



Comparison of a Modeling Method and Helmholtz Resonator in Predicting the Frequency of a Valved Pulsejet Engine and Presentation of a Correction Factor

Seyed Mohammad Hosseini^{1*}, Mohammad Mehdi Doustdar²

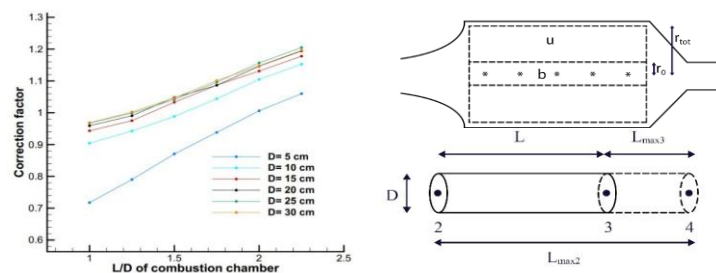
¹ Master's Degree, Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran. (Email: smh7.13377@gmail.com)

² Professor, Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran. (*Correspondence: mdostdar@ihu.ac.ir)

HIGHLIGHTS

- The modeling method has better agreement with the experimental frequency in most cases compared to the Helmholtz method, and it has an acceptable accuracy in calculating thrust and chamber maximum pressure.
- In both methods, the frequency decreases with the increase of combustion chamber dimensions.
- The correction factor is dependent on the combustion chamber dimensions and varies in the approximate range of 0.72 to 1.2.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 04 April 2026

Received in revised form: 06 June 2026

Accepted: 18 June 2026

Available online: 04 July 2026

*Correspondence:

mdostdar@ihu.ac.ir

Keywords:

Pulsejet Engine

Operational Frequency

Cycle Modeling

Helmholtz Resonator

Flame Factor

Correction Factor

ABSTRACT

Accurate prediction of the operational frequency and thrust of valved pulsejet engines is vital for their design and optimization. Two common approaches for frequency estimation are using Helmholtz resonator models and modeling methods based on simulating the engine's operational cycle. This research was conducted to compare the results from a developed modeling method with those obtained from the nonlinear Helmholtz resonator relation. In the modeling method, the engine's operational cycle, including the intake, two-zone combustion (flame propagation), and exhaust stages, is simulated step-by-step. To perform the calculations of the modeling method, a Fortran code was developed to calculate the frequency for a wide range of engine geometries (combustion chamber diameter of 5 to 30 cm and combustion chamber length-to-diameter ratio of 1 to 2.25) using both methods. The results showed that both methods predict the general trend of decreasing frequency with increasing engine dimensions, but there are differences between them, especially at smaller diameters. To improve the consistency of the modeling method's results with the conventional Helmholtz method, a geometry-dependent correction factor (dependent on the diameter and the length-to-diameter ratio of the combustion chamber) was presented. This factor varied in the approximate range of 0.72 to 1.20. Using this correction factor demonstrates the difference between the modeling method and the Helmholtz method and allows for the use of more physical parameters of the modeling method while maintaining consistency with the Helmholtz results.

Cite this article: Hosseini S M[®], Doustdar M M. Comparison of a Modeling Method and Helmholtz Resonator in Predicting the Frequency of a Valved Pulsejet Engine and Presentation of a Correction Factor. Journal of Aerospace Mechanics. 2025; 22 (2): 1-11.

DOI: <https://doi.org/10.47176/MAJ.2025.1555>

© Author(s) retain the copyright and full publishing rights

Publisher: Imam Hossein Comprehensive University.





مقایسه روش مدل سازی و تشدیدگر هلمهولتز در پیش بینی فرکانس موتور پالس جت با دریچه و ارائه ضریب تصحیح

سید محمد حسینی^{1*}، محمد مهدی دوستدار²

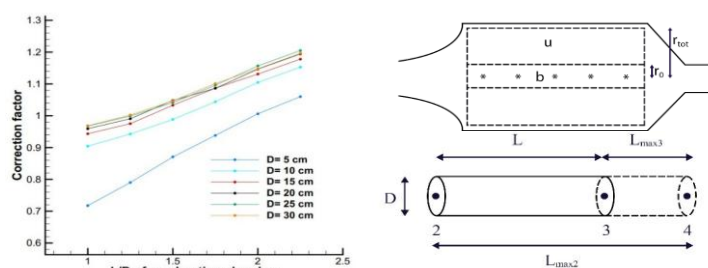
¹ کارشناسی ارشد، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران. smh7.13377@gmail.com

² استاد، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران. (نویسنده مسئول: mdostdar@ihu.ac.ir)

برجسته ها

- روش مدل سازی در اکثر موارد نسبت به روش هلمهولتز تطابق بهتری با فرکانس تجربی دارد و در محاسبه تراست و فشار حداکثر محفظه دقت قابل قبولی دارد.
- در هر دو روش فرکانس با افزایش ابعاد محفظه احتراق، کاهش می یابد.
- ضریب تصحیح به ابعاد محفظه احتراق وابسته است و در بازه تقریبی 0/72 تا 1/2 متغیر است.

چکیده گرافیکی



مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی
دریافت: 15 فروردین 1405
بازنگری: 16 خرداد 1405
پذیرش: 28 خرداد 1405
ارائه آنلاین 13 تیر 1405:
*نویسنده مسئول:

mdostdar@ihu.ac.ir

کلید واژه ها:

موتور پالس جت
فرکانس عملکرد
مدل سازی چرخه
تشدیدگر هلمهولتز
ضریب شعله
ضریب تصحیح

چکیده

پیش بینی دقیق فرکانس عملکردی و تراست موتورهای پالس جت با دریچه، برای طراحی و بهینه سازی آن ها حیاتی است. دو رویکرد متداول برای تخمین فرکانس، استفاده از مدل تشدیدگر هلمهولتز و روش های مدل سازی مبتنی بر شبیه سازی چرخه عملکرد موتور است. این پژوهش باهدف مقایسه نتایج حاصل از یک روش مدل سازی توسعه یافته با نتایج حاصل از رابطه غیر خطی تشدیدگر هلمهولتز انجام شده است. در روش مدل سازی، چرخه عملکرد موتور شامل مراحل مکش، احتراق دو ناحیه ای (انتشار شعله ای) و تخلیه، به صورت گام به گام شبیه سازی شده است. برای انجام محاسبات روش مدل سازی، یک کد فرترن توسعه داده شد تا فرکانس برای طیف وسیعی از هندسه های موتور (قطر محفظه احتراق 5 تا 30 سانتی متر و نسبت طول به قطر محفظه احتراق 1 تا 2/25) با هر دو روش محاسبه گردد. نتایج نشان داد که هر دو روش، روند کلی کاهش فرکانس با افزایش ابعاد موتور را پیش بینی می کنند، اما تفاوت هایی بین آن ها وجود دارد، به ویژه در قطرهای کوچک تر. برای بهبود انطباق نتایج روش مدل سازی با روش مرسوم هلمهولتز، یک ضریب تصحیح، وابسته به هندسه (قطر و نسبت طول به قطر محفظه احتراق) ارائه گردید. این ضریب در بازه تقریبی 0/72 تا 1/20 متغیر است. استفاده از این ضریب تصحیح، اختلاف روش مدل سازی و روش هلمهولتز را نشان می دهد و امکان استفاده از پارامترهای فیزیکی بیشتر روش مدل سازی را، ضمن حفظ سازگاری با نتایج هلمهولتز فراهم می کند.

استناد: حسینی، سید محمد[©]، دوستدار، محمد مهدی. مقایسه روش مدل سازی و تشدیدگر هلمهولتز در پیش بینی فرکانس موتور پالس جت با دریچه و ارائه ضریب تصحیح. مکانیک هوا/فضا. (۱۴۰۵)؛ ۲۲ (۲): ۱۱-۱.

<https://doi.org/10.47176/MAJ.2025.1555>

© نویسنده (گان) حق نشر و حقوق کامل انتشار را برای خود محفوظ می دارند.



ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع).

OPEN ACCESS

1- مقدمه

موتورهای پالس جت، به دلیل ساختار ساده، هزینه ساخت پایین و نسبت تراز به وزن بالا، کاربردهای متنوعی از جمله در پرنده های بدون سرنشین¹ یافته اند [1]. عملکرد این موتورها در واقع پالسی بوده و فرکانس یکی از پارامترهای تعیین کننده مشخصه هایی مانند تراز و مصرف سوخت است [2]؛ بنابراین، پیش بینی دقیق فرکانس در مراحل اولیه طراحی اهمیت بسزایی دارد. یکی از رایج ترین رویکردها برای تخمین فرکانس، مدل سازی موتور به عنوان یک تشدیدگر آکوستیکی، به ویژه تشدیدگر هلمهولتز است.

جونگ هولی [4] به این اشاره کرده است که می توان سیستم های احتراق پالسی را توسط تشدیدگر هلمهولتز مدل سازی کرد و نتایج قابل قبولی نظیر دامنه فشار، فرکانس عملیاتی و بسیاری موارد دیگر را پیش بینی کرد. آناند و همکاران [8] فرضیه شباهت بسیار زیاد پالس جت با تشدیدگر هلمهولتز را تصدیق می کنند. روابط کلاسیک هلمهولتز به دلیل سادگی همواره مورد توجه بوده اند، اما دقت محدودی دارند. آلستر [5] با ارائه یک اصلاح پیشرفته برای رابطه خطی هلمهولتز، می گوید معادله خطی هلمهولتز دارای نقص های قابل توجهی در پیش بینی رفتار هندسه های پیچیده است و تا 14/6 درصد خطا بین فرکانس اندازه گیری شده و فرکانس محاسبه شده از رابطه خطی، برای برخی هندسه ها وجود دارد. تلاش هایی برای بهبود این روابط با ارائه اصلاحات طول معادل یا استفاده از روابط غیر خطی صورت گرفته است. آناند و همکاران [3] بیان می کنند که برای اصلاح رابطه هلمهولتز خطی، طول معادل گلوبی تشدیدگر، مجموع طول لوله اگزوز و 1/7 برابر شعاع لوله اگزوز در نظر گرفته شود. تراویس و همکاران [6] و ژنگ و همکاران [7] نیز یک رابطه غیر خطی برای محاسبه فرکانس کلی پالس جت ارائه کرده اند که دقت این روش را بهبود داده است.

رویکرد دیگر، مدل سازی دقیق تر فیزیک حاکم بر چرخه عملکرد موتور است. این روش سعی در شبیه سازی مراحل مکش، احتراق و تخلیه با در نظر گرفتن پدیده های ترمودینامیکی و دینامیک سیالات دارد [1]. البته نوع دیگری از مدل سازی ها بر پایه روابط دینامیک گاز و آکوستیک نیز توسط اسمیت و تسین [17] ارائه شده است که هدف آن، محاسبه ی تقریبی سرعت خروجی و تقریبی از مصرف سوخت ویژه ی موتور است. با وجود پیشرفت ها در هر دو رویکرد، مقایسه مستقیم نتایج روش مدل سازی با روش های بهبود یافته هلمهولتز (به ویژه روابط غیر خطی) کمتر مورد توجه قرار گرفته است. هدف اصلی این پژوهش، ارائه یک روش مدل سازی مبتنی بر شبیه سازی چرخه (شامل مراحل مکش، احتراق دو ناحیه ای و تخلیه) برای محاسبه فرکانس و

مقایسه فرکانس پیش بینی شده توسط این روش با فرکانس محاسبه شده توسط رابطه غیر خطی تشدیدگر هلمهولتز برای موتور پالس جت با دریچه است. این مقایسه برای مجموعه ای از هندسه های مختلف موتور انجام می شود. ارائه این روش از آنجایی نوآوری محسوب می شود که در مقایسه با رابطه هلمهولتز، روش مدل سازی سعی در لحاظ کردن جزئیات بیشتری از فرایندهای فیزیکی مانند دینامیک جریان در مرحله مکش (تحت تأثیر مشخصات دریچه)، فرایند احتراق وابسته به اغتشاشات (با استفاده از ضریب شعله)، نسبت هم آری، مدل انتشار شعله و فرایند تخلیه شبه پایا را دارد. در ادامه، توسعه و ارائه یک ضریب تصحیح بررسی می شود که نتایج فرکانس حاصل از روش مدل سازی را بر نتایج حاصل از روش هلمهولتز منطبق سازد.

2- روابط و معادلات حاکم

در این بخش، دو روش مورد استفاده برای محاسبه فرکانس موتور پالس جت تشریح می شوند.

1-2- روش مدل سازی چرخه عملکرد

این روش، چرخه عملکرد موتور پالس جت با دریچه را به سه مرحله اصلی مکش، احتراق و تخلیه تقسیم کرده و هر مرحله را به صورت گام به گام در زمان شبیه سازی می کند. فرکانس نهایی از معکوس مجموع زمان های این سه مرحله به دست می آید.

• مرحله مکش:

با فرض فشار اولیه ی کمتر از فشار محیط در محفظه احتراق (به دلیل اثر کاد ناسی از سیکل قبل) و با در نظر گرفتن اختلاف فشار لازم برای باز شدن دریچه، جرم جریان هوای ورودی به داخل محفظه محاسبه می شود. ابتدا با معادله حالت جرم اولیه هوای داخل محفظه محاسبه شده و با فرض جریان تراکم ناپذیر، برای محاسبه سرعت ورودی از معادله برنولی استفاده می شود:

$$P_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} = P_I + \frac{\rho V_I^2}{2} \rightarrow V_I = \sqrt{\frac{2(P_0 - P_I)}{\rho}} \quad (1)$$

که در آن نمایه 0 برای بیرون از محفظه و I برای ورودی به محفظه است و سپس دبی جرمی محاسبه می شود.

$$\dot{m}_I = \rho A V_I = \frac{P_t P_t}{RT} A V_I \quad (2)$$

که در آن صورت عبارت معادل چگالی از روابط دینامیک گاز [9] بر حسب ماخ جریان محاسبه می شود. جرم و فشار داخل محفظه در هر گام زمانی با استفاده از روابط زیر به روز رسانی می شود تا فشار محفظه به فشار محیط برسد.

می‌آید. برای محاسبه سرعت شعله آرام از رابطه کهل [13] استفاده می‌شود.

$$S_L = \left(\frac{7780.8}{\left(\frac{10000}{T_b} + \frac{900}{T_u} \right)^{4.938}} \right) P^{-0.9876} \quad (7)$$

ضریب شعله برای هر قطر محفظه، در یک نسبت طول به قطر محفظه و یک نسبت هم ارزی مشخص، بر اساس داده‌های تجربی زمان احتراق در قطرهای مشخص ارائه شده در مرجع [2] و به روش آزمون و خطا مطابق جدول 1 تعیین گردید.

جدول 1: ضریب شعله و زمان احتراق واقعی برای هر قطر

قطر	زمان احتراق واقعی	ضریب شعله
5	1/55	24/94
10	3/35	23/7
15	4/9	24/38
20	6/3	25/32
25	7/55	26/43
30	8/65	27/7

معادلات دیفرانسیلی برای تغییرات فشار محفظه، دمای ناحیه نسوخته و دمای ناحیه سوخته که به ترتیب به شکل روابط (9) تا (11) هستند، با در نظر گرفتن جرم سوزانده شده در هر گام طبق رابطه (8) و تخلیه هم‌زمان از خروجی (که در بخش بعد بیان می‌شود)، به صورت عددی (به یکی از روش رانج - کوتاه مرتبه چهارم یا روش مجزا) حل می‌شوند.

$$\frac{dm_b}{dt} = \rho_u S_T F_s \quad (8)$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\left[(e_b - e_u) - c_{vb} \left(T_b - \frac{R_u}{R_b} T_b \right) \right]}{\left(\frac{c_{vb} R_u}{c_{pu} R_b} \forall_u - \frac{c_{vu}}{c_{pu}} \forall_u - \frac{c_{vb}}{R_b} \forall \right)} \frac{dm_b}{dt} \quad (9)$$

$$\frac{dT_u}{dt} = \frac{\forall_u}{m_u c_{pu}} \frac{dP}{dt} \quad (10)$$

$$\frac{dT_b}{dt} = \frac{1}{m_b R_b} \left[- (R_b T_b - R_u T_u) \frac{dm_b}{dt} + \left(\forall - \frac{R_u \forall_u}{c_{pu}} \right) \frac{dP}{dt} \right] \quad (11)$$

• مرحله تخلیه:

حین احتراق و پس از اتمام احتراق، گازهای داغ از طریق مخروطی و لوله دم (تیل‌پایپ) تخلیه می‌شوند. دبی جرمی خروجی با استفاده از رابطه تخلیه شبه پایای راکت محاسبه می‌شود.

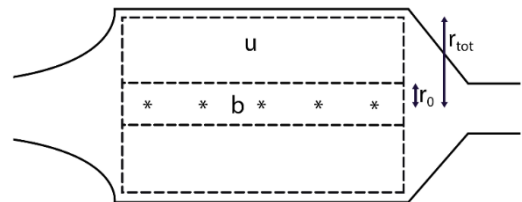
$$(m_I)_{new} = (m_I)_{old} + (\dot{m}_I)_{old} \Delta t \quad (3)$$

$$(m_I)_{new} = \left(\frac{\frac{P}{P_t} P_t \forall}{RT} \right)_{new} \rightarrow (P_t)_{new} = P_I = \left(\frac{m_I RT}{\frac{P}{P_t} \forall} \right)_{new}$$

نمایه t مربوط به خاصیت استاتیک فشار است.

• مرحله احتراق:

برای مدل‌سازی این مرحله از یک مدل احتراق دو ناحیه‌ای (گازهای سوخته و نسوخته) استفاده می‌شود [10]. فرض می‌شود طبق شکل 1 شعله به صورت استوانه‌ای از مرکز محفظه به سمت دیواره پیشروی می‌کند.



شکل 1: تصویر شماتیک محفظه احتراق در احتراق دو ناحیه‌ای (b نشانگر ناحیه سوخته و u نشانگر ناحیه نسوخته است)

برای ساده‌سازی فیزیک و امکان مدل‌سازی، فرضیات کلیدی شامل موارد ذیل می‌شود: انجام احتراق فقط در محفظه استوانه‌ای، همگن بودن مخلوط اولیه، یکسان بودن فشار در سراسر محفظه در هر لحظه، کامل بودن احتراق، صرف نظر کردن از حجم جبهه شعله، ثابت بودن درصد مولی گازهای سوخته و نسوخته، عدم احتساب اثر انبساط گازهای داغ بر حجم ناحیه سوخته و نسوخته و عدم تغییر حجم محفظه. با استفاده از قانون اول ترمودینامیک برای حجم اولیه سوخته، عدم انجام کار در این حجم و عدم انتقال حرارت به واسطه زمان کوتاه احتراق در آن می‌توان نوشت:

$$E_b = E_u \quad (5)$$

$$[E_b(T_b) + E_{0b}] - [E_u(T_u) + E_{0u}] = 0$$

نمایه b مربوط به ناحیه سوخته و نمایه u مربوط به ناحیه نسوخته است. حال باتوجه به حدس اولیه دمای سوخته که در [11, 12] به صورت زیر آمده است:

$$T_b = T_u + 2500\phi \quad (6)$$

دمای اولیه ناحیه سوخته محاسبه شده و در رابطه (5) قرار می‌گیرد تا تساوی برقرار شود، در غیر این صورت به روش نیوتن - رافسون حدس بعدی به دست می‌آید و در رابطه (5) قرار می‌گیرد تا تساوی به دقت مناسبی برسد. سرعت شعله آشفته از حاصل ضرب سرعت شعله آرام و ضریب شعله (ff) به دست

احتراق و مخروطی در نظر گرفته شد. طول معادل (L_e) با روش های ذکر شده در ادبیات (مانند روش آناند و همکاران [3] که مجموع طول لوله آگروز و $1/7$ برابر شعاع آن است) محاسبه گردید.

3-2- هندسه های مورد مطالعه و ضریب تصحیح

هر دو روش برای 30 هندسه مختلف موتور پالس جت با دریچه اعمال شدند. این هندسه ها شامل 5 قطر مختلف برای محفظه احتراق (D-cc) (5, 10, 15, 20, 25 و 30 سانتی متر) و برای هر قطر، 6 نسبت طول به قطر محفظه احتراق (L/D-cc) (1, 1/25, 1/5, 1/75, 2 و 2/25) بودند (جزئیات در جدول 2).

جدول 2: هندسه های مورد مطالعه

(L/D) cc	L tail (cm)	D tail (cm)	L cone (cm)	D cc (cm)
1	31/8	3/43	10/6	5
1/25	54/13	6/86	18/04	10
1/5	73/8	10/3	24/6	15
1/75	92	13/7	30/6	20
2	109/06	17/15	36/35	25
2/25	125/36	20/58	41/7	30

ضریب تصحیح (CF) برای هر هندسه به صورت نسبت فرکانس محاسبه شده با روش هلمهولتز، به فرکانس محاسبه شده با روش مدل سازی تعریف شد:

$$CF = \frac{f_{Helmholtz}}{f_{Modeling}} \quad (19)$$

3- نتایج

3-1- استقلال از گام زمانی

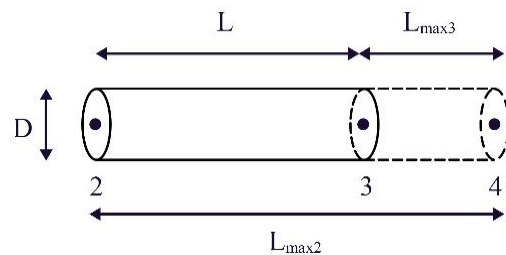
در اولین قدم می بایست استقلال روش حل و نتایج، از اندازه گام زمانی اثبات شود. به این منظور یک هندسه مشخص با نسبت هم ارزی مشخص انتخاب شد و با کوچک کردن گام زمانی از یک دهم میلی ثانیه تغییرات نتایج بررسی می شود. در جدول 3 و شکل 3 تغییرات گام زمانی و نتایج فرکانس دیده می شود. طبق نمودار با کوچک شدن گام زمانی از حالت 5 به 6، تغییرات نتایج بسیار ناچیز می شود، بنابراین برای گام زمانی مقدار $1E-6$ ثانیه انتخاب می شود.

3-2- اعتبارسنجی اولیه

پیش از مقایسه کلی دو روش، در جدول 4 نتایج هر دو روش در محاسبه فرکانس، با داده های تجربی موجود برای چند موتور

$$\dot{m}_{out} = PA \sqrt{\frac{k}{RT} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (12)$$

ضریب تخلیه کلی با در نظر گرفتن ضریب تخلیه مخروطی (نازل [14]) طبق رابطه (14) و ضریب تخلیه لوله دم طبق رابطه (15)، از رابطه (16) محاسبه می شود. برای محاسبه ضریب تخلیه لوله دم، از طریق رابطه فانو [9] رابطه (13)، با داشتن سرعت در ورودی لوله (از رابطه تخلیه شبه پایای راکت)، سرعت در خروجی لوله به دست می آید (مطابق با شکل 2) و با جای گذاری آن در رابطه دارسی - ویس باخ [14] اختلاف فشار لازم برای رابطه (15) به دست می آید.



شکل 2: شماتیک لوله دم برای رابطه فانو

$$V_2 \rightarrow Ma_2 \rightarrow \left(\frac{fL_{max}}{D} \right)_3 = \left(\frac{fL_{max}}{D} \right)_2 - \frac{fL}{D} \rightarrow Ma_3 \rightarrow V_3 \quad (13)$$

$$C_{dN} \cong 0.99 - 0.2262\beta^{4.1} + (0.000215 - 0.001125\beta + 0.00249\beta^{4.7}) \left(\frac{10^6}{Re_D} \right)^{1.15} \quad (14)$$

$$C_{dR} = \sqrt{\frac{D}{fL \left(1 - \frac{\rho V^2}{2\Delta P} \right)}} \quad (15)$$

$$C_d = C_{dN} \times C_{dR} \quad (16)$$

جرم و فشار محفظه در هر گام زمانی با استفاده از رابطه (17) و معادله حالت به روزرسانی می شود.

$$m_{new} = m_{old} - C_d \dot{m}_{out} \Delta t \quad (17)$$

برای شبیه سازی اثر کاد ناسی (افت فشار به زیر فشار محیط)، فرض می شود تخلیه تا رسیدن به فشار اولیه مرحله مکش ادامه می یابد.

2-2- روش تشدیدگر هلمهولتز غیر خطی

برای مقایسه، از رابطه غیر خطی ارائه شده توسط ژنگ و همکاران [7] برای محاسبه فرکانس تشدید (f) استفاده شد:

$$\frac{\omega_e V}{S_e c_e} \tan \frac{\omega_e L_e}{c_e} = 1 \quad (18)$$

که در آن $\omega = 2\pi f$ ، c سرعت صوت در هوا، V حجم محفظه احتراق، S_e مساحت مقطع لوله دم و L_e طول معادل گلوئی تشدیدگر است. در این پژوهش، مطابق رویکرد رایج در ادبیات برای پالس جت با دریچه [3]، حجم (V) برابر حجم محفظه

نتایج فرکانس نشان داد که روش مدل‌سازی در اکثر موارد نسبت به روش هلمهولتز تطابق بهتری با فرکانس تجربی داشت، درحالی‌که در مورد موتور V-1 (که دارای مخروطی بسیار بلند است و فرض احتراق فقط در محفظه را نقض می‌کند)، هر دو روش خطای قابل توجهی داشتند. این اعتبارسنجی اولیه، پتانسیل روش مدل‌سازی و همچنین لزوم بررسی دقیق‌تر تفاوت‌های آن با روش هلمهولتز را نشان داد. همچنین در جدول 5 نتایج موتورهای ذکر شده در محاسبه تراست و فشار حداکثر محفظه با نتایج تجربی مقایسه شد.

جدول 5: اعتبارسنجی روش مدل‌سازی نسبت به تراست و فشار حداکثر محفظه

نام	تراست (N)			فشار حداکثر (kPa)		
	مدل‌سازی	واقعی	خطا %	مدل‌سازی	واقعی	خطا %
آناند	-	-	-	362/4	390	7/07
قدر	259	300	13/72	213/6	223/5	4/45
PJ-32 ($\phi=0.75$)	306	271	12/99	150/9	165/5	8/8
PJ-32 ($\phi=0.79$)	346	364	5/07	201/6	206/8	2/5
V-1	1164	2300	49/41	101/3	190	46/7

در مراجع، در مورد تراست برای موتور آناند داده‌ای ارائه نشده است؛ اما برای دیگر موتورها می‌توان مقایسه‌ای بین تراست به روش تجربی و مدل‌سازی انجام داد. این مقایسه در مورد موتور قدر و موتور PJ-32 در دو نسبت هم‌ارزی 0/75 و 0/79 به ترتیب منتج به خطای 13/72، 12/99 و 5/07 درصدی می‌شود که دقت مناسبی به نظر می‌رسد. در مورد موتور V-1 خطای 49/41 درصدی بین نتایج روش مدل‌سازی و تجربی وجود دارد که بیانگر دقت نامناسب این روش در این موتور باتوجه به هندسه آن است.

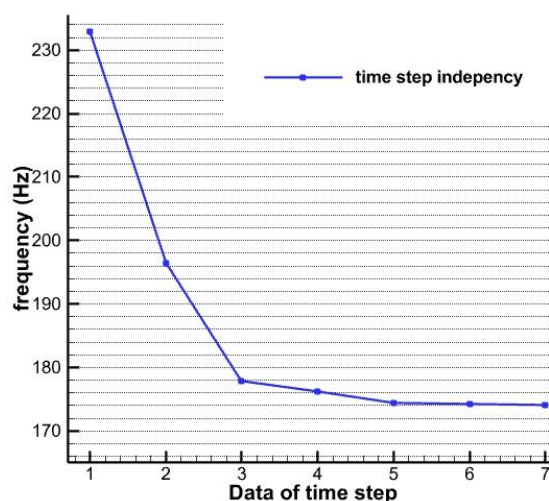
3-3- مقایسه بسامدها

فرکانس عملکرد برای 30 هندسه مختلف در یک نسبت هم‌ارزی مشخص، با استفاده از هر دو روش محاسبه گردید. نتایج در نمودارهای شکل 4 و 5 (مقایسه در هر قطر) و شکل 6 (مقایسه کلی) ارائه شده است.

(آناند [8]، قدر، PJ-32 [15] و V-1 [16]) مقایسه شد و درصد خطای این دو روش ارائه شد.

جدول 3: تغییرات فرکانس با تغییر گام زمانی

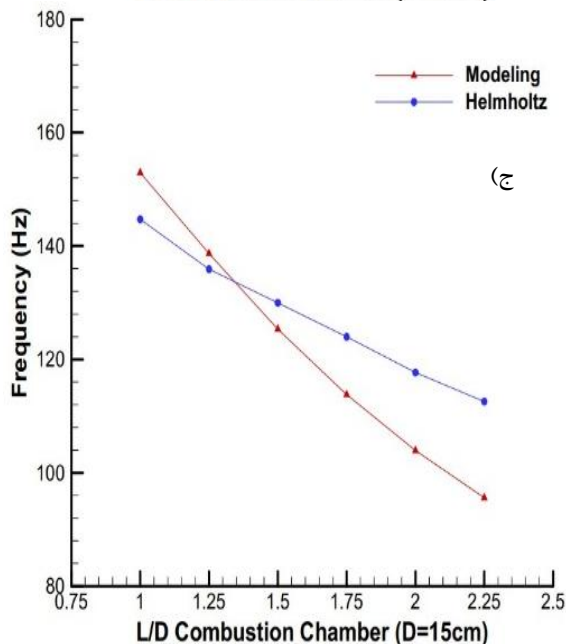
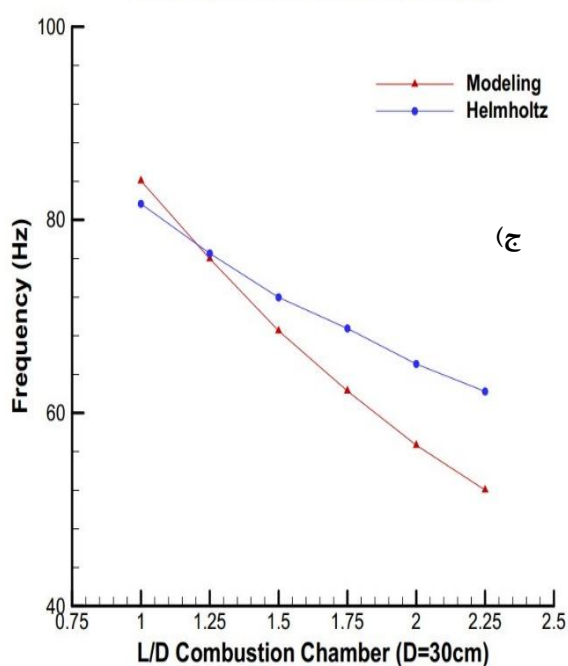
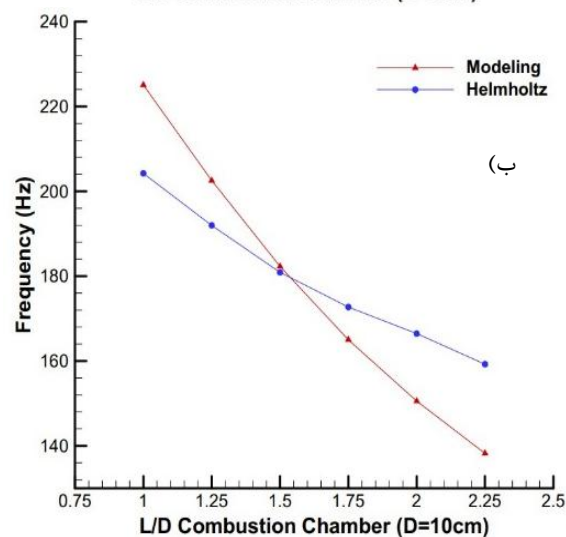
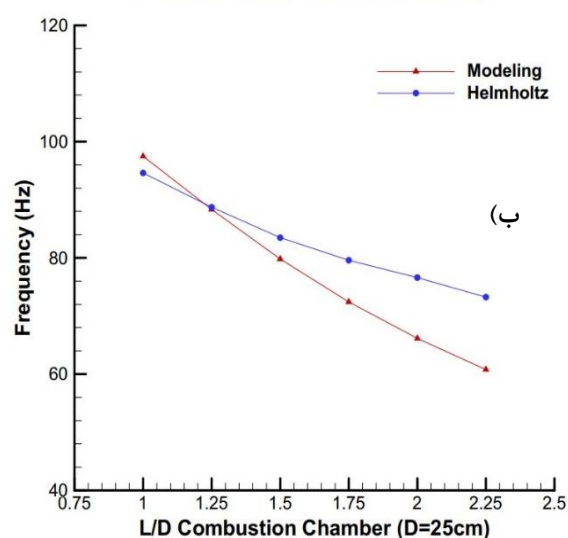
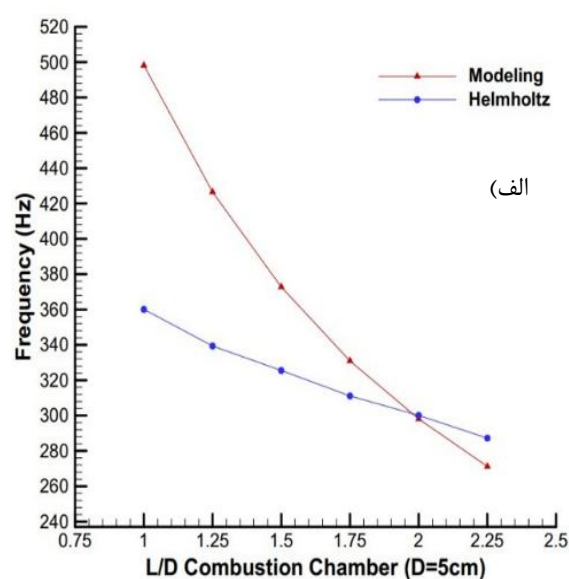
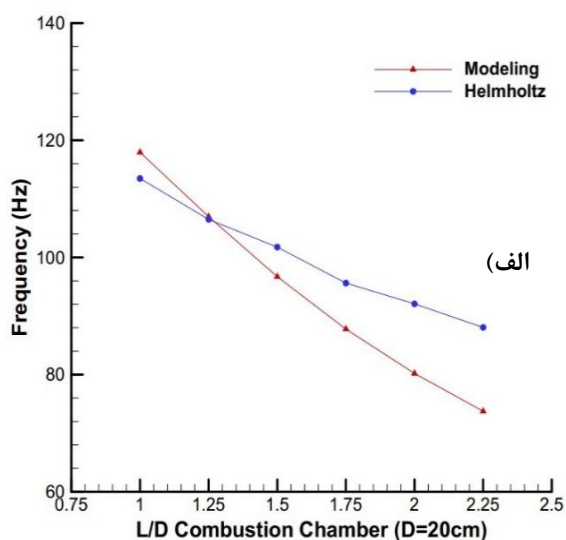
داده	اندازه گام زمانی (s)	فرکانس (Hz)
1	1E-04	232/98
2	5E-05	196/38
3	1E-05	177/87
4	5E-06	176/14
5	1E-06	174/42
6	5E-07	174/199
7	1E-07	173/984



شکل 3: استقلال از گام زمانی: تغییر فرکانس بر حسب گام‌های زمانی متفاوت (طبق جدول 3)

جدول 4: اعتبارسنجی روش مدل‌سازی نسبت به فرکانس

نام	فرکانس				خطا %
	مدل‌سازی	هلمهولتز	واقعی	مدل‌سازی	هلمهولتز
آناند	217/6	219/4	217	0/28	1/11
قدر	114/2	118/3	90	26/93	31/4
PJ-32 ($\phi=0.75$)	67/5	88/3	79	14/52	11/72
PJ-32 ($\phi=0.79$)	62/9	88/3	74	14/93	19/27
V-1	66/3	63	47	41/13	34/04



شکل 5: نمودار مقایسه فرکانس مدل سازی و هلمهولتز در هر قطر بر حسب نسبت های مختلف طول به قطر محفظه - الف قطر 20 - ب قطر 25 - ج قطر 30 سانتی متر

شکل 4: نمودار مقایسه فرکانس مدل سازی و هلمهولتز در هر قطر بر حسب نسبت های مختلف طول به قطر محفظه - الف قطر 5 - ب قطر 10 - ج قطر 15 سانتی متر

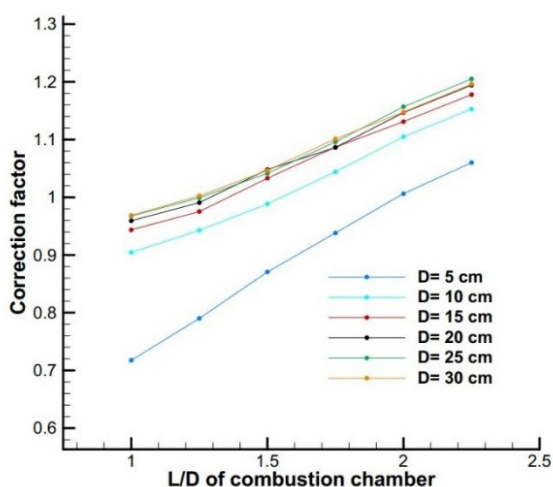
- **تفاوت کمی:** مقادیر فرکانس پیش‌بینی شده توسط دو روش برای یک هندسه مشخص، متفاوت است. همان‌طور که در شکل 4 و 5 مشاهده می‌شود، این تفاوت‌ها به‌ویژه در قطرهای کوچک‌تر (مانند 5 سانتی‌متر) و نسبت‌های طول به قطر کمتر، بارزتر است. در قطرهای بزرگ‌تر، نتایج دو روش به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند.
- **شیب تغییرات:** شیب کاهش فرکانس با افزایش نسبت طول به قطر در روش مدل‌سازی، به‌خصوص در قطرهای کوچک، بیشتر از روش هلمهولتز است (شکل 6 ج).

3-4- ضریب تصحیح

به‌منظور کمی‌سازی تفاوت‌ها و نمایش اختلاف بین نتایج، ضریب تصحیح (CF) طبق رابطه (19) برای هر 30 هندسه، در یک نسبت هم‌ارزی مشخص، محاسبه شد. نتایج در جدول 6 و به‌صورت گرافیکی در شکل 7 نمایش داده شده است.

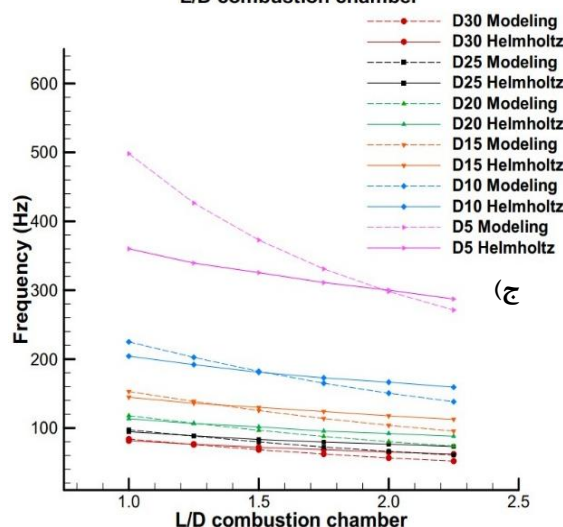
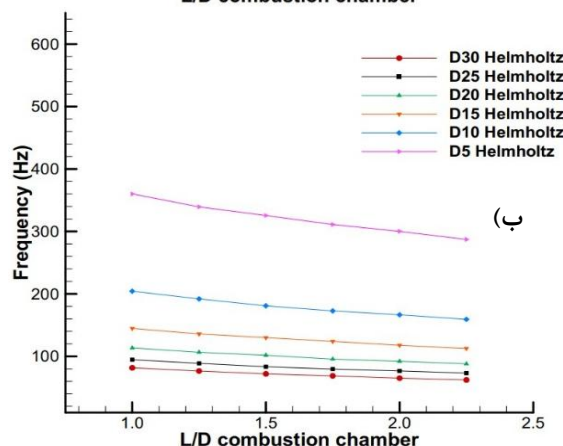
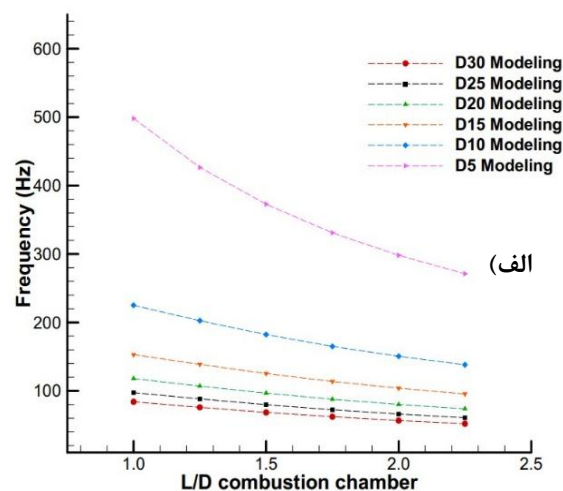
جدول 6: ضریب تصحیح بر اساس قطر و نسبت طول به قطر محفظه احتراق

L/D cc						D cc
30	25	20	15	10	5	
0/969	0/968	0/959	0/944	0/904	0/718	
1/002	0/999	0/991	0/975	0/943	0/790	
1/047	1/041	1/048	1/033	0/988	0/871	
1/101	1/096	1/086	1/087	1/044	0/938	
1/148	1/157	1/147	1/131	1/105	1/006	
1/196	1/205	1/194	1/178	1/153	1/060	
						1
						1/25
						1/5
						1/75
						2
						2/25



شکل 7: ضریب تصحیح روش مدل‌سازی در نسبت‌های طول به قطر و در هر قطر محفظه احتراق

- وابستگی به هندسه: ضریب تصحیح به‌وضوح به هر دو پارامتر هندسی، یعنی قطر محفظه و نسبت طول به قطر، وابسته است.



شکل 6: نمودار مقایسه فرکانس‌های مدل‌سازی و هلمهولتز - الف مقایسه فرکانس‌های مدل‌سازی بر حسب نسبت طول به قطر برای تمامی قطرها - ب مقایسه فرکانس‌های هلمهولتز بر حسب نسبت طول به قطر برای تمامی قطرها - ج مقایسه کلی فرکانس‌های هلمهولتز و مدل‌سازی

یافته‌های کلیدی عبارت‌اند از:

- **روند کلی:** هر دو روش به طور مشابه پیش‌بینی می‌کنند که فرکانس، با افزایش قطر محفظه احتراق و همچنین با افزایش نسبت طول به قطر محفظه کاهش می‌یابد.

مدل سازی این قابلیت را دارد که تأثیر پارامترهایی مانند نسبت هم‌ارزی یا مشخصات دریچه را بر فرکانس نشان دهد، درحالی که روش هلمهولتز به این پارامترها حساس نیست.

ارائه ضریب تصحیح (جدول 5 و شکل 7) یک راهکار عملی برای مرتبط ساختن این دو رویکرد ارائه می‌دهد. با استفاده از این ضریب، می‌توان پیش‌بینی‌های حاصل از روش مدل سازی را به گونه‌ای تنظیم کرد که با نتایج روش شناخته شده تر هلمهولتز غیرخطی سازگار باشد. این امر می‌تواند در فرایندهای طراحی مفید باشد، جایی که ممکن است از روش هلمهولتز برای تخمین‌های اولیه و از روش مدل سازی برای تحلیل‌های دقیق تر استفاده شود. ضریب تصحیح این امکان را فراهم می‌کند که بین این دو سطح از تحلیل، پلی ایجاد شود.

محدودیت‌های هر دو روش باید در نظر گرفته شود. روش هلمهولتز یک ساده سازی از واقعیت پیچیده جریان و احتراق در پالس جت است. روش مدل سازی استفاده شده در این پژوهش نیز، دارای فرضیاتی است، از جمله: مدل احتراق دو ناحیه‌ای با جبهه شعله استوانه‌ای، احتراق کامل، عدم احتساب دقیق اثر انبساط گازهای داغ بر حجم ناحیه سوخته و نسوخته و مدل سازی ساده شده اثر کاد ناسی در مرحله تخلیه. همان‌طور که نتایج اعتبارسنجی نشان داد، فرض عدم احتراق در مخروطی می‌تواند برای هندسه‌هایی مانند موتور V-1 منجر به خطای قابل توجه شود. این محدودیت‌ها می‌توانند بخشی از تفاوت‌های مشاهده شده بین نتایج دو روش و همچنین بین نتایج مدل سازی و داده‌های تجربی را توضیح دهند.

برای تحقیقات آتی، پیشنهاد می‌شود فرضیات روش مدل سازی بهبود یابد، مثلاً با در نظر گرفتن احتراق در ناحیه مخروطی، استفاده از مدل‌های دقیق تر برای سرعت شعله آشفته، مدل‌های هندسی دیگر انتشار شعله و مدل سازی دقیق تر اثر اینرسی جریان در مرحله تخلیه برای شبیه سازی بهتر پدیده کاد ناسی. همچنین، بررسی تأثیر هندسه‌های پیچیده تر مانند وجود فلر یا لوله‌های دم غیر استوانه‌ای بر نتایج هر دو روش و ضریب تصحیح می‌تواند مفید باشد.

5- نتیجه گیری

این پژوهش با ارائه روش مدل سازی مبتنی بر چرخه عملکرد، به مقایسه دو روش پیش‌بینی فرکانس موتور پالس جت با دریچه، یعنی روش مدل سازی و روش تشدیدگر هلمهولتز غیرخطی، پرداخت. نتایج نشان داد که هر دو روش روند مشابهی را در وابستگی فرکانس به ابعاد هندسی (قطر و نسبت طول به قطر محفظه احتراق) پیش‌بینی می‌کنند، اما مقادیر پیش‌بینی شده دارای تفاوت‌هایی هستند که این تفاوت‌ها، در موتورهایی با ابعاد کوچک تر بیشتر است. روش مدل سازی، با وجود فرضیات

• بازه تغییرات: مقدار ضریب تصحیح در بازه تقریبی 0/718 (برای $D=5\text{cm}$, $L/D=1$) تا 1/205 (برای $D=25\text{cm}$, $L/D=2.25$) متغیر است.

• روند تغییرات: به طور کلی، با افزایش نسبت طول به قطر برای یک قطر ثابت، ضریب تصحیح افزایش می‌یابد. همچنین، برای اکثر نسبت‌های طول به قطر، با افزایش قطر، ضریب تصحیح به عدد 1 نزدیک تر می‌شود و سپس از آن فراتر می‌رود که نشان دهنده تغییر در رابطه نسبی بین پیش‌بینی‌های دو روش با تغییر ابعاد است. برای دستیابی به یک رابطه تحلیلی بین ضریب تصحیح و پارامترهای هندسی، از روش برازش سطحی چندجمله‌ای² بهره گرفته شد. این رابطه امکان برآورد مقدار ضریب تصحیح را در مقادیر میانی هندسه‌های مورد بررسی فراهم می‌سازد. رابطه تحلیلی مورد نظر به این شکل ارائه می‌شود که ثابت‌های آن طبق جدول 7 جای گذاری می‌شوند:

$$CF = A_0 + A_1 D + A_2 \left(\frac{L}{D}\right) + A_3 D^2 + A_4 \left(\frac{L}{D}\right)^2 + A_5 \left[D \times \left(\frac{L}{D}\right)\right] \quad (20)$$

جدول 7 ثابت‌های رابطه محاسبه ضریب تصحیح

ثابت	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
مقدار	0/423	0/0292	0/2068	-0/00005	0/0153	-0/00028

4- بحث و بررسی

نتایج نشان داد که اگرچه روش مدل سازی و روش هلمهولتز غیرخطی، روند مشابهی را در پیش‌بینی فرکانس موتور پالس جت با دریچه نشان می‌دهند، اما تفاوت‌های قابل توجهی بین آن‌ها وجود دارد. روش هلمهولتز اساساً یک مدل آکوستیکی است که موتور را به عنوان یک تشدیدگر در نظر می‌گیرد و عمدتاً به ابعاد هندسی و سرعت صوت وابسته است [4, 7]. در مقابل، روش مدل سازی سعی در لحاظ کردن جزئیات بیشتری از فرایندهای فیزیکی مانند دینامیک جریان در مرحله مکش (تأثیر مشخصات دریچه)، فرایند احتراق وابسته به اغتشاشات (استفاده از ضریب شعله)، نسبت هم‌ارزی، مدل انتشار شعله و فرایند تخلیه شبه پایا را دارد.

تفاوت‌های مشاهده شده، به ویژه در قطرهای کوچک، می‌تواند به نقش پررنگ تر پدیده‌هایی نسبت داده شود که در روش هلمهولتز لحاظ نمی‌شوند. برای مثال، در موتورهای کوچک تر، عواملی مانند مشخصات دریچه و اثر آن بر مدت زمان مکش یا اثر آشفستگی و سرعت شعله بر زمان احتراق، نقش تعیین کننده تری در زمان بندی سیکل ایفا می‌کنند. روش

ضریب تصحیح	CF
فرکانس	f
نسبت گلوپی خروجی به ورودی	β

8- مراجع

- [1] RL Ordon. Experimental Investigations into the operational parameters of a 50 Centimeter Class Pulsejet Engine. 2006, M.S. thesis, Dept. of Mechanical Engineering, North Carolina State Univ., Raleigh.
- [2] J Richardson, D Artt, G Blair. A computer model of a pulsejet engine. SAE transactions. 1982:3071-98.
- [3] V Anand, J Jodele, E Knight, E Prisell, O Lyrsell, E Gutmark. Dependence of pressure, combustion and frequency characteristics on valved pulsejet combustor geometries. Flow, Turbulence and Combustion; vol. 100, no. 3, pp. 829-848, Apr. 2018, DOI: 10.1007/s10494-017-9875-1.
- [4] J Lee, B Dhar, W Soedel. A mathematical model of low amplitude pulse combustion systems using a Helmholtz resonator-type approach. 1985. Journal of Sound and Vibration; 98(3):379-401.
- [5] M Alster. Improved calculation of resonant frequencies of Helmholtz resonators. 1972. Journal of sound and vibration; 24(1):63-85.
- [6] T Travis, A Kuznetsov, W Roberts. The Principles of Operation of a Pulsejet With Valves. 2006. 13th International Congress on Sound and Vibration, Vienna, Austria.
- [7] F Zheng, R Ordon, T Scharton, A Kuznetsov, W Roberts. A new acoustic model for valveless pulsejets and its application to optimization thrust. J Eng Gas Turbine Power, vol. 130, no. 4, Jul. 2008, DOI: 10.1115/1.2900730.
- [8] V Anand, J Jodele, V Shaw, A Russell, E Prisell, O Lyrsell, et al. Visualization of valved pulsejet combustors and evidence of compression ignition. Flow, Turbulence and Combustion; vol. 106, no. 3, pp. 901-924, Mar. 2021, DOI: 10.1007/s10494-020-00203-4.
- [9] J John. Gas dynamics. Prentice Hall PTR, 2th Edition, 1984.
- [10] M. Doostdar. Spark-ignition intermittent internal combustion engines. 1400. Tehran: Imam Hussein University Press.
- [11] R Benson, W Annand, P Baruah. A simulation model including intake and exhaust systems for a single cylinder four-stroke cycle spark ignition engine. 1975. International Journal of Mechanical Sciences; 17(2):97-124.
- [12] J Horlock, D Winterbone. The thermodynamics and gas dynamics of internal-combustion engines. 1986. Clarendon Press, Oxford, Volume II.
- [13] D Kuehl, editor Laminar-burning velocities of propane-air mixtures. 1961. Symposium (International) on Combustion; Elsevier.
- [14] F White. Fluid Mechanics. 2011. 7th Edition, McGraw-Hill Higher Education.

ساده‌کننده، قادر به لحاظ کردن اثر پارامترهای عملکردی بیشتری نسبت به روش هلمهولتز است.

به منظور افزایش کاربرد، بررسی اختلاف دو روش و انطباق روش مدل سازی با روش مرجع هلمهولتز، یک ضریب تصحیح وابسته به هندسه ارائه گردید. این ضریب که در بازه تقریبی 0/72 تا 1/20 تغییر می‌کند، امکان تنظیم نتایج فرکانس حاصل از مدل سازی را برای تطابق با پیش‌بینی‌های روش هلمهولتز غیر خطی فراهم می‌سازد. این یافته، ابزاری مفید برای طراحان موتور پالس جت فراهم می‌کند تا بتوانند از مزایای هر دو رویکرد تحلیلی بهره‌مند شوند.

6- تقدیر و تشکر

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند از حمایت‌های علمی و فنی و همکاری‌های ارزشمند مرکز قدر دانشگاه جامع امام حسین (ع) در راستای اجرای تست‌های تجربی بر روی موتور قدر، صمیمانه قدردانی نمایند.

7- فهرست علائم

P	فشار
m	جرم
$\dot{m}$	دبی جرمی
A	مساحت
R	ثابت گاز
T	دما
V	سرعت
ρ	چگالی
E	انرژی داخلی
$\emptyset$	نسبت هم ارزی
St	سرعت شعله آشفته
SL	سرعت شعله آرام
F _s	مساحت سطح شعله
C _v	گرمای ویژه در حجم ثابت
C _p	گرمای ویژه در فشار ثابت
V	حجم
k	ضریب آدیاباتیک
Ma	عدد ماخ
Re	عدد رینولدز
f	ضریب اصطکاک
L	طول
D	قطر
C _d	ضریب تخلیه کلی
C _{dN}	ضریب تخلیه نازل
C _{dT}	ضریب تخلیه لوله دم

- [15] P Litke, F Schauer, D Paxson, R Bradley, J Hoke, editors. Assessment of the Performance of a Pulsejet and Comparison with a Pulsed-Detonation Engine. 2005. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit.
- [16] W Eick, M Bolkow, Blohm. The Pulso-Reactor for Subsonic Mode Eleve with Passage to Operation in Stato-Reactor - An Engine of Weak Cost Price. 1978, SNECMA - Direction Technique Service Documentation - Information Center Tests of Villaroche.
- [17] DE Smith. The synchronous injection ignition valveless pulsejet. 1987, The University of Texas at Arlington.

