis of aircraft wing by using smart material. *Innovative Systems Design and Engineering*. 2015;6(8):7-42

جابه جایی بال که به سبب آن تغییر زاویه حمله در بال هواپیما صورت می‌گیرد را به حداقل می‌رساند. از مقایسه کارایی پاسخ کنترل کننده PID حلقه بسته نسبت به کنترل کننده PID حلقه باز در سرکوب ارتعاشات بال مشاهده شد که میزان کاهش جابه‌جایی نوک بال به ورودی‌های پله واحد، سینوسی و رمپ به ترتیب به میزان $2/8$ ، $2/5$ و 3 برابر بهبود یافته است. لازم به ذکر است هر چند که استفاده از کنترل کننده PID برای کاهش ارتعاشات نسبتاً محافظه کارانه به نظر می‌رسد، ولی به دلیل پاسخ مناسب و سادگی اعمال آن به سیستم تحت سیگنال‌های ورودی مختلف در بسیاری از پژوهش‌ها و کاربردهای واقعی به کار گرفته شده است به‌طوریکه باعث شده PID بر سایر روش‌ها مانند روش‌های پیشرفته‌تر و عملیاتی‌تر مانند فیدبک نرخ کرنش SRF (حسگرهای پیزوالکتریک نرخ کرنش را اندازه‌گیری می‌کنند) ترجیح داده شود.

۵- نتیجه‌گیری

خلاصه‌ای از نتایج به‌دست آمده عبارت‌اند از:

- ۱- بال مرکب ساخته شده از ماده کربن - اپوکسی دارای فرکانس‌های طبیعی بالاتری نسبت به بال آلومینیومی است به‌طوریکه بال در فرکانس‌های بالاتری ارتعاش می‌کند و در نتیجه بال می‌تواند به سرعت‌های بالاتری بدون آسیب برسد.
- ۲- از مقایسه نتایج به‌دست آمده از تحلیل فرکانسی برای سه ماده مرکب (کربن - اپوکسی، کولار - اپوکسی و بازالت - اپوکسی) مشاهده می‌شود که ماده مرکب کربن - اپوکسی دارای فرکانس‌های طبیعی بالاتری نسبت به دو ماده مرکب دیگر بوده و مناسب‌ترین ماده مورد بررسی در این تحقیق است. دلیل کارایی مناسب ماده مرکب کربن - اپوکسی می‌تواند به دلیل نسبت مقاومت به وزن بالاتر و خواص میرایی آن باشد.
- ۳- نتایج به‌دست آمده از تحلیل سازه‌ای برای هر دو بال مرکب کربن - اپوکسی و آلومینیومی نشان دادند که توزیع تنش‌ها مشابه یکدیگر بوده و تمرکز تنش در میان ایرفویل و در منطقه مجاور به اتصال بال به بدنه است. همچنین تنش ایجاد شده در بال آلومینیومی از بال مرکب کربن - اپوکسی بیشتر است. علاوه بر این، نحوه توزیع کرنش‌ها نیز مشابه بوده البته کرنش در بال آلومینیومی مقدار بسیار بالاتری دارد. توزیع جابه‌جایی در هر دو بال مشابه بوده؛ ولی بال آلومینیومی دارای مقدار جابه‌جایی بیشتری است. با توجه به بالاتر بودن میزان تنش، کرنش و جابه‌جایی‌ها در بال آلومینیومی، نتیجه گرفته شد که استحکام بال ساخته شده از ماده مرکب کربن - اپوکسی بیشتر بوده و در مقابل واردشدن نیرو بهتر مقاومت می‌نماید.

۴- نتایج عددی به‌دست آمده نشان دادند که با استفاده از کنترل کننده PID حلقه بسته در سرکوب ارتعاشات بال به عنوان مثال جابه‌جایی نوک بال هواپیما به ورودی‌های پله واحد، رمپ و

- suppression. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2018;29(3): DOI 10.1177/1045389X17708039
- [16] Kuriakose VM, Sreehari VM. Study on passive flutter control of damaged composite laminates with piezoelectric patches employing finite element method. *Aerospace Science and Technology*. 2021;269: 114021. DOI 10.1016/j.compstruct.2021.114021
- [17] Sharma N, Swain PK, Maiti DK. Active flutter suppression of damaged variable stiffness laminated composite rectangular plate with piezoelectric patches. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2024;31(6):1229-1249. DOI 10.1080/15376494.2022.2134611
- [18] [18] Kargarnovin MH, Najafzadeh MM, Viliani SN. Vibration control of functionally graded material plate patched with piezoelectric actuators and sensors under a constant electric charge. *Smart Materials and Structures*. 2007;16(4): 1252-1259. DOI 10.1088/0964-1726/16/4/037
- [19] Mamandi A. Vibration control of an axially loaded composite beam bonded with Piezoelectric actuator and sensor layers on a Winkler-Pasternak foundation and under transverse excitation force based on first-order shear deformation theory. *SADHANA- Academy Proceedings in Engineering Sciences*. 2023;48(4): 191, 1-13. DOI 10.1007/s12046-023-02239-4
- [20] Samyal R, Sukhjeet Singh S, Bagha AK. Modal analysis of composite panel at different fiber orientations. *Materials Today: Proceedings*. 2019;16:477-480. DOI 10.1016/j.matpr.2019.05.118
- [21] Vijaya MS. *Piezoelectric materials and devices: applications in engineering and medical sciences*. 2013, Mc-Graw Hill, USA.
- [22] Jones RM. *Mechanics of composite materials*. 1999, Taylor and Francis, USA.
- [23] Ogata K. *Modern control engineering*. 5th edition. 2008, Mc-Graw Hill, USA.
- [6] Davis J. Control of the flexural axis of a wing with Piezoelectric actuation. *Journal of Aircraft*. 2015;52(2):584-594.
- [7] Abdul-hussain Ali A, Mahmood HY, Saeed MW. Active vibration control of aircraft wing using Piezoelectric transducers. *International Journal of Scientific & Engineering Research*. 2016;7(5):977-984
- [8] Wang X, Xia P. Active aeroelastic control of aircraft wings with piezo-composite. *International Journal of Computer Applications*. 2017;157(10):30-36.
- [9] Ali AA, Saeed MW. Active vibration suppression of acrobatic aircraft wing by acceleration feedback controller. *International Journal of Computer Applications*. 2017;157(10):30-36.
- [10] Birs IR, Folea S, Copot D, Ovidiu Prodan O, Muresan C-I. Comparative analysis and experimental results of advanced control strategies for vibration suppression in aircraft wings. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series*. 2017;783:012054. DOI 10.1088/1742-6596/783/1/012054
- [11] Ali AA. Stability Improvement of an unmanned aerial vehicle's wing using active vibration control. *International Journal of Computer Applications*. 2017;157(10):16-21.
- [12] Wang X, Zhou W, Guangbin Xun G, Wu Z. Dynamic shape control of Piezocomposite-actuated morphing wings with vibration suppression. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2017;;1-13. DOI 10.1177/1045389X17708039
- [13] Tsushima N, Su W. Flutter suppression for highly flexible wings using passive and active piezoelectric effects. *Aerospace Science and Technology*. 2017;65:78-89. DOI 10.1016/j.ast.2017.02.013
- [14] Tsushima N, Su W. Concurrent active Piezoelectric control and energy harvesting of highly flexible multifunctional wings. *Journal of Aircraft*. 2017;54(2):724-736. DOI 10.2514/1.C033846
- [15] Wang X, Zho W, Xun G, Wu Z. Dynamic shape control of piezocomposite-actuated morphing wings with vibration