



Dynamic Analysis of a Dual-Mass Flywheel with Polymer Balls and Its Optimization Using Design Expert Software

Seyed Ali Mousavi¹ , Saeed Mahjoub moghadas² , Hosein Mansori³

¹ Researcher, Imam Hossein University, Tehran, Iran. (*Correspondence: amousavi@ihu.ac.ir)

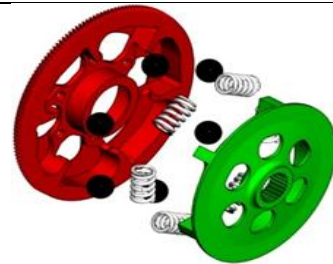
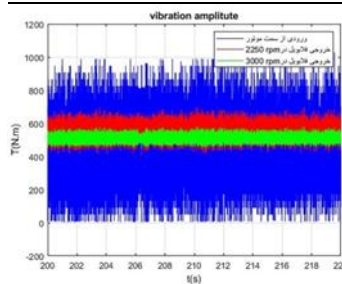
² Associate Professor Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran. Email: smahjoubmoghadas@ihu.ac.ir

³ Assistant Professor, Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran. Email: kphoseinmansouri@ihu.ac.ir

HIGHLIGHTS

- Investigation of analytic relations for a cantilever beam consist of a Piezoelectric
- Investigation of Voltage, Current and Power output Changing by changing the Piezoelectric location.
- Derivation of three-dimensional diagrams of the effect of piezoelectric displacement on voltage, current and output power.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 23 February 2026

Received in revised form: 16 April 2026

Accepted: 05 May 2026

Available online: 22 May 2026

*Correspondence:

mahjoubmoghadas@ihu.ac.ir

Keywords:

Energy Harvesting

Composite beam

Location of Piezoelectric

Output Power

Mechanical Vibrations

ABSTRACT

Vibration energy harvesting is one of the methods that is used as energy supply for electronic devices that have low power consumption (such as sensors). With the advent of piezoelectrics and due to the properties of piezoelectric materials, they were quickly introduced as one of the most common materials for energy harvesting. Currently, vibration energy harvesting with piezoelectric material can produce more than 300 microwatts per square centimeter of power. Piezopolymers are one of the types of piezoelectric materials. In this work, with the help of EAPap piezopolymer materials, which are a thin film of cellulose, energy-harvesting beams have been made. By changing the location of the piezoelectric along the length of the cantilever beam, the changes in voltage, current and output power have been investigated. It can be seen that by changing the position of the piezoelectric on the beam and getting closer to the end of the beam, the output power, current and voltage have also increased due to the increase in the amount of strain.

Cite this article: Mousavi A[©], Mahjoub Moghadas S[©], Mansori H. Dynamic Analysis of a Dual-Mass Flywheel with Polymer Balls and Its Optimization Using Design Expert Software. Journal of Aerospace Mechanics. 2025; 22 (1): 1-13. DOI: <https://doi.org/10.47176/MAJ.2026.1500>

© Author(s) retain the copyright and full publishing rights

Publisher: Imam Hossein Comprehensive University.





تحلیل دینامیکی چرخ طیار دو جرمی با ساچمه‌های پلیمری و بهینه‌سازی آن با استفاده از روش طراحی آزمایش

سید علی موسوی^{1*}، سعید محبوب مقدس²، حسین منصوری³

¹ دانشجوی دکتری، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران. (amousavi@ihu.ac.ir)

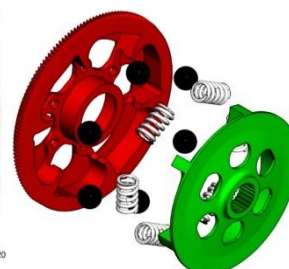
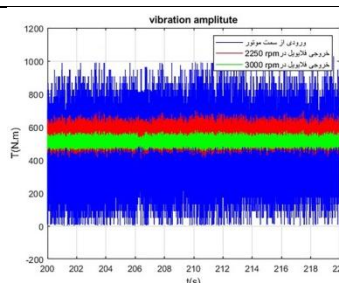
² دانشیار، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران. (mahjoubmoghadass@ihu.ac.ir)

³ استادیار، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران. (kphoseinmansouri@ihu.ac.ir)

برجسته‌ها

- ارائه یک مدل جدید از چرخ طیار دو جرمی برای استفاده در موتور هواپیما
- ساخت و بررسی تجربی مدل به صورت واقعی
- کاهش ارتعاشات تا 80 درصد در خروجی موتور

چکیده گرافیکی



مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: 04 اسفند 1404

بازنگری: 27 فروردین 1405

پذیرش: 15 اردیبهشت 1405

ارائه آنلاین: 01 خرداد 1405

*نویسنده مسئول:

mahjoubmoghadass@ihu.ac.ir

کلید واژه‌ها:

موتور پیستونی

چرخ طیار دو جرمی

نرم افزار طراحی آزمایش

آزمون تجربی

میراگر

رانگ کوتا

چکیده

در این مقاله، یک چرخ طیار دو جرمی جدید معرفی شده است که از فنرهای منقطع و ساچمه‌های پلیمری بین صفحات آن استفاده می‌شود. هدف اصلی این طراحی، کاهش نوسانات گشتاور خروجی موتورهای پیستونی است. در این پژوهش، معادلات حرکت چرخ طیار، مدل سازی شده و با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه چهارم حل شده‌اند. سپس، پارامترهای مختلف چرخ طیار مانند اینرسی، سرعت دورانی، میرایی و سفتی با کمک روش طراحی آزمایش مورد بررسی و بهینه سازی قرار گرفته‌اند. پس از بهینه سازی، چرخ طیار با مشخصات بهینه، ساخته شده و در شرایط واقعی مورد آزمایش تجربی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی و آزمایش‌های تجربی تطابق خوبی دارد که اختلاف آن زیر 6/35 درصد هست. به علاوه، این چرخ طیار توانسته است نوسانات گشتاور خروجی موتور پیستونی هواپیمای ملخی را تا 89/61 درصد کاهش دهد. این بهبود عملکرد نشان دهنده قابلیت بالای این سیستم در افزایش کارایی و پایداری موتورهای پیستونی است.

استناد: موسوی، سید علی¹، محبوب مقدس، سعید²، منصوری، حسین³. تحلیل دینامیکی چرخ طیار دو جرمی با ساچمه‌های پلیمری و بهینه سازی آن با استفاده از روش طراحی آزمایش. مکانیک هوا فضا. (1405)؛ 22 (1): 1-13.

<https://doi.org/10.47176/MAJ.2026.1500>

© نویسنده(گان) حق نشر و حقوق کامل انتشار را برای خود محفوظ می‌دارند.

ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع).



1- مقدمه

در صنعت هوانوردی، بهینه‌سازی عملکرد موتورهای پیستونی به‌عنوان یکی از اجزای حیاتی هواپیماهای ملخی، همواره مورد توجه پژوهشگران و مهندسان بوده است. یکی از چالش‌های اصلی در طراحی این موتورها، کنترل نوسانات دورانی و کاهش ارتعاشات ناشی از حرکت رفت و برگشتی پیستون‌ها است. این نوسانات نه تنها بر عملکرد موتور تأثیر منفی می‌گذارند، بلکه می‌توانند منجر به افزایش استهلاک قطعات، کاهش راندمان و حتی ایجاد ناراحتی برای سرنشینان شوند. در این راستا، استفاده از چرخ طیارها به‌عنوان یک راه حل مؤثر برای ذخیره‌سازی انرژی جنبشی و کاهش نوسانات دورانی شناخته شده است. اخیراً، مفهوم چرخ طیار دو جرمی، به‌عنوان یک نوآوری در این زمینه مطرح شده است. این سیستم با استفاده از دو جرم مجزا که توسط یک مکانیسم الاستیک به هم متصل شده‌اند، قادر است نوسانات دورانی را به‌طور چشمگیری کاهش دهد. این ویژگی به‌خصوص در موتورهای پیستونی هواپیماهای ملخی، که در آن‌ها ثبات دورانی و کاهش ارتعاشات از اهمیت بالایی برخوردار است، می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر بهبود عملکرد و افزایش طول عمر موتور داشته باشد. لازم به ذکر است تاکنون در صنایع هوایی از چرخ طیار دو جرمی استفاده نشده است و کلیه تحقیقات در این زمینه به موتورهای خودرویی معطوف بوده است. از جمله این تحقیقات، گیلارد و همکارش مشخصه‌های دینامیکی پیچشی یک کلاچ خودرو را با استفاده از پارامترهای گسسته مدل‌سازی نمودند [1]. کابینا و همکارانش در مقاله‌ای اثر چرخ طیار دو جرمی را بر روی سیستم کنترل الکتریکی موتور بررسی کرده‌اند [2]. آن‌ها در این مقاله به دنبال تجزیه و تحلیل اثرات چرخ طیار بر روی موتور بودند و با توسعه یک مدل ریاضی ساده فاز میل‌لنگ و اثر متقابل آن بر کنترل دور آرام موتور پرداختند. شواینفورت [3] میرایی چرخ طیار دو جرمی را با استفاده از سرعت زاویه‌ای چرخ طیار دوم در سیمولینک متلب مدل‌سازی نمود. کیم و همکارش [4] از فنر حلقوی استفاده نمودند و اصطکاک آن را مورد بررسی قرار دادند. ایشان از روش گسسته‌سازی عملکرد فنر چرخ طیار را تحلیل نمودند. والتر و همکارانش [5] یک مدل خطی جرم و فنر برای تحلیل سیستم چرخ طیار دو جرمی خود ارائه نمودند. هو و همکارانش [6] مدل غیر میرایی را برای ارتعاشات پیچشی معرفی نمودند و تأثیرات چرخ طیار را بر مشخصه‌های فرکانس طبیعی سیستم فرمان خودرو در شرایط ایستا و کاری مورد بررسی قرار دادند.

اسچاپر و همکاران [7] برای کنترل سیستم پیشران، به بررسی روشی برای تخمین گشتاور تولیدی موتور به‌وسیله چرخ طیار دو جرمی پرداختند. ایشان برای کنترل سیستم پیشران نیاز به اطلاعات دقیق گشتاور موتور داشتند تا بدین‌وسیله از این روش برای فعال کردن کلاچ در جعبه‌دنده‌های خودکار، دو کلاچه یا

پیشران‌های هیبریدی استفاده نمایند این روش را یک روش تخمین غیرمستقیم، ارزان و دقیق می‌دانستند.

کانگ و همکاران [8] دستگاهی را برای اندازه‌گیری جابه‌جایی چرخ طیار دو جرمی بر پایه ترانسفورماتور تفاضلی متغیر توسعه دادند و نشان دادند که چرخ طیار دو جرمی ارتعاشات را در حالت استارت موتور کاهش می‌دهند.

چن و همکاران [9] مدل 8 درجه آزادی در حالت استارت و 12 درجه آزادی در حالت کارکرد را با استفاده از نرم‌افزار ایزز 5 ایجاد کردند. تأثیر پارامترهای چرخ طیار دو جرمی و مشخصه‌های فرکانس‌های طبیعی محور انتقال قدرت و فرمان خودرو در شرایط کاری مورد بررسی قرار دادند.

ماهول و همکارش به بررسی یک سیستم چرخ طیار دو جرمی به همراه صفحه کلاچ خودکار متصل به آن پرداختند. آن‌ها معتقد بودند که آگاهی دقیق از گشتاور اصطکاکی آبی یک کلاچ خودرو باعث دستیابی به تعویض دنده راحت، بهبود مصرف سوخت و کاهش سایش آن می‌گردد [10]. دنگ و همکارش [11] به بررسی فرکانس تشدید چرخ طیار با مشخصات گشتاور موتور استارت خودرو پرداختند.

لی و همکارانش عمر خستگی صفحه متحرک یک چرخ طیار دو جرمی را مورد ارزیابی قرار دادند این عمل را به‌صورت عددی و تحلیلی مقایسه نمودند [12].

چن و همکارانش [13] مشخصات میرایی ارتعاشات چرخ طیار دو جرمی دارای سیال مغناطیسی را در سیستم انتقال قدرت مورد بررسی قرار داد. سعید شجاعی و همکارانش [14] به تحلیل ارتعاشات پیچشی میل‌لنگ یک موتور دیزل شش سیلندر به‌صورت خطی با استفاده از تحلیل هولزر پرداختند و کار خود را با نرم‌افزار المان محدود صحت سنجی نمودند.

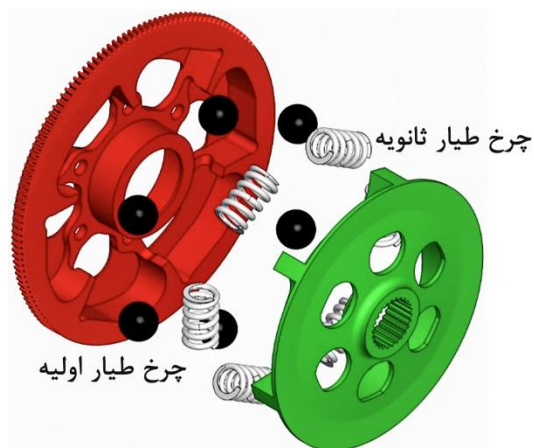
کوبن و همکاران [15] یک مدل جدید بر پایه چرخ طیار دو جرمی ارائه نمودند که در آن از یک مکانیسم جبران‌کننده استفاده شده که شامل یک فنر و یک رولربیرینگ عمود بر مسیر حرکت چرخ طیار استفاده کرده بودند، ساختار پیشنهادی را برای کاهش ارتعاشات پیچشی سیستم انتقال قدرت و رزونانس مرتبه اول و دوم موتور مطلوب دانستند.

چن و همکارانش مشخصه‌های دینامیکی چرخ طیار دو جرمی را مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از آزمون‌های تجربی پدیده چسبیدن و جدا شدن فنر را مورد مطالعه قرار دادند و مدلی برای گشتاور اصطکاکی فنر ارائه نمودند [16].

وانگ و همکارانش [17] سیستم موتور انتقال قدرت دیزلی پنج دنده را مدل‌سازی نموده و تأثیرات درگیری این دنده‌ها را با چرخ طیار دو جرمی در شرایط رانندگی به‌صورت عددی مورد بررسی قرار دادند.

تانگ و همکاران [18] به بررسی مشخصه‌های ارتعاشات یک سیستم چرخ طیار دو جرمی بر روی موتور هیبریدی پرداختند و تأثیرات آن را مورد بررسی قرار دادند.

هستند که این سازه هم مانند فنر میان دوچرخ طیار قرار می‌گیرد که منجر می‌شود در هنگام حرکت دورانی دوچرخ طیار نسبت به هم تداخلی نداشته باشند و صفحات روی این ساچمه‌ها نسبت به هم حرکت دورانی نمایند. چرخ طیار اول به‌وسیله پیچ به انتهای میل‌لنگ موتور متصل می‌گردند و چرخ طیار دوم به‌وسیله هزار خاری موجود در مرکز آن به جعبه‌دنده متصل می‌گردد. با روشن شدن موتور و چرخش میل‌لنگ چرخ طیار اول شروع به دوران می‌کند و با انتقال گشتاور به فنرها باعث فشرده شدن آن‌ها و در نتیجه انتقال گشتاور به سمت دیگر فنر می‌گردد که منجر به دوران چرخ طیار دوم می‌گردد. با انجام این فرآیند گشتاور موتور به‌صورت غیرمستقیم به جعبه‌دنده انتقال می‌یابد. این چرخ طیار با داشتن فنرهایی با سفتی پایین و حرکت نوسانی آن دامنه نوسانات گشتاور موتور را کاهش می‌دهد و منجر به آن می‌شود که گشتاور ورودی به جعبه‌دنده نرم‌تر و روان‌تر شود و عملکرد آن را بهبود ببخشد.



شکل 1: شماتیک چرخ طیار دو جرمی با ساچمه‌های پلیمری

3- معادلات حاکم بر چرخ طیار و حل آن

همان‌طور که بیان شد چرخ طیار اولیه بر روی میل‌لنگ موتور نصب می‌گردد و چرخ طیار ثانویه به جعبه‌دنده متصل می‌گردد. چرخ طیار اولیه و ثانویه به‌صورت دیسک‌های دارای اینرسی، به ترتیب J_1 و J_2 می‌باشند. این دوچرخ طیار به‌وسیله فنرهای پیچشی که دارای اثر میرایی نیز می‌باشند به یکدیگر متصل می‌گردند. ورودی این سیستم گشتاور موتور $M_e(t)$ است. گشتاور مخالف این سیستم گشتاور خروجی جعبه‌دنده $M_g(t)$ یا در مدل هوایی آن ملخ هست. مدل ریاضی سیستم چرخ طیار دو جرمی در شکل 2 نشان داده شده است.

مطابق شکل 2 سیستم معادلات حرکت چرخ طیار دو جرمی را می‌توان با استفاده از قوانین نیوتن به‌صورت یک سیستم دو درجه آزادی مدل نمود. معادلات این سیستم به‌صورت معادلات 1 و 2 هست.

لیپوینگ هی [19] یک مدل دینامیکی برای چرخ طیار دو جرمی ارائه نمود و به بررسی بهینه‌سازی پارامترهای آن پرداخت ایشان نشان داد که توزیع جرم بین دوچرخ طیار نقش مهمی در کاهش ارتعاشات دارد. مقصودی و همکارانش [20] ارتعاشات پیچشی یک چرخ طیار دو جرمی را بررسی کردند و ایشان نیروی اینرسی و فشار گاز سیلندر را به‌صورت تجربی به دست آوردند. کین‌دار تسکی و همکارانش [21] مدل ریاضی و شبیه‌سازی مبتنی بر سیمولینک متلب را ارائه داده است. ایشان با توسعه روش سیمولینک تغییرات گشتاور در لحظات اول شروع به کار موتور می‌پردازد و تغییرات تنشی و گشتاوری آن را در دوره‌های مختلف بررسی می‌کند. این سیستم بدون آزمون تجربی و ریاضی و سیمولینک متلب انجام پذیرفته است.

حسین زاده و همکاران [22] با استفاده از نرم‌افزار طراحی آزمایش، پارامترهای هندسی را برای چاپ سه‌بعدی پلیمرها تجزیه و تحلیل و بهینه نموده است. نصیری و همکاران [23] پارامترهای مؤثر در فرآیند شکل‌دهی آزاد ورق را با استفاده از نرم‌افزار طراحی آزمایش بهینه نموده است. مستوفی و همکاران [24] با استفاده از نرم‌افزار طراحی آزمایش و روش سطح پاسخ آن، به تحلیل رگرسیونی شکل‌دهی آزاد و با قالب یک صفحه دایره‌ای با استفاده از انفجار مخلوط گاز پرداخته است.

در این مقاله، به بررسی اصول عملکرد و مزایای استفاده از یک چرخ طیار دو جرمی جدید در موتورهای پیستونی هواپیماهای ملخی پرداخته می‌شود. همچنین، تأثیر این سیستم بر کاهش ارتعاشات، بهبود انتقال قدرت و افزایش راندمان موتور مورد تحلیل قرار خواهد گرفت. در نهایت، با ارائه نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها و آزمایش‌های عملی، کارایی این فناوری در شرایط واقعی ارزیابی می‌شود. این پژوهش می‌تواند به‌عنوان گامی مهم در جهت توسعه موتورهای پیستونی کارآمدتر و پایدارتر در صنعت هوانوردی مورد استفاده قرار گیرد. موتورهای هوایی دارای سرعت و گشتاور بالاتری نسبت به موتورهای خودرویی هست. آزمون تجربی چرخ طیار دو جرمی برای اینکه میزان میرایی آن در واقعیت بررسی شود بسیار کم در مقالات انجام پذیرفته است ولی در این مقاله آزمون تجربی انجام شده است تا میزان میرایی دامنه نوسانات و کارایی چرخ طیار به‌صورت تجربی بررسی گردد.

2- معرفی چرخ طیار دو جرمی با ساچمه‌های پلیمری

سازه‌ی چرخ طیار دو جرمی با ساچمه‌های پلیمری در شکل 1 نشان داده شده است. این مدل جدید چرخ طیار دو جرمی از چهار قسمت تشکیل شده است. قسمت اول، چرخ طیار اول است که بر روی آن دنده استارت نصب شده است. بخش دوم، جرم دوم یا چرخ طیار دوم هست و بخش سوم فنرهای منقطع است که میان دوچرخ طیار نصب می‌گردد و قسمت چهارم ساچمه‌های پلیمری

در معادله 2، $c_2(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + k_2(\varphi_2 - \varphi_1)$ گشتاور ورودی جعبه‌دنده یا $M_g(t)$ است. معادلات 1 و 2 را به صورت ماتریسی می‌توان به صورت معادلات 5 نوشت:

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -T_f \\ T_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_e(t) \\ M_g(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

فرضیات حاکم در معادلات 5 به صورت زیر هست:

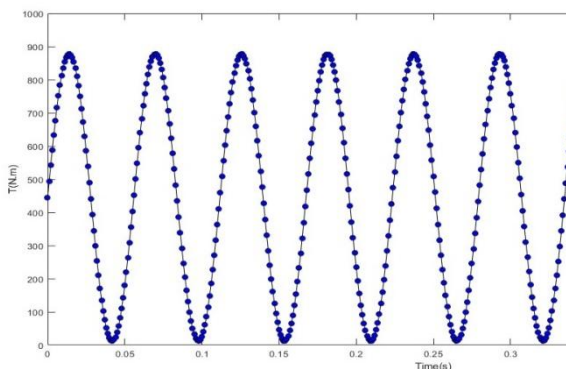
1- در این معادلات فرض بر این است که خروجی چرخ طیار مستقیماً به جعبه‌دنده متصل است

2- گشتاور خروجی موتور به صورت معادله 6 در نظر گرفته می‌شود

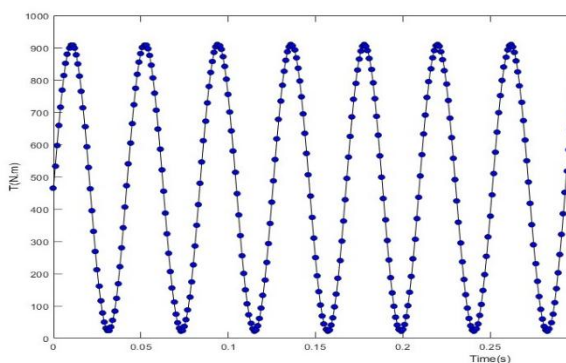
$$M_e(t) = M_o + \Delta M \times \sin(\omega_e t) \quad (6)$$

که در آن $M_e(t)$ گشتاور موتور، M_o میانگین گشتاوری است که به صورت عملکردی موتور تأمین می‌کند، ΔM دامنه نوسان گشتاور و ω_e فرکانس پایه متناسب با سرعت دورانی میل‌لنگ موتور هست. نمونه نمودارهای خروجی موتور مورداستفاده در شکل‌های 4 ارائه شده است و در جدول 1 نیز جدول میانگین گشتاور، دامنه نوسان در دوره‌های انتخابی آورده شده است.

معادلات دیفرانسیل سیستم چرخ طیار دو جرمی را می‌توان با استفاده از روش رانگ کوتا مرتبه 4 حل کرد. برای انجام فرآیند حل، ابتدا باید معادله دیفرانسیل مرتبه 2 موجود را به مرتبه اول تبدیل نمود و سپس فرآیند حل را اعمال کرد.

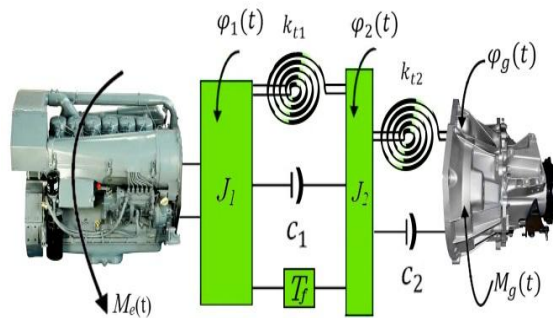


شکل 4(الف): گشتاور نوسانی موتور در 2250 دور بر دقیقه



شکل 4(ب): گشتاور نوسانی موتور در 3000 دور بر دقیقه

شکل 4: نمونه گشتاور نوسانی موتور در دوره‌های مختلف



شکل 2: مدل دیاگرام آزاد چرخ طیار

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + k_1(\varphi_1 - \varphi_2) - T_f = M_e(t) \quad (1)$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 + c_1(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + k_1(\varphi_2 - \varphi_1) + T_f + c_2(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_g) + k_2(\varphi_2 - \varphi_g) = 0 \quad (2)$$

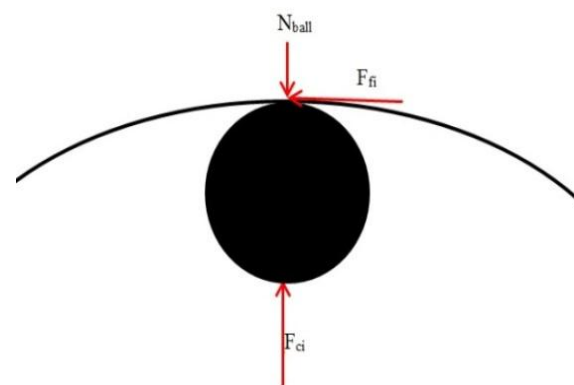
در این معادلات φ_1 و φ_2 به ترتیب زاویه مطلق چرخ طیار اول و دوم هست و مشتقات این عبارات $\dot{\varphi}$ سرعت و $\ddot{\varphi}$ شتاب زاویه‌ای این چرخ طیارها نسبت به هم می‌باشند. ضرایب k_1 و c_1 به ترتیب ضریب سفتی و میرایی فنر چرخ طیار و k_2 و c_2 ضریب سفتی و میرایی محور جعبه‌دنده هست. در معادلات فوق T_f گشتاور اصطکاکی ساچمه‌های میان دو صفحه چرخ طیار است که مانع از سایش دو صفحه یا برخورد آن‌ها باهم هست. با فرض غلتش کامل ساچمه در راستای محیطی دایره دوران، مطابق شکل 3 نیروی نرمال وارد بر سطح ساچمه نیروی گریز از مرکز هست که به صورت معادله 3 تعریف می‌شود:

$$F_f = n m_b R_b \dot{\varphi}^2 \quad (3)$$

این نیرو باعث ایجاد گشتاور اصطکاکی مطابق فرمول 4 می‌گردد.

$$T_f = n \mu m_b R_b^2 \dot{\varphi}^2 \quad (4)$$

در رابطه معادله (4) تعداد ساچمه‌ها، μ ضریب اصطکاک ساچمه، m_b جرم ساچمه، R_b شعاع متوسط مرکز دوران ساچمه و $\dot{\varphi}$ سرعت زاویه‌ای آن است. در این مدل از ساچمه‌های فولادی بلبرینگ با ضریب اصطکاک 0/001 الی 0/002 استفاده شده است.

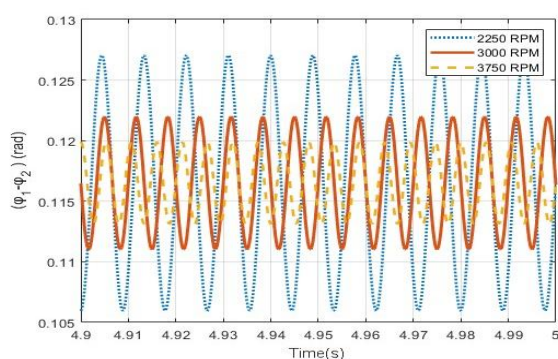


شکل 3: نیروی گریز از مرکز وارد بر ساچمه

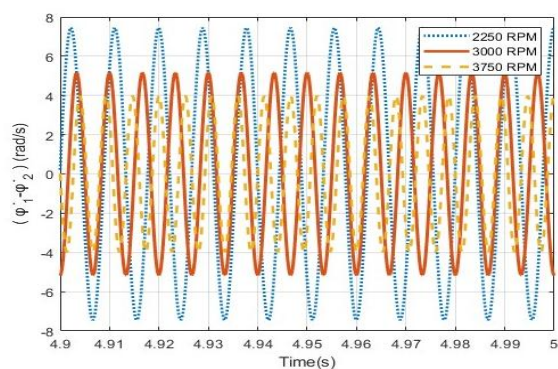
خروجی آن به طور محسوسی کاهش می یابد به طوری که گشتاور نوسانی موتور که در حدود 440 نیوتن متر است، با استفاده از چرخ طیار دو جرمی در سرعت 2250 دور بر دقیقه به 25 نیوتن متر، در 3000 دور بر دقیقه به 10 نیوتن متر و در سرعت 3750 دور بر دقیقه به 5 نیوتن متر کاهش می یابد و در نتیجه مزیت وجود چرخ طیار دو جرمی قابل مشاهده است.

جدول 2: متغیرهای اولیه در نظر گرفته شده برای موتور

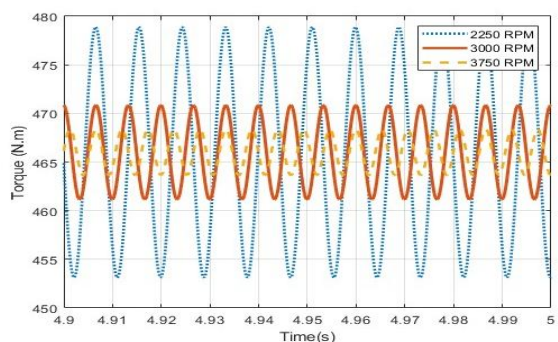
c_2 (Nm.s/rad)	c_1 (Nm.s/rad)	k_2 (Nm/rad)	k_1 (Nm/rad)	J_2 (kg.m ²)	J_1 (kg.m ²)	تعداد
12	1	2000	2000	0/2	0/2	7



شکل 5: جابجایی زاویه‌ای بین دوچرخ طیار



شکل 6: سرعت زاویه‌ای بین دوچرخ طیار



شکل 7: گشتاور خروجی چرخ طیار دو جرمی

4- بهینه‌سازی دامنه ارتعاشات خروجی چرخ طیار

جدول 1: گشتاور میانگین و نوسانی موتور در دورهای مختلف

دور موتور (rpm)	گشتاور میانگین (N.m)	گشتاور نوسانی (N.m)
2250	445	433
3000	466	445
3750	483/5	454/5
4500	491/5	463/5
5250	501	481
6000	502	483

با توجه به معادله‌ی حرکت چرخ طیار دو جرمی، می توان آن را، به فرم مرتبه اول به صورت معادله 7 نوشت [25]:

$$\dot{y}(t) = A y(t) + B f(t) \quad (7)$$

که در آن توابع $f(t)$ و $y(t)$ به صورت معادلات 8 تعریف می گردد.

$$y(t) = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4]^T$$

$$y_1 = \phi_1$$

$$y_2 = \phi_2$$

$$y_3 = \dot{\phi}_1$$

$$y_4 = \dot{\phi}_2$$

(8)

$$f(t) = [0 \ 0 \ M_e(t) \ M_g(t)]^T$$

بر اساس توابع (8) معادلات حرکت چرخ طیار را می توان به صورت معادله 9 بازنویسی نمود.

$$\dot{y}_1 = y_3$$

$$\dot{y}_2 = y_4$$

$$J_1 \dot{y}_3 + c_1(y_3 - y_4) + k_1(y_1 - y_2) = M_e(t) \quad (9)$$

$$J_2 \dot{y}_4 + c_1(y_4 - y_3) + k_1(y_2 - y_1) +$$

$$c_2(y_4 - \dot{\phi}_g) + k_2(y_2 - \phi_g) = 0$$

با مرتب نمودن توابع و قرار دادن آن ها در ماتریس های مربوط به معادلات (5) ماتریس های A و B به صورت معادله 10 به دست می آیند.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (10)$$

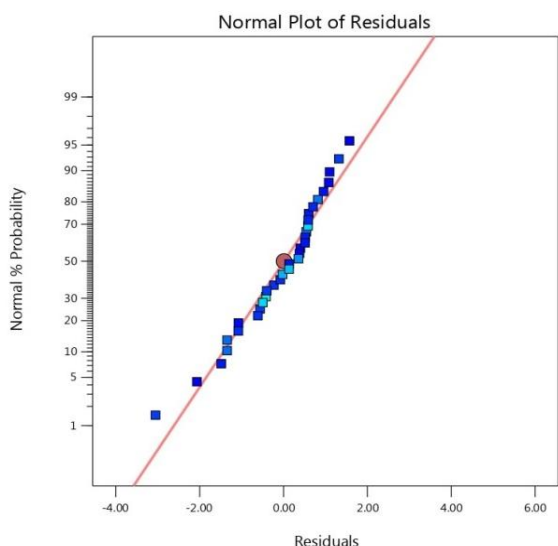
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M^{-1} \end{bmatrix}$$

در معادلات 10 ماتریس I 2×2 با درایه های یک و 0 ماتریس 2×2 با درایه های صفر هست. شرایط اولیه برای حل معادلات حرکت چرخ طیار بر اساس جابجایی زاویه ای صفر و سرعت زاویه ای برابر سرعت زاویه ای موتور در نظر گرفته می شود.

با اعمال پارامترهای اولیه جدول 2 و کد نویسی معادلات حرکت در متلب و حل آن ها با استفاده از روابط رانگ کوتا مرتبه 4، جابجایی و سرعت زاویه ای میان دوچرخ طیار و گشتاور خروجی آن برای سه سرعت دورانی مختلف انجام پذیرفته است. در نمودارهای 5 و 6 جابجایی زاویه ای و سرعت زاویه ای میان دوچرخ طیار نشان داده شده است که با افزایش سرعت موتور، دامنه تغییرات آن ها کاهش یافته است.

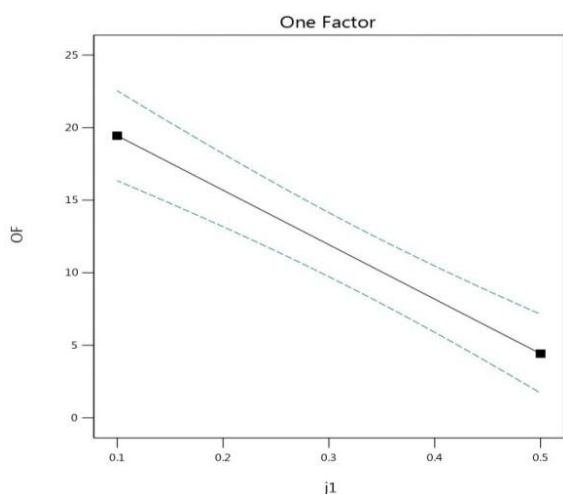
در شکل 7 گشتاور خروجی از چرخ طیار نشان داده شده است. مطابق این شکل، با افزایش سرعت چرخ طیار، نوسان گشتاور

میزان رگرسیون خطی که نرم‌افزار در پیش‌بینی پاسخ دارد در شکل 8 نشان داده شده است که نشان می‌دهد مدل رگرسیون خطی پیش‌بینی شده نسبت به باقیمانده از دقت قابل قبولی برخوردار است و نرم‌افزار به راحتی الگوی رفتاری سیستم را پیش‌بینی نموده است.



شکل 8: توزیع نرمال باقیمانده نرم‌افزار طراحی آزمایش

با اعمال محدوده‌های ممکن و تعداد متغیرها، نتایج حاصل از خروجی نرم‌افزار به صورت شکل‌های 9-15 هست. در بررسی اولیه با نرم‌افزار، میزان حساسیت پارامترها به تابع بهینه موردنظر، بررسی شد. مطابق شکل‌های 9 و 10 برای پارامترهای j_1 و j_2 ، همان گونه که مشخص است، این پارامترها تأثیر کاهشی در نوسانات گشتاور دارند. با افزایش اینرسی میزان قابلیت ذخیره‌سازی انرژی جنبشی جهت اعمال به سیستم برای یکنواخت کردن دامنه گشتاور خروجی بیشتر می‌شود.



شکل 9: بررسی اثر j_1 بر تابع OF

اغلب مهندسان تمایل دارند پارامترهای ورودی هر فرآیند را (مقادیر حداقل و یا حداکثر برای پارامترهای خروجی) به جهت رسیدن به کیفیت مطلوب بهینه‌سازی نمایند. در این بخش باید تأثیر هر یک از متغیرها مشخص گردد و در انتها باید حالتی را انتخاب نمود که پاسخ به سطحی قابل قبول از مطلوبیت دست یابد [23]. برای این کار از قسمت بهینه‌ساز پاسخ نرم‌افزار طراحی آزمایش استفاده شده است. به منظور انتخاب نقطه بهینه ابتدا باید محدوده‌ی پارامترها در نرم‌افزار مشخص گردد و با توجه به الزامات و محدودیات تعریف شده برای آن، نرم‌افزار جواب‌های ممکن را با استفاده از روش رگرسیون خطی ارائه نماید.

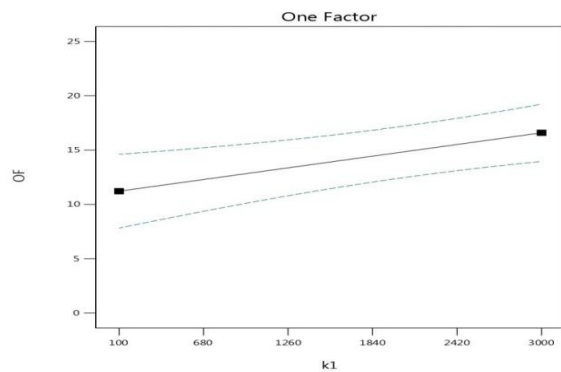
برای بهینه‌سازی سیستم چرخ طیار دو جرمی نیاز به یک تابع هدف است. هدف اصلی، کاهش دامنه تغییرات گشتاور ورودی به جعبه‌دنده است. درواقع تابع هدف، انحراف معیار نوسانات گشتاور ورودی به جعبه‌دنده است. هرچه مقدار این تابع کوچک‌تر شود در نتیجه نوسانات گشتاور ورودی به جعبه‌دنده کاهش می‌یابد. انحراف معیار نوسانات گشتاور ورودی به جعبه‌دنده نشان می‌دهد که به طور میانگین داده‌ها چه مقدار از مقدار متوسط فاصله دارند. فرمول تابع هدف در رابطه 11 ارائه شده است.

$$OF = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (M_g(i) - M_{g\text{mean}})^2} \quad (11)$$

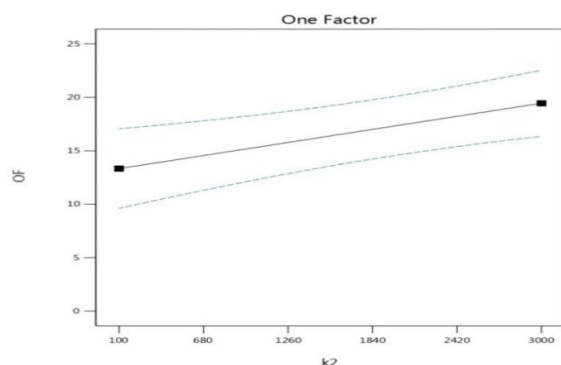
5- نتایج و بحث

نرم‌افزار طراحی آزمایش همان گونه که بیان شد از روش رگرسیون خطی برای پیش‌بینی پاسخ استفاده می‌نماید. رگرسیون خطی در آمار یک مدل آماری است که رابطه خطی بین یک پاسخ (متغیر وابسته) و یک یا بیشتر متغیر (رگرسور یا متغیر مستقل) را تخمین می‌زند. رگرسیون خطی یکی از روش‌های تحلیل رگرسیون است. این روش نوعی تابع پیش‌بینی کننده خطی است که در آن متغیر وابسته (متغیری که قرار است پیش‌بینی شود) به صورت ترکیبی خطی از متغیرهای مستقل پیش‌بینی می‌شود، بدین معنی که هر کدام از متغیرهای مستقل در ضریبی که در فرایند تخمین برای آن متغیر به دست آمده ضرب می‌شود؛ جواب نهائی، مجموع حاصل ضرب‌ها به علاوه یک مقدار ثابت خواهد بود که آن هم در فرایند تخمین به دست آمده است.

برای یافتن پاسخ در نرم‌افزار نیاز به اعلام تعداد متغیرها به همراه محدوده‌ی آن‌ها و تعیین خروجی در نرم‌افزار هست. بر این اساس، با اعمال محدوده در نرم‌افزار مطابق جدول پیوست تعداد 34 پاسخ برای متغیرها جهت پیش‌بینی تغییرات آن‌ها در نرم‌افزار نیاز است. که با حل معادلات با استفاده از روش روند کوتاه مرتبه 4 و اعمال پاسخ در آن، نرم‌افزار قادر خواهد بود تک تک متغیرها و جواب بهینه آن را پیش‌بینی نماید.

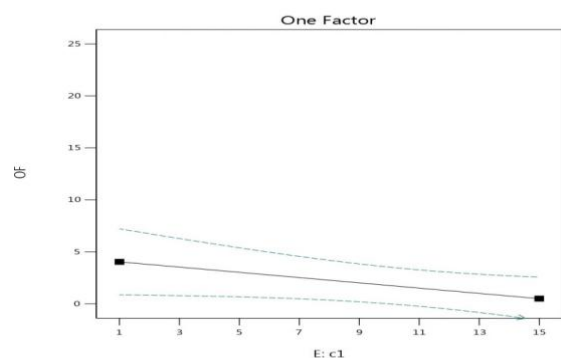


شکل 12: بررسی تأثیر k_1 بر تابع OF

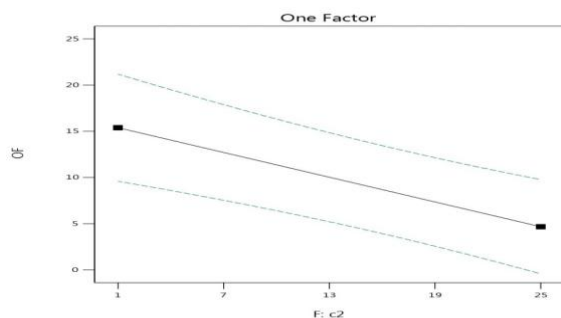


شکل 13: بررسی تأثیر k_2 بر تابع OF

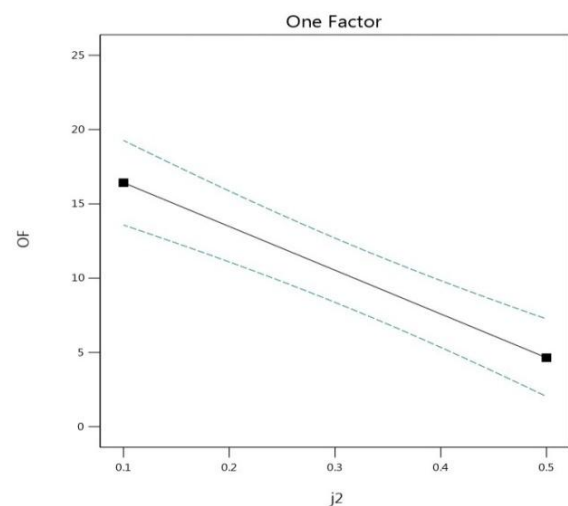
شکل‌های 14 و 15 تأثیر ضرایب میرایی c_1 و c_2 را بر روی میزان پارامتر خروجی چرخ طیار نشان می‌دهد. مطابق این شکل‌ها همانند ضرایب اینرسی با افزایش این ضرایب، نوسانات گشتاور خروجی چرخ طیار کاهش می‌یابد.



شکل 14: بررسی تأثیر c_1 بر تابع OF

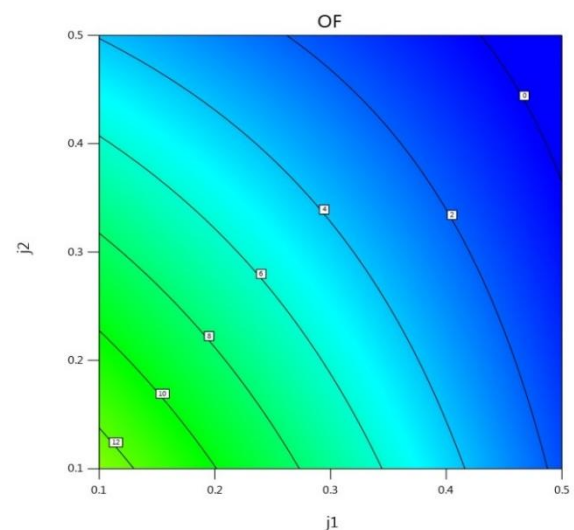


شکل 15: بررسی تأثیر c_2 بر تابع OF



شکل 10: بررسی اثر j_2 بر تابع OF

مطابق شکل 11 بررسی دقیق‌تر نمودارها نشان می‌دهد که تأثیر پارامتر j_1 کمی بهتر از پارامتر j_2 هست. در شکل‌های 12 و 13 تأثیر پارامترهای k_1 ، k_2 سفتی مربوط به چرخ طیار بر روی نوسانات گشتاور را نشان می‌دهند. مطابق این نمودارها با افزایش ضرایب سفتی k_1 و k_2 نوسانات گشتاور خروجی چرخ طیار افزایش می‌یابد. نمودارهای سفتی نشان می‌دهند که هر چه مقدار سفتی کمتر گردد (صلبیت سیستم کاهش یابد) خواص خروجی بهتری انتظار می‌رود، ولی محدودیت فیزیکی برای ساخت فنر وجود دارد زیرا امکان ساخت فنر با ضرایب سفتی کم وجود ندارد و از طرفی جابه‌جایی بین دوچرخ طیار، افزایش می‌یابد که به دلیل فشردگی بیش‌ازاندازه حد فنر، منجر به کاهش عمر آن و افزایش قطر چرخ طیار در محل نصب فنر می‌گردد. لازم به ذکر است برای انتقال گشتاور بالاتر در موتور، نیاز به فنرهای قوی‌تری هست، در غیر این صورت در گشتاورهای بالا، قدرت انتقال چرخ طیار کاهش می‌یابد.

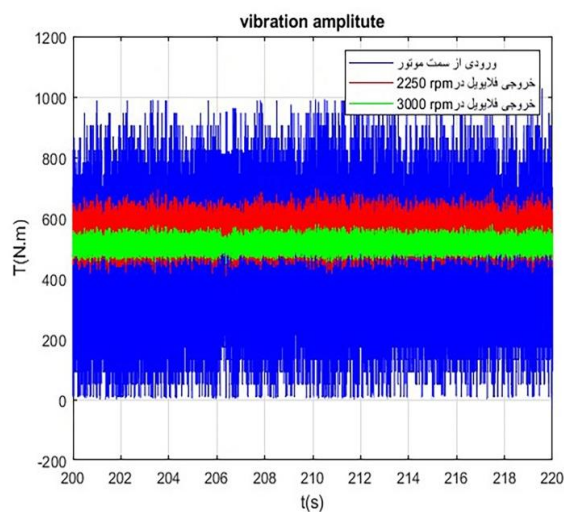


شکل 11: بررسی تعامل اثر j_1 و j_2 بر تابع OF

درصد میرایی دامنه

$$(12) \quad \text{دامنه خروجی} - \text{دامنه ورودی} \\ = \frac{\text{دامنه ورودی}}{\text{دامنه ورودی}} \times 100$$

فرایند آزمون بدین صورت است که پس از روشن نمودن موتور با فرمان دادن به گاورنر دور موتور در دوری مشخص ثابت نگه‌داشته می‌شود و حداکثر گشتاور آن استخراج می‌گردد درواقع گاورنر و ملخ در اینجا نقش یک دینامومتر را دارند در این شرایط پارامترهای چرخ طیار با دقت بسیار بالایی استخراج می‌شود که نمودارهای آن به صورت شکل 17 هست:



شکل 17: میزان نوسانات گشتاور در حالت پایدار

در جدول 4 نتایج حاصل از داده‌های آزمایش بر اساس سرعت‌های دورانی موتور ارائه شده است. مطابق این جدول دامنه‌ی نوسانات گشتاور ورودی به چرخ طیار و خروجی از آن مورد مقایسه قرار گرفته است. بر اساس این نتایج با افزایش دور موتور از 2250 دور بر دقیقه به 3000 دور بر دقیقه میزان میرایی چرخ طیار از 76/62 درصد به 89/61 درصد افزایش می‌یابد و ارتعاشات پیچشی خروجی از چرخ طیار کاهش می‌یابد و این روند با افزایش سرعت موتور ادامه می‌یابد و نشان می‌دهد که چرخ طیار نقش مؤثری در کاهش دامنه نوسانات گشتاور دارد. در جدول 5 میزان محاسبات تحلیلی با نتایج آزمایش‌های تجربی مورد مقایسه قرار گرفته است که نشان می‌دهد فرمول‌های تحلیلی دقت قابل قبولی دارند.

جدول 4: نتایج حاصل از آزمون تجربی

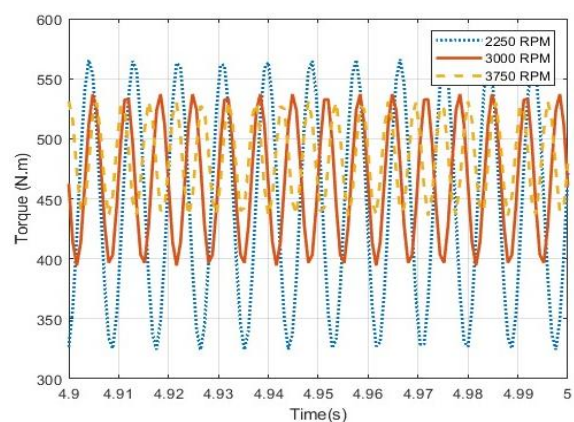
سرعت موتور	دامنه نوسانات گشتاور موتور (N.m)	دامنه نوسان گشتاور خروجی چرخ طیار (N.m)	درصد میرایی دامنه
2250	433	120/2	76/62
3000	445	71/4	89/61

با انجام فرآیند بهینه‌سازی به وسیله نرم افزار مقادیر پارامترهای جدول 3 با توجه به محدودیت‌ها و الزامات ساخت به دست آمده است.

با اعمال این نتایج در کد متلب، میزان نوسانات گشتاور در سرعت‌های مختلف به صورت شکل 16 هست. این شکل نمونه از میزان نوسانات را در 5 ثانیه اول حرکت چرخ طیار نشان می‌دهد.

جدول 3: پارامترهای پیشنهادی با استفاده از نرم افزار طراحی آزمایش

c_2 (Nm.s/rad)	c_1 (Nm.s/rad)	k_2 (Nm/rad)	k_1 (Nm/rad)	J_2 (kg.m ²)	J_1 (kg.m ²)	ξ_1
12	0/1	2650	550	0/01	0/07	ξ_2



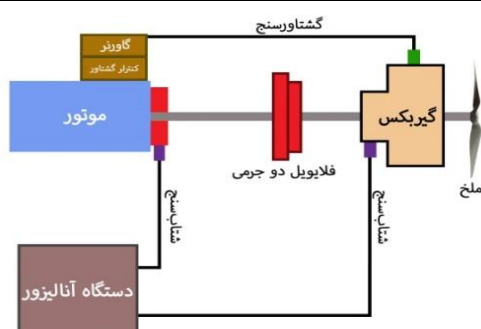
شکل 16: میزان نوسانات گشتاور در حالت پایدار

6- آزمایش تجربی

برای ارزیابی و صحت سنجی نتایج تحلیلی چرخ طیار دو جرمی نیاز به انجام یک آزمون تجربی هست. بر این اساس استند آزمون جامعی مطابق شکل 18 ساخته شده است. این استند آزمون شامل یک موتور پیستونی هوایی، گاورنر (سیستم کنترل دور و گشتاور)، ملخ گام متغیر، حس گرهای شتاب سنج، دستگاه داده برداری و تحلیل داده، سیستم گشتاور سنج و دور سنج هست. مطابق پیکربندی کلی میز، موتور مجهز به یک گاورنر هست که با قرار دادن موتور در سرعت ثابت (دقت 5 دور بر دقیقه)، قابلیت تنظیم گام ملخ را بر عهده دارد تا به وسیله آن بتواند گشتاور موتور را تنظیم نماید. این فرایند به صورت هیدرولیکی انجام می‌پذیرد. سیستم اندازه گیری دور، گشتاور و حس گرهای شتاب سنج قبل و بعد از چرخ طیار نصب شده‌اند. این استند مجهز به دستگاه داده برداری 32 کاناله از شرکت KMT مدل MC16/64 هست و حس گرهای شتاب سنج شرکت YMC مدل YMC121A10 با قابلیت اندازه گیری 500g را دارا هست. میزان درصد کاهش دامنه یا درصد میرایی دامنه نوسان بر اساس رابطه 12 مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

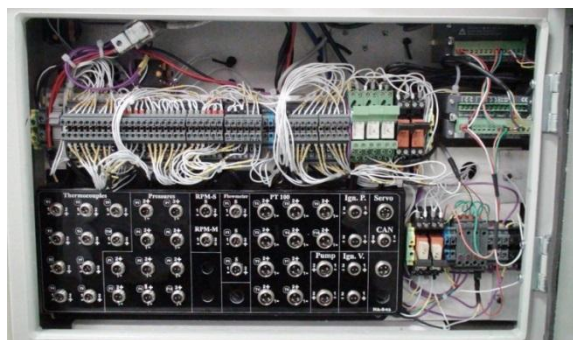


استند آزمون چرخ طیار



شماتیک استند آزمون چرخ طیار

دستگاه داده برداری 32 کاناله KMT مدل MC16/64



تصویری از جعبه حاوی سیستم کنترل و دیتا برداری

تصویری از صفحه اتصال حس گرها به سیستم دیتا برداری

شکل 18: استند آزمون تجربی

جدول 5: مقایسه درصد میرایی دامنه نوسان خروجی چرخ طیار به

روش تحلیلی و تجربی

سرعت موتور (rpm)	روش تحلیلی (%)	آزمون تجربی (%)	درصد خطا
2250	72/41	76/62	5/5
3000	83/92	89/61	6/35

8- فهرست علائم

$\ddot{\varphi}$	شتاب زاویه‌ای
$\dot{\varphi}$	سرعت زاویه‌ای
φ	جابه‌جایی زاویه‌ای
μ	ضریب اصطکاک
π	عدد پی
M_g	گشتاور ورودی جعبه‌دنده
M_e	گشتاور خروجی موتور
J_1	ممان اینرسی چرخ طیار اول
J_2	ممان اینرسی چرخ طیار دوم
K_1	سفتی پیچشی فنر
K_2	سفتی محور ورودی جعبه‌دنده
C_1	میرایی فنر
C_2	میرایی محور ورودی جعبه‌دنده
m_b	جرم ساچمه
R_b	شعاع متوسط مرکز دوران ساچمه
n	تعداد ساچمه‌ها

7- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، عملکرد و مزایای استفاده از چرخ طیار دو جرمی در موتورهای پیستونی هواپیماهای ملخی مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به چالش‌های موجود در کنترل نوسانات دورانی و کاهش ارتعاشات در موتورهای پیستونی، استفاده از چرخ طیار دو جرمی به‌عنوان یک راه‌حل مؤثر برای بهبود عملکرد موتور و افزایش راندمان آن پیشنهاد شد. این سیستم با بهره‌گیری از دو جرم مجزا و یک مکانیسم الاستیک، توانست نوسانات دورانی را به‌طور چشمگیری کاهش دهد و انتقال قدرت را بهبود بخشد.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها و آزمایش‌های عملی نشان داد که چرخ طیار دو جرمی قادر است دامنه نوسانات گشتاور را به‌طور قابل‌توجهی کاهش دهد. به‌طور خاص، در سرعت‌های بالاتر، میزان میرایی دامنه نوسانات گشتاور افزایش یافت و عملکرد موتور را بهبود بخشید. برای مثال، در سرعت 2250 دور بر دقیقه، میرایی دامنه نوسانات گشتاور به 76/62 درصد و در سرعت 3000 دور بر دقیقه به 89/61 درصد رسید. این نتایج نشان‌دهنده تأثیر مثبت چرخ طیار دو جرمی در کاهش ارتعاشات و بهبود انتقال قدرت در موتورهای پیستونی هواپیماهای ملخی است.

علاوه بر این، بهینه‌سازی پارامترهای چرخ طیار دو جرمی با استفاده از روش طراحی آزمایش، منجر به دستیابی به مقادیر بهینه برای اینرسی، سفتی و میرایی سیستم شد. این بهینه‌سازی نه‌تنها عملکرد چرخ طیار را بهبود بخشید، بلکه امکان ساخت و استفاده از این سیستم را در شرایط واقعی فراهم کرد.

در نهایت، این پژوهش گامی مهم در جهت توسعه موتورهای پیستونی کارآمدتر و پایدارتر در صنعت هوانوردی محسوب می‌شود. استفاده از چرخ طیار دو جرمی می‌تواند به کاهش استهلاک قطعات، افزایش طول عمر موتور و بهبود راحتی سرنشینان منجر شود. با توجه به نتایج مثبت به‌دست‌آمده، پیشنهاد می‌شود تحقیقات بیشتری در زمینه‌ی کاربرد این فناوری در سایر انواع موتورها و شرایط عملیاتی مختلف انجام پذیرد تا پتانسیل کامل آن در صنعت هوانوردی و سایر صنایع مرتبط مورد بررسی قرار گیرد.

9- مراجع

- [1] Gaillard, C.L. and R. Singh, Dynamic analysis of automotive clutch dampers. Applied Acoustics, 2000. 60(4): p. 399-424. DOI [https://doi.org/10.1016/S0003-682X\(00\)00005-0](https://doi.org/10.1016/S0003-682X(00)00005-0)
- [2] Nicolò Cavina, G.S., Analysis of a Dual Mass Flywheel System for Engine Control Applications. SAE International, 2004. 113(7): p. 280-286. DOI <https://doi.org/10.4271/2004-01-3016>
- [3] Schweinfurt, H.B., Systematic search for and vibratory assessment of new action principles for alternative rotary vibration decoupling systems in the passenger car driveline. Drive System Technique, 2004. 6: p. 3-12. DOI <https://doi.org/10.4271/2004-01-3016>
- [4] Taehyun Kim, H.S., Sungho Hwang, Hyunsoo Kim, Analysis of Dual Mass Flywheel using Discrete Arcspring Model. Engineering Materials, 2006. 326-328: p. 1607-1610. DOI <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.326-328.1607>
- [5] Andreas Walter, U.K., Stephen Jones, Thomas Winkler, Misfire Detection for Vehicles with Dual Mass Flywheel (DMF) Based on Reconstructed Engine Torque. SAE International, 2007. DOI <https://doi.org/10.4271/2007-01-3544>
- [6] Jianjun, H., Jianjun, H. Datong, Q. Yusheng, Zhao Yonggang, Liu., Study on natural torsional vibration characteristics of dual mass-flywheel radial spring type torsional vibration damper. 2009, SAE Technical Paper. DOI <https://doi.org/10.4271/2009-01-2062>
- [7] U. Schaper, O.S., T. Maill, V. Blessing, Modeling and torque estimation of an automotive Dual Mass Flywheel, in american control conference. 2009: USA. DOI <https://doi.org/10.1109/ACC.2009.5160136>

- [18] Tang, X., Hu, Xiaosong Yang, Wei., Novel torsional vibration modeling and assessment of a power-split hybrid electric vehicle equipped with a dual-mass flywheel. *IEEE transactions on vehicular technology*, 2017. 67(3): p. 1990-2000. DOI <https://doi.org/10.1109/TVT.2017.2769084>
- [19] Liupeng He , C.X., Sida Chen, Jiwei Guo, Yi Liu, Parametric Investigation of Dual-Mass Flywheel Based on Driveline Start-Up Torsional Vibration Control. *Shock and Vibration*, 2019. 2019: p. 1-12. DOI <https://doi.org/10.1155/2019/3171698>
- [20] G. M. Gharehbolagh, A.R.B., P. Safarpour, Y. Abbaszadeh, Nonlinear analysis of torsional vibrations of dual mass flywheel in a three-cylinder engine. *Multi-body Dynamics*, 2022: p. 1-13. DOI <https://doi.org/10.1177/14644193221127659>
- [21] B. Kindratskyy, R.L., O. Osmak, INFLUENCE OF VEHICLE ACCELERATION INTENSITY ON DUAL-MASS FLYWHEEL ELEMENTS AND TRANSMISSION LOAD. *TRANSPORT TECHNOLOGIES*, 2022. 3(1): p. 65-76. DOI <https://doi.org/10.23939/tt2022.01.065>
- [22] M. H. Hosseinzadeh, M.G., K. NAROOEI, Experimental and Numerical Study on the Effect of 3D Printing Geometrical Parameters on the Torsional Shape Recovery Behavior of Polylactic Acid. *AEROSPACE MECHANICS JOURNAL*, 2022. 18(2): p. 169-181. DOR <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26455323.1401.18.2.12.2>
- [23] S. Nasiri, M.S.Y., T. MIRZABABAIE MOSTOFI, S. M. Mousavi, M. Ziya Shamai, Optimization of Effective Parameters in Free Iron Sheet Forming Process by Underwater Explosion Method. *AEROSPACE MECHANICS JOURNAL*, 2022. 18(3): p. 87-108. DOR <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26455323.1401.18.3.7.9>
- [24] T. MIRZABABAIE MOSTOFI, M.S.B., H. BABAEI, Experimental study and regression analysis of free and die forming of circular metallic plates using gas mixture explosion. *AEROSPACE MECHANICS JOURNAL*, 2021. 17(2): p. 85-99. DOR <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26455323.1400.17.2.6.9>
- [25] Ogata, K., *Modern Control Engineering*. 5 Ed. 2010: Pearson.
- [8] T-S Kang, S.K.K.a.K.-P.H., Development of the displacement measuring system for a dual mass flywheel in a vehicle. *Automobile Engineering* 2009. 223: p. 1273-1274. DOI <https://doi.org/10.1243/09544070JAUTO1066>
- [9] CHEN, D.-M., Huang, Zheng Ling, Chao, Torsion stiffness calculation and optimization design of arc helix spring of dmf. *China Mechanical Engineering*, 2010. 21(14): p. 1676.
- [10] Tobias Mahl, O.S., Modelling of an automotive dual mass flywheel, in *5th IFAC Symposium on Mechatronic Systems*. 2010: Massachusetts USA. DOI <https://doi.org/10.3182/20100913-3-US-2015.00069>
- [11] Mohire, S. and R. Burde, Evaluation of interdependent behavior of dual mass flywheel (DMF) and engine starting system. 2010, SAE Technical Paper. DOI <https://doi.org/10.4271/2010-01-0188>
- [12] Lee, Y.-J., Shim, Tae-Yang Lee, Kwang- O, Effect of induction heating on fatigue life of drive plate for dual mass flywheel. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2013. 27(8): p. 2323-2329. DOI <https://doi.org/10.1007/s12206-013-0617-6>
- [13] Chen, Z., Chen, Zhiyuan Mao, Yang., Control research of power train torsional vibration based on magneto-rheological fluid dual mass flywheel. 2014, SAE Technical Paper. DOI <https://doi.org/10.4271/2014-01-2867>
- [14] S. Shojaei, M.T., M. Hoseinalipur, H. Chamani, Torsional Vibrations Analysis of the Set of Linear Six Cylinder Diesel Engine Crankshaft and Validation of Its Results. 2014. 10(3): p. DOR <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26455323.1393.10.3.4.0>
- [15] Li Q. Song , L.P.Z., S. P. Zhang , J. D. Zhou , H. En Niu, Design and analysis of a dual mass flywheel with continuously variable stiffness based on compensation principle. *Mechanism and Machine Theory*, 2014. 79: p. 124-140. DOI <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.04.004>
- [16] Lei Chen, R.Z.a.Z.J., Nonlinear dynamical model of an automotive dual mass flywheel. *Advances in Mechanical Engineering*, 2015. 7(6): p. 1-11. DOI <https://doi.org/10.1177/1687814015589533>
- [17] Y. Wang, X.p., S. Huang , S. Deng, Design and analysis of a multi-stage torsional stiffness dual mass flywheel based on vibration control. *Applied Acoustics*, 2016. 104: p. 172-181. DOI <https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2015.11.004>

10- پیوست

جدول داده‌های ورودی به کد متلب

ردیف	j_1	j_2	k_1	k_2	c_1	c_2
1	0.5	0.5	245	1477.5	7.72	12.88
2	0.1	0.5	100	100	1	1
3	0.1	0.292	2362	100	7.79	19.96
4	0.5	0.1	100	2086.5	1	1
5	0.5	0.5	3000	3000	15	1
6	0.1	0.5	3000	3000	9.61	8.34263
7	0.5	0.232	970	100	15	2.68
8	0.36	0.376	3000	955.5	5.97	1
9	0.324	0.234	3000	1695	15	17.2
10	0.1634	0.326	100	2318.5	14.3	1
11	0.36	0.5	390	2565	1	25
12	0.5	0.1	100	3000	15	23.68
13	0.116	0.465574	1099.41	1622.5	6.57723	10.6
14	0.1	0.404	100	100	3.1	23.2
15	0.3	0.5	738	3000	1	1
16	0.1	0.196	1782	1589.3	1	4.72
17	0.34	0.424	1477.5	3000	11.57	25
18	0.34	0.1	2072	3000	9.54	5.32
19	0.196	0.5	2275	1373.67	1	25
20	0.1	0.1	3000	100	15	1
21	0.298	0.1	955.5	2710	1	13.8266
22	0.228	0.1	100	390	8.41972	14.08
23	0.48	0.1	3000	100	1	11.56
24	0.5	0.42	404.5	3000	15	1
25	0.250637	0.5	1840	448	15	8.2
26	0.1	0.1	1332.5	2782.5	15	23.8
27	0.1	0.3	100	2855	2.4	20.2
28	0.5	0.5	3000	100	13.6	25
29	0.13	0.1	3000	3000	1	25
30	0.42	0.286	245	100	1	25
31	0.324	0.234	3000	1695	15	17.2
32	0.5	0.34	2550.5	3000	1	15.4
33	0.5	0.1	1883.5	1550	7/86	25
34	0.1	0.5	100	317.5	15	25